Anno LV - Serie V - Vol. XVIII - 2° Sem. - Fasc. 7°-8° - Luglio-Agosto 1909
(Pubblicazione mensile)

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA
SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

DIRETTORI
A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA.

DELEGATI DELLA SOCIETÀ
A. GARBASSO E G. P. GRIMALDI.

REDATTORE
O. M. CORBINO

INDICE

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1909.

Del « Nuovo Cimento » si pubblica ogni mese un fascicolo di **80** pagine.

L'abbonamento è obbligatorio per un anno, e s'intende rinnovato, quando non sia disdetto entro il dicembre.

Chi vuole pagare l'abbonamento non ha che da versare, al principio di ogni anno, ad un ufficio postale italiano o estero la somma di

Lire 18 per l'Italia
„ 20 per l'Estero

a favore del Sig. ALFREDO LAVACCHINI, Via Gino Capponi, 3, FIRENZE.

Coloro che appartengono alla Società Italiana di Fisica sono pregati di spedire la quota di ***L. 18*** al Cassiere Prof. A. Stefanini, Lucca, il quale a richiesta rilascierà la quietanza di L. 15 se l'abbonamento è a carico dell' Istituto a cui il Socio appartiene.

Chi desidera pubblicare nel « Nuovo Cimento » una memoria originale manderà il relativo manoscritto ad uno dei membri del Comitato di Direzione Proff.: Battelli, Ròiti, Volterra, Garbasso, Grimaldi o al Redattore Prof. O. M. Corbino (Istituto Fisico di Roma). E dei lavori originali pubblicati nel Giornale l'autore riceverà gratis 50 copie.

IL NUOVO CIMENTO

ANNO LV

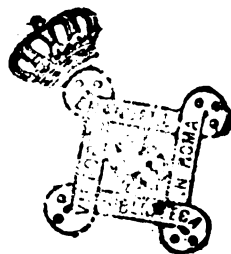
IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA
SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

DIRETTORI
A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA.

DELEGATI DELLA SOCIETÀ
A. GARBASSO E G. P. GRIMALDI.

REDATTORE
O. M. CORBINO

SERIE V. - Tomo XVIII

PISA
DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1909.

GIULIO ZAMBIASI

E LA SUA OPERA SCIENTIFICA

Era nato a Mechel di Trento il 20 Dicembre del 1860. Fece i suoi studî ginnasiali e liceali a Verona, il corso teologico a Trento il primo biennio di facoltà Fisico-Matematica all'Università di Parma, dove ebbe la licenza nel 1887. Fu allora applicato all'insegnamento di Matematica in una scuola secondaria a Verona. Nel 1891 venuto a Roma si inscrisse alla facoltà Fisico-Matematica di questa Università frequentando qui il secondo biennio di fisica. Due anni dopo otteneva la laurea in Fisica e il diploma di magistero in Matematica.

Ma qui, in questo Istituto, aveva imparato ad amare la scienza e la ricerca scientifica. Non se ne allontanò più, seguitò a frequentare il Gabinetto e le lezioni. Studiò e lavorò, e la sua attività gli meritavano per due anni consecutivi il premio Corsi.

In questo primo periodo della sua vita scientifica si occupò dei fenomeni che accompagnano il punto critico.

I risultati di questi lavori sono esposti in quattro note presentate alla R. Accademia dei Lincei e pubblicate in quei Rendiconti. Egli si studiò specialmente di risolvere queste due questioni fondamentali: quale fenomeno deve considerarsi come indizio caratteristico nelle ricerche sperimentali del punto critico, e quali sono le condizioni più favorevoli per queste ricerche, e per l'una e l'altra questione dà norme e criterii molto pratici.

Non era però in questo campo che egli dovea impiegare il meglio delle sue energie di studioso e di sperimentatore.

Nel 1898 lo Zambiasi era nominato Assistente all'Ufficio centrale del Corista. Le sue ricerche presero allora nuovo in-

dirizzo. Era già cultore appassionato e valente dell'arte musicale: da questa epoca all'artista si associa lo scienziato.

Esordiva con due lavori che sono come il passaggio dallo studio dell'arte a quello della scienza: sul trasporto il primo e l'altro sull'Enarmonia.

Egli rivendica in questo secondo l'antico concetto di Enarmonia quale ci è tramandato dalla storia dell'arte musicale, e dimostra come anche oggi, nel moderno sistema musicale, esiste l'Enarmonia come esisteva ai tempi di Aristosseno (IV secolo a. C.) cioè come un minimo intervallo musicale indicante un mutamento di relazione tonale.

Pei greci questo intervallo costituiva il carattere del genere enarmonico, pel quale il tetracordo si accordava in modo che fra le due estreme disposte ad un intervallo di quarta *mi-fa*, le altre due corde davano l'una il *fa* e l'altra un suono medio fra il *mi* ed il *fa* un *mi* (medio) che costituiva precisamente l'intervallo enarmonico.

Quest'intervallo aveva dunque una posizione fissa e determinata nella scala. Il sistema moderno ne fa un uso più ampio: il principio fondamentale della modulazione moderna è che sia conservata la identica diatonicità in tutti i toni. Ora la distribuzione dei toni e dei semitoni nella scala richiede appunto che quando si modula, oltre all'alterare con un bemolle o diesis uno o più suoni per conservare al semitono il suo posto, è necessario alterare uno o più suoni di un comma per conservare il proprio posto ai toni maggiori e minori. L'ampiezza dell'intervallo enarmonico viene quindi ad essere eguale alla differenza fra tono maggiore e minore. Secondo lo Zambiasi è appunto questo quell'anello che ricercava il Wagner come collegante la nostra con la musica greca.

Una questione che si ricollega immediatamente a quella dell'intervallo enarmonico è la misura degl'intervalli melodici. La splendida teoria dell'Helmoltz completata dal Blaserna dimostra che la scala acustica o naturale è quella che rappresenta il sistema moderno in tutta la sua ampiezza.

Gli studi sperimentali di Cornu e Mercadier sembrarono dimostrare di doversi distinguere tra gli intervalli melodici e gli armonici, e mentre concedevano che questi secondi si con-

formano alla scala naturale i primi seguirebbero invece la scala Pitagorica.

Lo Zambiasi dubitò di queste conclusioni e sottopose ad esame le esperienze di quei fisici.

Cominciò dal ripetere esperienze analoghe a quelle. Si trattava di far cantare una melodia e scriverne le vibrazioni e calcolare così l'altezza delle singole note e quindi il valore degli intervalli. Egli fece eseguire diverse melodie a più cantori e a violinisti. Il risultato costante a cui giunse in tutte queste ricerche fu che tutta la melodia si svolge indubbiamente sulla scala naturale: compariscono intervalli pitagorici ogni volta che il canto modula, perchè allora viene a stabilirsi una distribuzione diversa degli intervalli della scala per la diversa funzione tonale che la nota acquista. Ed è appunto in ciò che errarono Cornu e Mercadier, nel non distinguere cioè la diversa funzione tonale che veniva ad avere nella melodia studiata le note controverse. Lo Zambiasi dimostrò con numerose esperienze che anche il Canto Gregoriano e le Polifonie Palestriniane si svolgono completamente sulla scala naturale.

Questo fatto quanto inaspettato allo stesso sperimentatore altrettanto certamente provato dalle sue esperienze veniva da lui enunciato in questo modo:

« Ogni disegno melodico e armonico trova gli elementi fondamentali nella scala acustica composta di toni interi maggiori e minori e semitoni: si giunge ad ogni altro elemento con due quantità derivate, il diesis o bemolle e il comma sintonico.

« Il disegno del Canto Gregoriano (quale è interpretato dai nostri cantori) è prettamente diatonico e monotonale sulla scala acustica o naturale.

« Tutte le melodie formanti l'intreccio polifonico palestriniano e le combinazioni armoniche che ne conseguono sono diatoniche e monotonali nel senso stesso sulla scala naturale ».

Il fatto dunque è in pieno accordo con la previsione. La teoria acustica Helmoltz-Blaserna avea mostrato come nella scala naturale sono contenuti tutti gli elementi dei nostri sistemi musicali, le esperienze dello Zambiasi confermavano pienamente questo principio fondamentale. Un'obiezione però si

impone: com'è che la musica ha un fondamento così rigido e determinato da leggi matematiche così definite? sembra che l'arte debba fondarsi sul genio piuttosto che sulle leggi matematiche.

Lo Zambiasi sentì la forza di questa difficoltà e si propose di analizzarla: si propose cioè di ricercare se esiste un fondamento reale e scientifico per i varii sistemi musicali che abbiamo. Si tratta perciò di sceverare nell'arte tutto ciò che vi ha di soggettivo da quello che è veramente oggettivo. Per far questo bisogna ricorrere a ricerche di tipo sperimentale. Il punto di partenza furono i fenomeni di Lissajous. L'analogia fra il fenomeno ottico e l'acustico qui è completa: Si ha una figura fissa e determinata ogni volta che i due moti vibratorii sono in un rapporto semplice determinato. Combinando le vibrazioni di due diapason perpendicolarmente fra loro, e facendo variare l'uno di essi dall'unisono fino all'ottava, si producono figure tipiche ogni volta che si passa per uno dei rapporti che costituiscono la scala acustica o naturale.

Questa corrispondenza dei due fenomeni ottico ed acustico ha il suo fondamento nel fatto psicologico che le due costanti ottica e auricolare, si possono considerare come eguali fra loro. A qualunque rapporto fra i periodi dei due moti vibratorii corrisponde una determinata figura di Lissajous, ma questa figura non è percepita dall'occhio come fissa se non quando essa si compie in un tempo minore della persistenza dell'immagine nella retina, e corrispondentemente quel rapporto non potrà costituire un elemento musicale se non quando il periodo del moto vibratorio risultante è più breve della costante auricolare.

Guidato da questo criterio lo Zambiasi si propose di analizzare tutti i varî elementi che compongono il materiale del nostro sistema musicale. Per gli intervalli o accordi di due note bastavano i due coristi. Fissava su un rebbio del primo una lamina di alluminio con un piccolo foro nel centro, l'altro corista portava un obbiettivo da microscopio. Un fascio di luce concentrato sul forellino era guidato dall'obbiettivo sopra uno schermo su cui si formava l'immagine del foro. Quando i due

coristi vibravano quell'immagine descriveva la figura di Lissajous corrispondente ai due suoni.

Il risultato era che gli intervalli compresi in un'ottava classificati dal punto di vista ottico coincidono con quelli della scala naturale.

Per estendere queste ricerche alla combinazione di tre o più suoni lo Zambiasi si serviva di un fonautografo. Suonando contemporaneamente due note nel paraboloide del fonautografo la membrana di questo si muove di un moto che è il risultante di due, in particolare il punto centrale della membrana è soggetto ad un moto vibratorio che è la composizione parallela delle due vibrazioni elementari. Lo Zambiasi applica alla parte centrale della membrana la laminetta di alluminio portante il forellino, disponendola perpendicolarmente alla membrana. Il forellino viene così ad acquistare il moto stesso che avea il punto centrale della membrana: si può avere così il moto vibratorio risultante di due o più suoni che si eseguano nel fonautografo. Si può ottenere un'immagine fotografica facendo cadere una lastra verticalmente dinanzi all'immagine del forellino che vibra orizzontalmente.

Ma se si vogliono avere immagini analoghe alla figura di Lissajous si potrà al fonautografo accoppiare un corista che porti all'estremità di un rebbio l' obbiettivo di prima, su cui si fa cadere il fascio di luce che lascia passare il forellino. Il corista si può disporre in modo che vibri perpendicolarmente al forellino allora se si eccita il corista e contemporaneamente si producono le note volute nel fonautografo l' immagine luminosa del forellino descriverà sullo schermo o sulla lastra fotografica una figura che sarà la risultante della composizione perpendicolare della sinusoide semplice del corista e di quella composta della membrana del fonautografo. Se la lastra e lo schermo si tengono fissi si avrà la figura che si completerà in un periodo di tempo determinato, se si fanno muovere in una direzione inclinata rispetto alle due componenti, si avrà una traccia di quella figura e il periodo potrà riconoscersi dal riprodursi a determinate distanze la stessa disposizione della curva.

Si può così sperimentalmente determinare il periodo di qualunque accordo e scevrare i buoni dai non estetici e dare

una dimostrazione ottica delle varie leggi conosciute e dimostrarne delle nuove.

Più ancora, il metodo ottico così concepito dà una conferma sperimentale a ciò che si conosce sui concetti di consonanza, dissonanza, e specialmente di tonalità.

La necessità di paragonare tutti i suoni ad uno fondamentale per rendere comparabili gli intervalli e classificabili secondo il grado di semplicità costituisce il fondamento fisico del sistema armonico, in altri termini della *tonalità*. Questo principio di unità si è andato formando col tempo, gli antichi modi erano forse uno sminuzzamento artificioso della tonalità che non potè formularsi in sistema — come lo Zambiasi si esprime nella sua comunicazione al Congresso internazionale di scienze storiche tenuto a Roma sei anni fa.

Lo Zambiasi non si arrestava a questi risultati già si importanti delle sue ricerche. Egli affrontò ultimamente un problema tanto difficile quanto vasto: quello dei battimenti. E la verifica delle leggi dell' Helmoltz fu quasi immediata: e la scoperta di altre era vigorosamente iniziata.

Ma intanto un male senza rimedio minava la sua esistenza. Un rapido aggravarsi lo costrinse al letto dove per tre mesi fra spasimi sofferti sempre con virtuosa rassegnazione non dimenticava i suoi cari studî.

La morte che lo rapiva il 19 marzo di quest' anno lo trovò tranquillo nella coscienza di aver sempre fatto il suo dovere e fiducioso nell' avvenire.

Sempre ilare, sempre attivo, sempre pronto a sacrificarsi per gli altri, sempre modesto anche quando circondato dal plauso e dalla stima di illustri scenziati italiani e stranieri, fu caro a tutti, e lasciò in quanti lo conobbero il rimpianto amaro della sua perdita immatura.

G. Gianfranceschi.

NUOVE RICERCHE SUI RAGGI MAGNETICI.

Nota di A. RIGHI.

CAP. I. — *Sui valori limiti del campo fra i quali si producono i raggi magnetici* [1]).

I getti luminosi, conformati sensibilmente a tubi di forza magnetica, che si formano a partire dal catodo di un tubo di scarica posto in un campo magnetico, si presentano di solito bruscamente per un certo valore del campo, se l'intensità di questo si fa crescere gradatamente a partire da zero. Tale improvviso cambiamento d'aspetto della liminosità della scarica è uno degli argomenti addotti contro l'opinione, finora generalmente accolta in mancanza di meglio, secondo la quale quei getti di luce altro non sarebbero che i raggi catodici conosciuti, deformati dal campo e ridotti ad avere una forma simile a quella di eliche attorcigliate attorno alle linee di forza.

Però, nel corso di una lunga serie di ricerche sperimentali tendenti a confermare una mia particolare teoria, che mi ha indotto a designare col nome di *raggi magnetici* quei fasci luminosi, ebbi a riconoscere che in certi casi la loro apparizione avveniva invece in modo graduale, e che spesse volte, seguitando a far crescere l'intensità del campo, i raggi magnetici sparivano. Quest'ultimo fatto ha evidentemente una speciale importanza perchè, mentre fu previsto come conseguenza della mia ipotesi, non si saprebbe come spiegarlo da chi professa l'opinione accennata più sopra.

I valori del campo, che corrispondono all'apparire e allo sparire dei raggi magnetici, dipendono da un gran numero di circostanze, e principalmente dalla forma e dimensioni del

1) *Rend. della R. Acc. dei Lincei,* vol. XVIII, serie 5a. 1° sem. fasc. 11.

tubo di scarica, dalla pressione dell'aria nel medesimo, dalla forma e grandezza del catodo, e dall'intensità della corrente di scarica; ma non sempre si riesce a determinarli, sia perchè il cambiamento può avvenire con lentezza, sia perchè può aver luogo con intensità di campo o piccolissime o grandissime.

Per mettere qualche ordine e chiarezza in questo comportamento apparentemente irregolare, mi è sembrato utile cercare di realizzare possibilmente tali condizioni sperimentali, che tanto l'apparire dei raggi magnetici quanto la loro scomparsa avvengano in modo ben netto, e per valori del campo nè troppo piccoli, nè troppo elevati. Era sperabile che modificando poscia qualche poco ad una ad una le condizioni sperimentali, si sarebbe riusciti a riconoscere in che senso si spiega la loro influenza.

Siccome poi avevo già constatato, non solo che nei tubi della forma da me adottata, al crescere dell'intensità del campo magnetico aumenta la differenza di potenziale fra gli elettrodi del tubo, ma che nel momento in cui appariscono i raggi magnetici si accentua fortemente la rapidità con cui cresce quella differenza, e che inoltre alla sparizione dei raggi corrisponde una diminuzione della differenza stessa; così, anzichè limitarmi ad osservare la luminosità nel tubo, ho istituito delle misure sistematiche dei potenziali di scarica corrispondenti a valori gradatamente crescenti del campo magnetico.

Questa intensità era sempre dedotta per via di interpolazione da un certo numero di determinazioni preventivamente fatte col metodo della polarizzazione rotatoria nel solfuro di carbonio. Simile valutazione, certamente non molto precisa, anche perchè con essa non si tien conto dei fenomeni d'isteresi nel nucleo, era però sufficiente per lo scopo in vista. Secondo la regola sempre seguita, i valori del campo si riferiscono ad un punto dell'asse del rocchetto distante un centimetro e mezzo dal rocchetto, e cioè presso a poco al luogo occupato ordinariamente dal catodo. La differenza di potenziale venne poi misurata mediante un voltametro elettrostatico di Kelvin.

Il tubo di scarica adoperato è quello rappresentato in giuste proporzioni dalla fig. 1. Il lettore potrà eventualmente valutare le dimensioni delle varie sue parti, sapendo che il largo tubo A B aveva il diametro di 47 mm.

In M sta l'anodo, ed N è il catodo, in forma di dischetto munito di un gambo metallico e circondato da un cannello di vetro N D che lo sopravanza. La sola differenza fra il tubo della fig. 1 ed i tubi adoperati in varie mie antecedenti esperienze sta in ciò, che il catodo, invece di essere saldato alla estremità del tubo A B C, è fissato in L con ceralacca ad un tubo C L riunito al tubo principale per mezzo di una giuntura a smeriglio. Tale disposizione rendeva facile lo scambio del catodo.

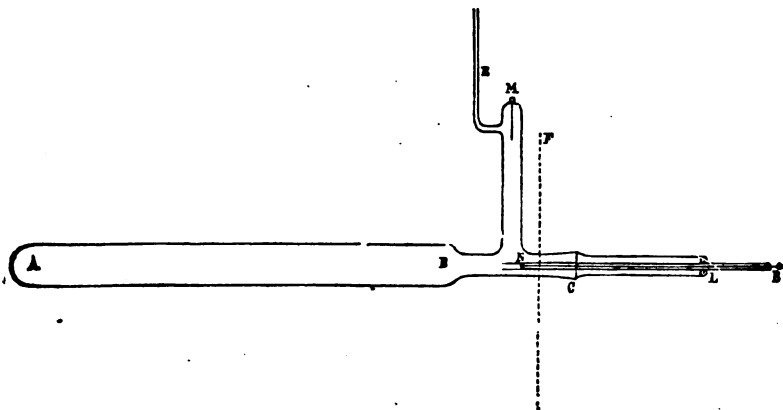



Fig. 1.

Rarefatta l'aria sino al grado voluto mediante una pompa rotativa a mercurio e attraverso il cannello E, e fatti comunicare gli elettrodi coi poli di una batteria di 2600 piccoli accumulatori, il cui circuito conteneva delle resistenze variabili e grandissime (colonne d'alcool) non che un galvanometro tarato, si leggeva la differenza di potenziale agli elettrodi, poi si ripeteva tale misura un gran numero di volte, dopo avere eccitato il campo magnetico e aumentata grado a grado l'intensità di questo. Come sempre, il campo era prodotto da un rocchetto, la cui faccia polare giungeva in F, poichè la

porzione C L D del tubo di scarica penetrava nel foro del nucleo.

Compiuta una tale serie di misure, se ne fecero altre, dopo avere variato o la pressione dell' aria, o l' intensità della corrente di scarica ecc.

Non occorre trascrivere tutti i risultati numerici così raccolti, perchè essi conducono a conclusioni, le quali fra loro concordano benissimo; giova però riportare sette di tali serie scelte in modo, che dal loro confronto risultino utili conclusioni.

Catodo 7^{mm} Pressione 0,40 Corrente 74.10^{-6} A		7 0.40 136.10^{-6} B		7 0.40 191.10^{-6} C		7 0.40 389.10^{-6} D		7 0.24 136.10^{-6} E		7 0.67 186.10^{-6} F		4 0.40 74.10^{-6} G	
0	670	0	680	0	700	0	800	0	800	0	680	0	910
205	680	205	690	280	740	410	870	160	890	160	690	205	920
250	690	280	700	384	760	535	900	280	930	338	730 ↑	280	930
280	700	332	705	410	800	735	960	410	960 ↑	472	1090	358	990
306	710	358	720	460	810	774	980 ↑	485	1040	522	1230	384	1060
319	720 ↑	384	730 ↑	353	900 ↑	822	1150	629	1380	602	1370	397	1140
410	1160	435	1110	602	1180	888	1260	761	1630	643	1250 ↓	410	1190 ↑
535	1570	485	1340	643	1260	1010	1300	822	1570 ↓	709	1120	472	1450
670	1710	535	1450	670	1290	1215	1320	980	1630	774	1160	910	1890
709	1610 ↓	629	1580	723	1330	—	—	1050	1650	844	1200	1115	2000
787	1430	670	1425 ↓	787	1170 ↓	—	—	—	—	1010	1280	1215	2040
844	1380	709	1350	822	1150	—	—	—	—	1215	1380	1337	2100
910	1380	774	1300	888	1220	—	—	—	—	—	—	1450	2120
—	—	960	1430	1010	1300	—	—	—	—	—	—	1515	2100 ↓
—	—	1010	1440	1215	1340	—	—	—	—	—	—	1635	1950
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1705	1900
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1793	1850

Per ciascuna delle sette serie di misure A, B, ... G, i numeri della prima colonna dànno l' intensità del campo magnetico in unità assolute, e quelli della seconda la differenza di potenziale agli elettrodi espressa in volta. In alto sono poi notati: il diametro del catodo in millimetri, la pressione del-

l' aria in mm. di mercurio, e l' intensità della corrente che attraversa il tubo espressa in ampère.

Per acquistare un' idea chiara del modo nel quale varia il potenziale di scarica al variare del campo, giova esaminare una delle serie, per esempio la prima.

Senza campo magnetico, il potenziale di scarica era di 670 volta; poi assunse valori gradatamente crescenti, sino alla lettura fatta col campo 319; ma passando al campo 410, l' aumento di potenziale fu assai grande. In pari tempo mutò improvvisamente l' aspetto della scarica, e cioè si deformò in un modo speciale la colonna positiva nel ramo laterale, mentre il breve fascio divergente di raggi catodici uscente dal catodo, si allungò d' un tratto, divenendo più brillante e assumendo la forma di tubo di forza. In una parola, comparvero i raggi magnetici. Aumentando ancora il campo, il potenziale di scarica seguitò a crescere sino ad un massimo; dopo di che si ebbe una diminuzione abbastanza rapida, accompagnata da una nuova modificazione nell' aspetto della scarica. Tale modificazione consiste in ciò, che il fascio di raggi magnetici s' accorcia e impallidisce rapidamente e poi sparisce affatto. Infine, dopo una discesa del potenziale sino ad un minimo, si verificò generalmente un lento aumento paragonabile a quello osservato nel periodo iniziale.

La curva segnata 74 (intensità della corrente in microampère) nella fig. 2, fu disegnata prendendo come ascisse i valori del campo magnetico della serie A, e come ordinate quelli della differenza di potenziale. Tanto nella tabella che nella figura, si è indicato con una freccia rivolta all' insù l' apparizione dei raggi magnetici, e con una freccia rivolta all' ingiù la loro scomparsa.

È bene chiarire in che consista realmente questa scomparsa. Per un certo valore del campo i raggi magnetici si affievoliscono più o meno rapidamente e scompaiono, senza però che l' aspetto della scarica torni quello che si ha con campo nullo. Oltre che naturalmente si vede sempre la colonna positiva come schiacciata contro la parete del ramo laterale, si osserva una luminosità avente i caratteri di quella dei raggi magnetici, che riempie lo spazio esistente fra il gambo del

catodo ed il cannello che lo circonda. Questa specie di raggi magnetici partenti dalla faccia posteriore del catodo, che fu osservata da altri, persistè anche colle più grandi intensità di campo da me raggiunte.

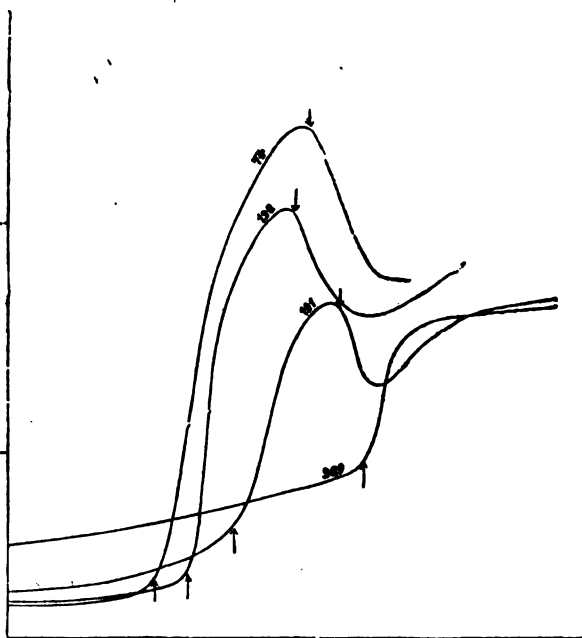



Fig. 2.

Nella fig. 2 sono disegnate, oltre alla curva della serie A, anche le curve corrispondenti alle serie B, C, D. Da esse si ricava quale influenza abbia sui fenomeni l'intensità della corrente di scarica. Si vede infatti, che al crescere della intensità della corrente aumentano i due valori critici del campo, cioè quello pel quale appaiono i raggi magnetici e quello pel quale spariscono più o meno bruscamente davanti al catodo; ma l'aumento del primo di questi due valori critici è maggiore dell'aumento del secondo, cosicchè l'intervallo che li separa diminuisce al crescere della intensità della corrente. Ne consegue che, se si fa uso d'una corrente troppo intensa, si arriva a non ottenere più abbastanza distinto il fenomeno

dei raggi magnetici, per quanto si varii l' intensità del campo. Anzi, nel caso della corrente di 389.10^{-6} ho potuto osservare nettamente solo la comparsa dei raggi magnetici, ed è perciò che presso la curva corrispondente della fig. 2, come pure nella seconda colonna della serie D, non è tracciata la freccia diretta al basso. In realtà accadeva, che insieme ai raggi magnetici (e qualche volta anche prima, cioè con un minor valore del campo) si formava quella certa luce al di dietro del catodo che, con correnti meno intense, compare solo al cessare dei raggi magnetici; e quando si seguitava ad aumentare l' intensità del campo, mentre questa luce persisteva, quella dei raggi magnetici gradatamente e prontamente si affievoliva, senza che si potesse indicare con precisione per quale valore del campo essa scompariva.

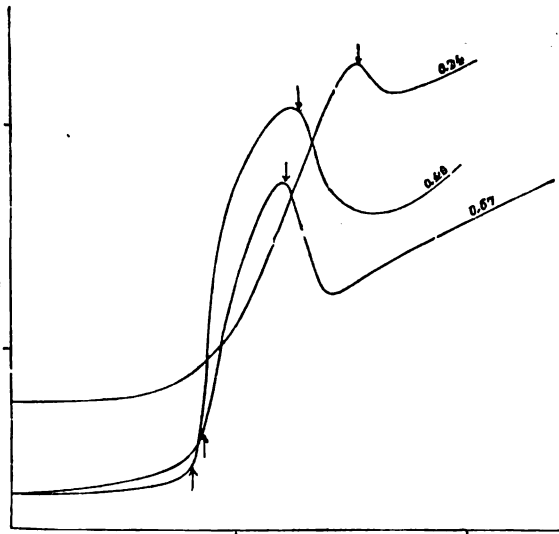



Fig. 3.

Le curve fig. 3, costruite coi dati della serie B, E, F, indicano l' andamento dei fenomeni a diverse pressioni e per una stessa intensità di corrente. Come si vede, un aumento di pressione fa avvicinare fra loro i due valori critici, come accade coll' aumentare l' intensità della corrente. Però, per

pressioni basse, la comparsa dei raggi magnetici si effettua a bassi valori del campo, e generalmente non più in modo brusco, tanto che non si è potuto assegnare la posizione della freccia rivolta all'insù nel caso della pressione 0,24. Ciò si verificò anche in esperienze anteriomente descritte [1]).

È facile ora comprendere come, procedendo a caso, possa accadere di non riescire a realizzare in modo soddisfacente il fenomeno dei raggi magnetici. In generale si ha maggior probabilità di ottenerli con pressione abbastanza bassa e con corrente debole; se non che allora la intensità luminosa di essi è scarsa, e la loro estensione obbliga all'impiego di tubi di grandissima lunghezza.

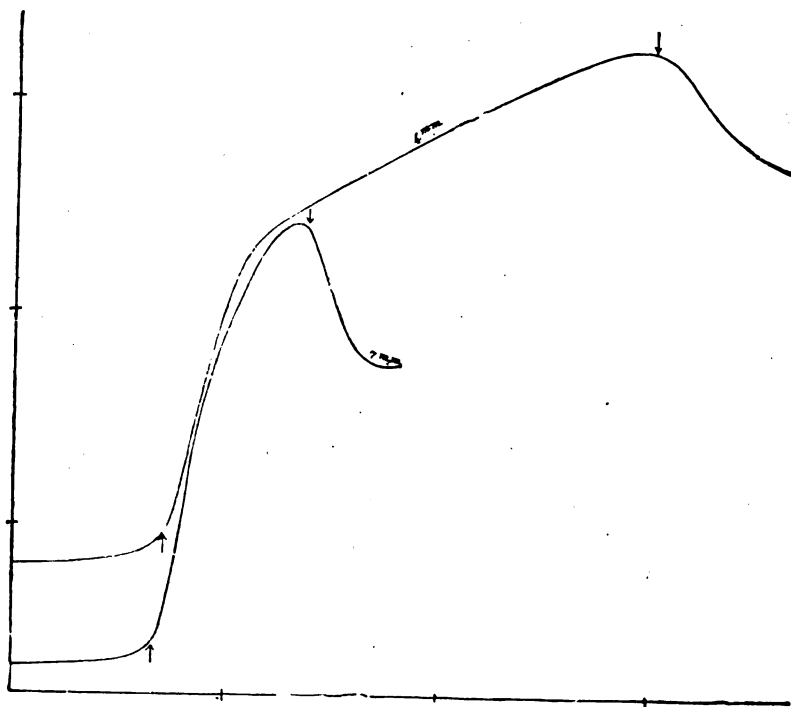



Fig. 4.

Infine la fig. 4, che mette a confronto le curve costruite colle serie A e G, rende palese quanto sia vantaggioso il ri-

1) *Mem. della R. Acc. di Bologna*, 17 gennaio 1909, pag. 95.

durre il diametro del dischetto di alluminio funzionante da catodo. Come si vede, se questo è di 4 anzichè di 7 millimetri di diametro, l' intervallo che separa i due valori critici del campo magnetico è considerevolmente maggiore.

Naturalmente, se le esperienze descritte venissero ripetute con un tubo di dimensioni differenti da quelle del tubo fig. 1, pur rimanendo invariato l' andamento generale dei fenomeni, si troverebbero certamente dei differenti valori critici del campo magnetico.

Cap. II. — *Sull' « anodo virtuale » di un tubo di scarica nel campo magnetico* [1].

Una delle esperienze, che forniscono una prova indiretta in appoggio della mia ipotesi dei « raggi magnetici », è quella che conduce alla produzione di una colonna di luce rosea o rossa sul prolungamento dei raggi stessi, allorchè s' impiega un tubo di scarica cilindrico il cui asse coincida con quello del rocchetto generatore del campo, avente il catodo presso il polo di questo e l'anodo all'estremità di una diramazione laterale. Le deformazioni che subisce la detta colonna rossa per opera di una calamita accostata lateralmente sono precisamente quelle che si osserverebbero, se entro il tubo esistesse un anodo (che può chiamarsi « anodo virtuale »), dal quale partisse quella luce rossa in tutto analoga all' ordinaria colonna positiva di un tubo di Geissler. L' anodo virtuale sarebbe, secondo la teoria, costituito dagl' ioni positivi risultanti dallo sciogliersi delle coppie ruotanti elettrone-ione positivo costituenti, secondo la mia ipotesi, i raggi magnetici.

Le esperienze descritte qui appresso confermano in modo più diretto l' esistenza del supposto anodo virtuale.

Esse si eseguiscono introducendo nel tubo una sonda, cioè l' estremità di un breve e sottile filo metallico comunicante con uno dei serrafili di un galvanometro, di cui l' altro serrafilo comunica col suolo. Se realmente ha luogo il periodico

1) *Rend. della R. Acc. dei Lincei*, vol. XVIII, ser. 5ª, 1° sem. fasc. 12, 1909.

accumularsi di ioni positivi in una certa regione del tubo, non appena la sonda giunga in tale regione dovrà osservarsi una deviazione galvanometrica indicante una corrente diretta dalla sonda alla terra.

Lo strumento da me adoperato è un galvanometro a campo fisso che, colla scala posta a m. 1,43 da esso, dà la deviazione di un millimetro per una corrente di $6,65.10^{-10}$ ampère. Esso fu accuratamente isolato, e nella comunicazione colla sonda fu inserita una resistenza di circa 3160 mégaohm, costituita da tubi capillari contenenti alcool.

All'apparecchio di scarica fu data o la forma della fig. 5, o quella della fig. 6. In entrambi i casi il catodo (che fu tenuto sempre in comunicazione col suolo) esce di poco dal foro assiale del rocchetto destinato a produrre il campo magnetico, l'intensità del quale decresce rapidamente andando lungo il tubo da destra a sinistra.

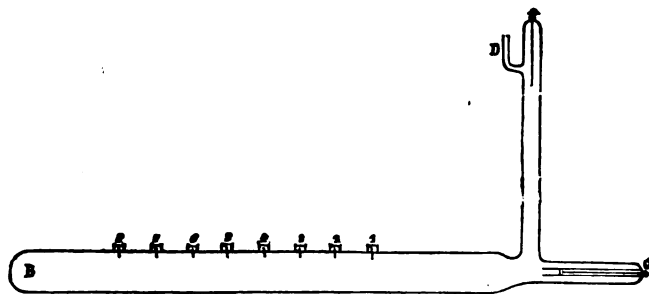



Fig. 5.

Nel tubo fig. 5 sono poste otto sonde fisse distanti 4 cm. una dall'altra, che si cercò di fare sotto ogni rapporto identiche fra loro. Ciascuna di esse consta di un filo di platino di pochi millimetri di lunghezza saldato nel vetro ed esternamente circondato da un piccolo serbatoio con mercurio destinato a stabilire la comunicazione col galvanometro. Ponendo le sonde una dopo l'altra in comunicazione con questo strumento quando non v'è campo magnetico, e la corrente fornita da una batteria di piccoli accumulatori (nel cui circuito è inclusa una fortissima resistenza) passa nel tubo, si hanno

deviazioni, che decrescono passando dalla sonda 1 alla 2 e successivamente alle altre sonde sino alla 8. Ciò è ben naturale perchè la sonda comunicante col galvanometro funziona da catodo, quantunque assai debolmente stante la enorme resistenza impiegata. Portate le deviazioni come ordinate sopra i punti 1, 2, ... 8, verificai, che mentre le estremità della maggior parte di esse venivano a trovarsi sempre sopra una curva poco differente da una retta discendente verso sinistra, le estremità delle altre uscivano alquanto da quella curva. Ciò si spiegava naturalmente come effetto di qualche diversità delle corrispondenti sonde, che si cercò di far sparire. Dopo lunghi tentativi ebbi un tubo, di cui una sola sonda sembrava differente dalle altre. Per non prolungare ulteriormente la non facile preparazione di simili tubi mi contentai dell'ultimo ottenuto, ma adoperai solo le sette sonde, che sembrevano possedere un identico comportamento.

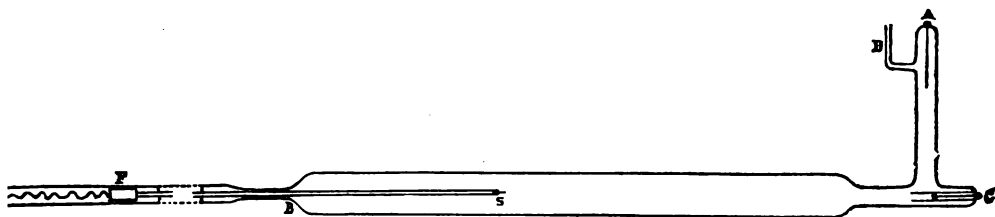



Fig. 6.

Il tubo della fig. 6 ha una sola sonda, ma questa può muoversi a piacère lungo il suo asse. Essa consiste in un filo di platino che sporge di qualche millimetro da un lungo cannello di vetro S a cui è saldato, e questo cannello si può far scorrere lungo l'asse dell'apparecchio, spostando un rocchetto percorso da un'intensa corrente infilato sul lungo tubo E B, e che trascina il cilindro di ferro F.

Quando il tubo di scarica funziona e si ha deviazione al galvanometro, si nota intorno alla sonda (una delle 8 della fig. 5 o l'unica della fig. 6) un debole chiarore azzurro-violetto, dovuto a ciò che la sonda fa da catodo; ma poichè l'aspetto della scarica non resta sensibilmente modificato isolando

la sonda, è lecito ammettere che la perturbazione introdotta da questa non abbia molta importanza. Nel caso del tubo della fig. 6, quella debole luminosità si prolunga in certi casi intorno al cannello della sonda, particolarmente quando questa penetra assai nella regione occupata dall' anodo virtuale, ciò che forse toglierebbe fiducia alle esperienze, se queste fossero dirette a determinare la distribuzione del potenziale. Ma, come si vedrà fra poco, l' impiego della sonda ebbe uno scopo più modesto.

Per dare idea dei risultati ottenuti riporterò alcune serie di misure, cominciando da alcune realizzate coll' apparecchio fig. 5, nel quale l' aria aveva la pressione di 0,20 mm., mentre la corrente di scarica era assai debole e precisamente di 62.10^{-6} ampère.

1		3		8	
Campo	Deviazione	Campo	Deviazione	Campo	Deviazione
0	115	0	103	0	80
280	126	280	111	410	84
410	154	410	122	535	88
602	306	629	269	748	140
656	297	670	299	800	260
800	259	735	288	820	276
1010	240	800	268	910	257
1215	234	910	245	1215	242
—	—	1215	237	—	—

La prima colonna contiene l'intensità del campo magnetico in unità assolute misurato, come sempre, a 15 mm. dalla faccia polare del rocchetto; la seconda colonna dà le deviazioni galvanometriche mentre la sonda 1 della fig. 5 comunicava col galvanometro. Come si vede al crescere del campo la deviazione cresce sino ad un massimo, che si manifesta piuttosto bruscamente, e poi gradatamente di nuovo diminuisce. Tutto accade dunque come se entro il tubo esistesse un

anodo, e questo fosse spinto di più in più verso sinistra, quando si aumenta l'intensità del campo. Ora tale appunto doveva essere il risultato, se l'anodo virtuale ha l'origine supposta, giacchè infatti gl'ioni positivi devono giungere tanto più lontani dal catodo, quanto più intenso è il campo magnetico.

La terza e quarta colonna dànno gli analoghi risultati ottenuti impiegando la sonda 3; le ultime colonne quelli relativi alla sonda 8. Dal confronto dei numeri relativi alle tre sonde si scorge poi, che il massimo di deviazione si verifica per un valore del campo tanto più elevato, quanto più la sonda adoperata è lontana dal catodo; ciò che è in pieno accordo colle previsioni teoriche.

La tabella seguente dà alcuni dei risultati ottenuti col tubo della fig. 6, mentre la pressione dell'aria in esso era di 0,05 mm. e la corrente di scarica 57.10^{-6} ampère tenendo costante l'intensità del campo magnetico e scandagliando colla sonda mobile l'asse dell'apparecchio.

	410	585	670	1875
150	232	216	213	180
300	224	212	—	—
400	210	—	—	183
450	37	202	213	—
500	20	—	210	186
550	0	21	100	—
600	0	—	12	191
650	0	4	5	—
700	0	0	—	197

La prima colonna verticale indica la distanza dal catodo alla quale la sonda venne successivamente posta; la prima linea orizzontale indica i valori del campo magnetico per ciascuna delle quattro serie di misure, i cui risultati (deviazioni in mm.) sono trascritti sotto. Si vede facilmente che col campo

di 410 unità la sonda mobile, che partendo da lontano veniva avvicinata al catodo, non cominciò a funzionare che quando fu a mezzo metro da questo, e che accostandola di più la deviazione crebbe rapidamente. Il supposto accumulo di ioni positivi cominciava dunque a manifestarsi a mezzo metro dal catodo, e mostravasi di più in più denso nelle regioni a questo più vicine.

Osservando le colonne successive si scorge poi chiaramente, come il supposto anodo virtuale si formi di più in più lontano dal catodo, quando si aumenta l'intensità del campo magnetico, al punto anzi che, con campo di 1375 unità si raccoglie una corrente più intensa quando la sonda è a 70 centimetri dal catodo che quando è più vicina. In quest'ultima circostanza si osserva il chiarore menzionato più sopra intorno al cannello circondante il filo della sonda; non si può quindi a rigore essere sicuri dell'attendibilità delle prime cifre dell'ultima colonna; ma resta nondimeno ben dimostrato il considerevole allontanamento dell'anodo virtuale dal catodo.

Le esperienze fatte col tubo fig. 6 sono dunque, non meno della prime, favorevoli alla ipotesi da me proposta e sostenuta.

MODELLI PER LA SUPERFICE D'ONDA DEL MIRAGGIO.

Nota di ANTONIO GARBASSO.

§ 1. Il miraggio si riconduce, come ho mostrato a suo tempo, ad un processo di diffusione, e il suo studio dipende dunque dallo studio dell'equazione di Fourier. Mutano di volta in volta le condizioni al contorno e mutano con esse il numèro e la natura delle imagini.

Nel caso più semplice del miraggio a due imagini (miraggio di Monge) l'indice è dato, in prima approssimazione, dalla formola di Biot

$$n^2 = n_0^2 + a\,x\,. \tag{1}$$

Ho stabilito che, posta la (1), la curva meridiana della superfice d'onda si definisce con la

$$A^3 + 6\,A^2\,B^2 - 6\,A\,B\,\Theta^2 + 9\,A\,B^4 - 2\,B^3\,\Theta^2 + \Theta^4 = 0\,, \tag{2}$$

essendo

$$\left\{\begin{aligned} A &= a^2\,(x^2 + y^2)\,, \\ B &= 2\,n_0^2 + a\,x\,, \\ \Theta &= 3\,a\,t\,. \end{aligned}\right. \tag{3}$$

Facevo anche vedere che la (2) possiede due punti doppî, uno, o nessuno, secondo che è

$$\Theta \gtreqless 2\,n_0^2\;; \tag{4}$$

e dimostravo da ultimo che l'onda non può uscire dal paraboloide di rotazione, la cui curva meridiana è rappresentata dalla

$$4\,n_0^4 + 4\,n_0^2\,a\,x - a^2\,y^2 = 0\,. \tag{5}$$

§ 2. Per illustrare la teoria ho voluto calcolare ora in un caso pratico la forma effettiva della superfice d'onda, ed ho fatto costruire i modelli corrispondenti.

Poniamo all' uopo

$$n_0 = a = 1 \;, \tag{6}$$

e le prime fra le (3) diventeranno

$$\left\{ \begin{aligned} A &= x^2 + y^2 \;, \\ B &= 2 + x \;; \end{aligned} \right. \tag{7}$$

la (2) si può dunque scrivere sotto la forma

$$\begin{aligned} A^3 + 6\,(2+x)^2\,A^2 + [9\,(2+x)^4 - 6\,\Theta^2\,(2+x)]\,A \\ + [\Theta^4 - 2\,\Theta^2\,(2+x)^2] = 0 \;. \end{aligned} \tag{8}$$

Presi t (e quindi Θ) ed x ad arbitrio, la (8) dà modo di calcolare la A, e quindi la y, avendosi semplicemente

$$y = \pm \sqrt{A - x^2} \;. \tag{9}$$

Ma con la ipotesi (6) sul valore delle costanti la (4) diventa

$$\Theta \gtreqless 2 \;, \tag{10}$$

e volendo avere le tre forme caratteristiche ho preso dunque successivamente

$$\Theta = 1, 2, 4 \;.$$

§ 3. Come saggio del calcolo proveremo a risolvere la (8) in un caso particolare. E sia per esempio

$$\left\{ \begin{aligned} \Theta &= 4 \;, \\ x &= -0{,}1 \;. \end{aligned} \right.$$

L'equazione prende la forma

$$A^3 + 21{,}66\,A^2 - 65{,}11\,A + 36{,}51 = 0$$

e se ne ricavano le 3 radici

$$\begin{aligned} A_1 &= 1{,}971 \;, \\ A_2 &= 0{,}759 \;, \\ A_3 &= -24{,}405 \;. \end{aligned}$$

Dalle quali segue per la (9)

$$\begin{aligned} y_1 &= \pm \sqrt{1{,}961} &&= \pm 1{,}400 \;, \\ y_2 &= \pm \sqrt{0{,}749} &&= \pm 0{,}865 \;, \\ y_3 &= \pm \sqrt{-24{,}415} &&= \pm 4{,}941 \,.\, i \;. \end{aligned}$$

I primi 4 valori della coordinata y sono dunque reali, e gli ultimi 2 imaginarii.

§ 4. Ciò posto cominciamo a fare

$$\Theta = 1 \,.$$

L' equazione (8) diventa

$$A^3 + 6(2+x)^2 A^2 + [9(2+x)^4 - 6(2+x)]\,A$$
$$+ [1 - 2(2+x)^3] = 0 \,,$$

e fornisce la seguente tabella [1])

TABELLA 1ª.

x	A	y
0,311	0,097	± 0,000
0,200	0,101	± 0,247
0,100	0,106	± 0,310
0,000	0,111	± 0,333
— 0,100	0,117	± 0,327
— 0,200	0,124	± 0,290
— 0,300	0,131	± 0,202
— 0,370	0,137	± 0,000

È facile vedere che la curva meridiana, risultante da questi dati, coincide sensibilmente con una circonferenza di cerchio la quale avesse il centro nel punto

$$(-0{,}0295 \,,\; 0{,}0000)$$

e il raggio uguale a

$$0{,}3405 \,.$$

Dall' equazione

$$(x + 0{,}0295)^2 + y^2 = (0{,}3405)^2$$

1) Si tiene conto dei soli valori positivi della A.

si deduce infatti la

TABELLA 2ª.

x	y
0,2	± 0,25
0,1	± 0,31
0,0	± 0,34
— 0,1	± 0,33
— 0,2	± 0,30
— 0,3	± 0,21

E possiamo dunque affermare che nei primi istanti la forma e la posizione dell'onda sono prossime a quelle di una sfera, il cui centro si va spostando dalla parte delle x negative.

La figura 1 rappresenta il modello relativo al primo caso, ora discusso.

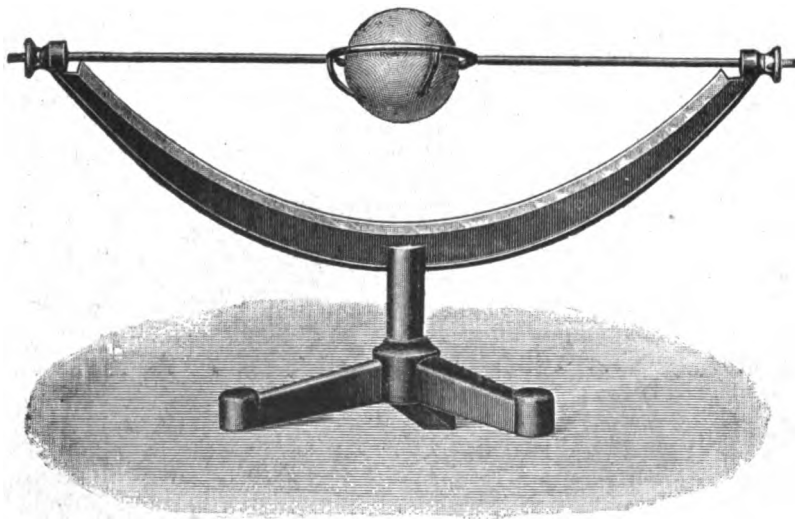



Fig. 1.

In questo modello, come negli altri, che saranno descritti più avanti, è figurata anche la parabola (5) [1].

§ 5. Nell'istante definito dal valore 2 del parametro Θ l'onda possiede un punto doppio (una cuspide), e fora con quella cuspide la (5).

Noi abbiamo da risolvere adesso la

$$A^3 + 6(2+x)^2 A^2 + [9(2+x)^4 - 24(2+x)] A$$
$$+ [16 - 8(2+x)^3] = 0,$$

nuova forma della 8, e siamo condotti ai risultati raccolti nella terza tabella.

TABELLA 3ª.

x	A	y
0,587	0,345	± 0,000
0,500	0,357	± 0,327
0,400	0,372	± 0,460
0,300	0,389	± 0,547
0,200	0,407	± 0,606
0,100	0,427	± 0,646
0,000	0,449	± 0,670
— 0,100	0,473	± 0,680
— 0,200	0,499	± 0,677
— 0,300	0,531	± 0,664
— 0,400	0,567	± 0,638
— 0,500	0,607	± 0,597
— 0,600	0,654	± 0,542
— 0,700	0,712	± 0,471
— 0,800	0,780	± 0,374
— 0,900	0,869	± 0,243
— 0,950	0,922	± 0,141
— 0,960	0,938	± 0,128
— 0,970	0,957	± 0,117
— 0,980	0,969	± 0,093
— 0,990	0,980	± 0,000
— 1,000	1,000	± 0,000

1) I modelli furono costruiti nella scala da 10 ad 1 e poi fotografati.

In base ai quali resultati fu costruito il modello della figura 2.

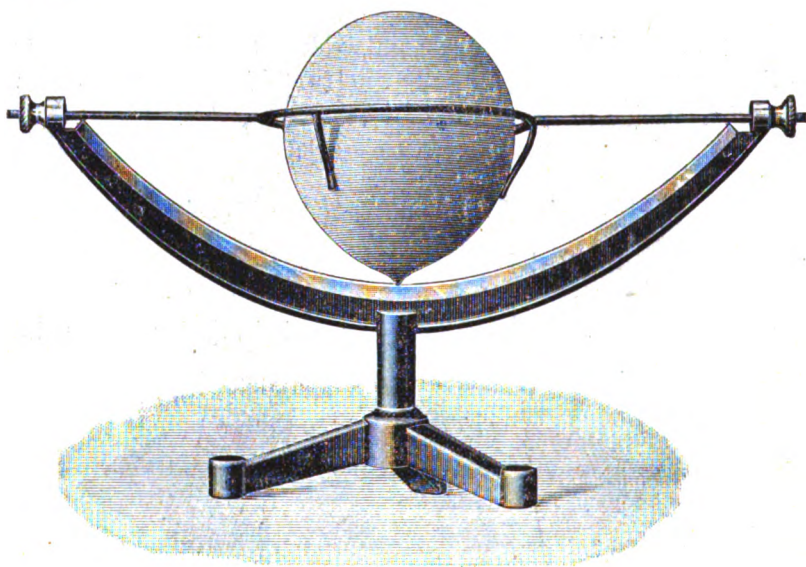



Fig. 2.

§ 6. Nelle ipotesi (6), appena il tempo ha superato l'istante $\Theta = 2$, alcuni valori della x forniscono per A due radici positive, e quindi quattro valori reali per la y.

Fra tutti gli istanti di questo terzo campo ho scelto quello definito dalla

$$\Theta = 4 \ ,$$

nel quale l'onda ripassa per l'origine delle coordinate (punto luminoso).

La (8) prende adesso la forma

$$A^3 + 6(2+x)^2 A^2 + [9(2+x)^4 - 96(2+x)] A$$
$$+ [256 - 32(2+x)^3] = 0$$

e ne risulta la quarta tabella.

TABELLA 4ª.

x	A		y	
1,080	1,166		± 0,000	
0,900	1,242		± 0,658	
0,800	1,288		± 0,805	
0,700	1,338		± 0,921	
0,600	1,392		± 1,016	
0,500	1,452		± 1,096	
0,400	1,516		± 1,164	
0,300	1,588		± 1,224	
0,200	1,667		± 1,276	
0,100	1,756		± 1,321	
0,000	1,856	0,000	± 1,362	± 0,000
— 0,100	1,971	0,759	± 1,400	± 0,865
— 0,200	2,089	1,451	± 1,431	± 1,188
— 0,300	2,270	2,012	± 1,476	± 1,386
— 0,413	2,520	2,520	± 1,533	± 1,533

L'onda del terzo tipo è rappresentata dal modello della figura 3.

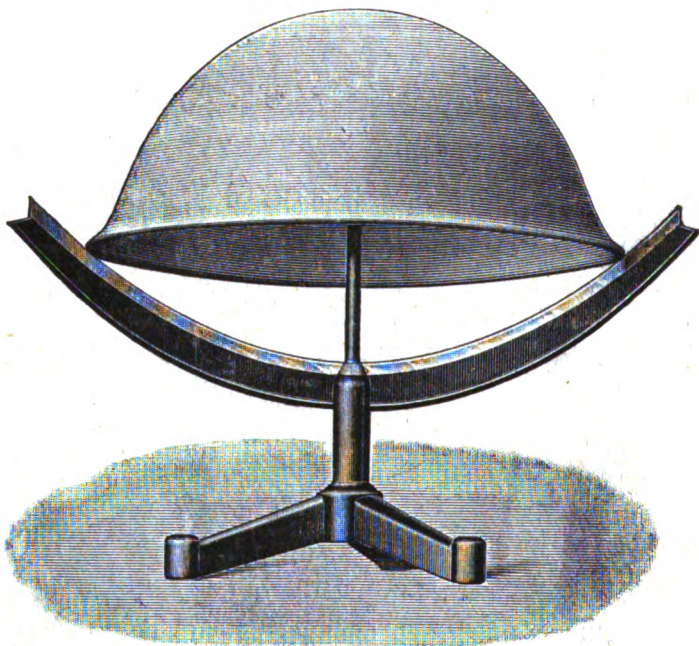



Fig. 3.

Essa ha tutta una circonferenza in comune col paraboloide

$$4 + 4x - y^2 - z^2 = 0 .$$

Genova, Istituto Fisico della R. Università,
Luglio 1909.

SOPRA LA CURVA MERIDIANA DELLA SUPERFICIE D'ONDA DEL MIRAGGIO.

Nota di EDGARDO CIANI.

Il Prof. Garbasso in alcune sue recenti ricerche [1]) si è imbattuto in un ente geometrico che sembra degno di rilievo, non soltanto per il significato fisico, ma anche dal punto di vista matematico.

Si tratta della superficie d'onda del miraggio. Essa è una superficie di rotazione. Alla sua sezione meridiana sono dedicate le brevi pagine seguenti.

L'interesse particolare che presenta questa curva (la quale è algebrica) si concentra intorno al fatto di avere uguali le caratteristiche Plückeriane duali, il che può esprimersi dicendo che è una curva duale di se stessa o, più brevemente chiamandola « *autoduale* ». L'ordine e la classe sono entrambi uguali a sei, la curva possiede otto cuspidi e altrettanti flessi: è priva di punti doppi a tangenti distinte e di bitangenti a punti di contatto distinti. Il genere è dunque uguale a 2. Questo costituisce un'altra particolarità non disprezzabile giacchè gli esempi più ovvi di curve autoduali sono tutti di genere zero. Così ad es. la conica, la cubica cuspidale, la quartica con un nodo e due cuspidi (di cui sono casi particolari metrici la lumaca di Pascal e il cosidetto « cocked hat » [2]) ecc, sono tutte curve razionali. E d'altra parte volendo cercare esempi meno semplici di curve autoduali, non basterà supporre uguali i numeri duali delle formule di Plücker, eppoi cercarne delle soluzioni intere e positive o nulle; giacchè è ben noto come non si possa affatto affermare che a un sistema di numeri interi positivi capaci di soddisfare alle formule

1) Si veda la nota precedente.
2) G. Loria. *Spezielle algebraische und transscendente ebene Kurven*. Leipzig. Teubner. 1902. pp. 140-148.

di Plücker, corrisponda una curva così che le sue caratteristiche Plückeriane sieno rappresentate da quei numeri. Dunque anche dal punto di vista del genere è a ritenersi che la nostra curva sia degna di qualche interesse.

§ I. — *Il caso metrico*

1. La superficie d'onda del miraggio è, come abbiamo già detto, una superficie di rotazione. Per individuarla basta dunque assegnare l'equazione di una sezione meridiana e la posizione dell'asse di rotazione.

Riprendiamo a tale scopo le notazioni di Garbasso. Egli indica con n l'indice di rifrazione e pone:

$$n^2 = n_0^2 + a x$$

dove a è una costante, x una variabile reale e n_0^2 il valore di n per $x = 0$. Rappresentando con t il tempo e facendo le seguenti posizioni:

$$\mathrm{A} = a^2 (x^2 + y^2)\,;\ \mathrm{B} = 2n_0^2 + a x\,;\ \Theta = 3 a t$$

si vede che le due equazioni:

$$\mathrm{B}(3\mathrm{A} + \mathrm{B}^2) - \Theta^2 = 0$$
$$\mathrm{B}^2 - \mathrm{A} = 0$$

possono riguardarsi come quelle di due curve piane dei gradi rispettivi tre e due quando x e y si pensino come coordinate cartesiane ortogonali di un punto in un piano.

Indichiamo con U e V, per brevità, i primi membri delle equazioni precedenti in guisa che esse possano scriversi rispettivamente sotto la forma:

$$\mathrm{U} = 0, \quad \mathrm{V} = 0.$$

Ebbene, la equazione della curva meridiana, che ci proponiamo di studiare, acquista allora la forma notevole

$$\mathrm{U}^2 = \mathrm{V}^3$$

ed è col sussidio di questa forma notevole che ci avviamo adesso allo studio in parola.

2. La curva che ci occupa è dunque una curva piana del sesto ordine o, come suol dirsi brevemente, è una sestica che noi indicheremo col simbolo S. Le due curve $U = 0$, $V = 0$ le chiameremo le curve generatrici di S e specificando: « la cubica generatrice, la conica generatrice ». Quest' ultima intanto è una parabola. Infatti, sostituendo nella sua equazione per A e B i loro valori si trova

$$4 n_0^4 + 4 n_0^2 a x - a^2 y^2 = 0$$

che rappresenta manifestamente una parabola di cui l' asse è $y = 0$ e la tangente nel vertice è la retta :

$$a x + n_0^2 = 0.$$

Allo scopo di semplificare, assumiamo per nuovo asse $x = 0$ la tangente suddetta. Basterà perciò cambiare x in $x - \frac{n_0^2}{a}$ e così troveremo nelle nuove coordinate (che per semplicità seguiteremo a chiamare come le antiche) le due equazioni :

$$4a^3 x^3 + 3a^2 xy^2 + 3a^2 n_0^2 y^2 + 4n_0^6 - \Theta^2 = 0$$
$$4a n_0^2 x - a^2 y^2 = 0$$

come rappresentanti le curve generatrici.

E ora con le posizioni :

$$\frac{n_0^2}{a} = h \; ; \quad \frac{4n_0^6 - \Theta^2}{a^3} = k$$

le equazioni suddette acquistano le forme semplici seguenti :

$$(1) \qquad \begin{aligned} 3y^2 (x + h) + 4x^3 + k = 0 \\ y^2 = 4h x \end{aligned}$$

e quindi quella della sestica S è :

$$(2) \qquad [3y^2 (x + h) + 4x^3 + k]^2 + [y^2 - 4 hx]^3 = 0 .$$

Sopra queste equazioni è più facile lo studio che ci proponiamo di fare.

3. Anzitutto cominceremo dall' osservare che la nostra sestica non è affatto la più generale fra le curve la cui equazione può scriversi sotto la forma

$$U^2 = V^3$$

dove $U = 0$, $V = 0$ sono le equazioni di una cubica e di una conica. Infatti, nel caso nostro, le due curve generatrici suddette non hanno posizione generica, ma sono vincolate da legami geometrici che ora vogliamo porre bene in evidenza.

Intanto le equazioni 1) non mutano cambiando y in $-y$. Dunque l'asse $y = 0$ è un comune asse di simmetria ortogonale per le due curve [1]). Per la parabola generatrice è l'asse ordinario. Per la cubica direttrice esso sarà dunque una delle 9 polari armoniche e il flesso relativo sarà il punto all'infinito di $x = 0$. La forma dell'equazione della cubica mostra poi che la tangente nel flesso suddetto è la retta $x + h = 0$. Ciò si rende più manifesto quando si introduca la omogeneità nella equazione suddetta scrivendola come segue:

$$3\,y^2\,(x + hz) + 4\,x^3 + kz^3 = 0$$

e assumendo, dopo, per $z = 0$ la retta all'infiinito. La costante h è ciò che si chiama il semiparametro della parabola e le coordinate cartesiane del fuoco sono dunque $(h, 0)$. Ebbene la tangente suddetta di flesso non è altro che la polare del fuoco rispetto alla parabola, ossia la sua direttrice.

Finalmente, in coordinate omogenee, si vede che i punti d'incontro dell'asse $y = 0$ con le due curve direttrici, vengono rappresentati dalle due equazioni:

$$4\,x^3 + k\,z^3 = 0$$
$$x\,z = 0$$

il che significa, in linguaggio algebrico, che la seconda forma costituisce la hessiana della prima.

I legami geometrici che vincolano le due curve generatrici sono tutti trovati e sarà bene riassumerli nel seguente enunciato.

« *L'asse della parabola è anche asse di simmetria ortogonale per la cubica generatrice e quindi quest'ultima possiede un flesso all'infinito nella direzione normale a tale asse.*

1) Questo è anche l'asse di rotazione della superficie d'onda del miraggio.

La tangente in tale flesso alla cubica coincide con la direttrice della parabola.

L'asse suddetto taglia la cubica in una terna di punti che ha per coppia hessiana il vertice della parabola e il suo punto all'infinito ».

4. Eliminando la x fra le equazioni (1) si trova

$$(y^2 + 4h^2)^3 = 16h^3(4h^3 - k)$$

e quindi

$$y^2 + 4h^2 = \alpha . 2h\sqrt[3]{8h^3 - 2k}$$

dove α è una qualunqe delle tre radici cubiche dell' unità positiva. E poichè una sola di queste è reale (uguale a uno) e le altre sono immaginarie coniugate, così si può dire che i 6 punti comuni alle due curve generatrici sono generalmente distinti. Quattro sono immaginari. I due rimanenti possono essere reali distinti, reali coincidenti, o immaginari coniugati. Corrispondentemente si hanno tre tipi distinti di superficie d'onda, già segnalati dal Garbasso.

5. Cerchiamo ora le caratteristiche Plückeriane della nostra sestica S. L' ordine intanto è uguale a 6. « *I sei punti, generalmente distinti* (cfr. il num. prec.): *comuni alle due curve generatrici, sono altrettante cuspidi per S* ». Questa affermazione non è evidente, ma troviamo opportuno darne la dimostrazione, in coordinate proiettive, al N. 8. Per determinare altre caratteristiche ricorreremo ai punti all' infinito della curva. A tale scopo torniamo a rendere omogenea la equazione (2) della S introducendo la terza coordinata z e dopo (assumendo per $z = 0$ la retta all'infinito) facciamo $z = 0$. Troveremo così che i punti all' infinito richiesti dipendono dalla equazioni seguente:

$$(3y^2x + 4x^3)^2 + y^6 = 0$$

che può anche scriversi

$$(x^2 + y^2)(4x^2 + y^2)^2 = 0. \tag{3}$$

Consideriamo separatamente le due soluzioni

$$x^2 + y^2 = 0, \ (4x^2 + y^2)^2 = 0 .$$

Assumendo la prima si vede che la curva passa per i punti ciclici del piano. Ma vi passa semplicemente perchè il fattore x^2+y^2 entra al 1° grado nella (3). La equazione complessiva delle tangenti a S nei suddetti punti è

$$(4) \qquad y^2+(x-hz)^2=0\,.$$

Infatti se si pone $y^2=-(x-hz)^2$ nella equazione di S (resa omogenea) si perviene alla seguente equazione in x,z:

$$\{(x+hz)^3+z^3(k-4h^3)\}^2-\{(x+hz)^3\}^2=0$$

che può anche scriversi nel modo seguente (decomponendo la differenza dei due quadrati)

$$\{2(x+hz)^3+z^3(k-4h^3)\}\{k-4h^3\}z^3=0\,.$$

E siccome quest' ultima è soddisfatta da $z^3=0$ così, non solo è dimostrato l' affermazione fatta sopra, ma ne segue che i punti ciclici sono due flessi e le relative tangenti sono quelle la cui equazione complessiva è la (4). Esse si tagliano manifestamente nel fuoco della parabola generatrice.

6. Per studiare il modo di comportarsi di S negli altri due punti all' infinito dati da

$$4x^2+y^2=0$$

consideriamone uno che indicheremo con P. Le sue coordinate potranno scriversi così:

$$P\equiv(1,2i,0)$$

dove i è l' unità immaginaria. Cambiando i in $-i$ otterremo le coordinate dell' altro. Indichiamo poi con R un punto qualunque dell' asse di simmetria, cosicchè le sue coordinate potranno rappresentarsi con

$$R\equiv(1,0,m)\,.$$

Al variare di m, R varia descrivendo l' asse suddetto e quindi la retta PR varia descrivendo il fascio di centro P, e finalmente un punto variabile a sua volta sulla retta PR avrà per coordinate:

$$1+\lambda,\ 2i,\ \lambda m$$

per tutti i valori possibili di λ.

Per trovare dove la retta P R incontra la nostra sestica S dovremo sostituire le coordinate ultime scritte nella equazione di S. Troveremo così la seguente equazione di 6° grado in λ:

$$\{\lambda^3 (km^3 + 4) + 12 \lambda^2 - 12 hm \lambda - 8\}^2 -$$
$$- 64 \{\lambda^2 mh + \lambda mh + 1\}^3 = 0$$

che, ordinando in λ, diviene:

$$\lambda^6 \{(km^3 + 4)^2 - 64 m^3 h^3\} + \lambda^5 \{24 (km^3 + 4) - 192 m^3 h^3\} +$$
$$+ \lambda^4 \{144 - 24 hm (k m^3 + 4) - 192 m^2 h^2 - 192 m^3 h^3\} +$$
$$+ \lambda^3 \{- 16 (km^3 + 4) - 288 hm - 384 m^2 h^2 - 64 m^3 h^3\} -$$
$$- \lambda^2 \{48 m^2 h^2 + 192 + 192 mh\} = 0 .$$

Siccome questa è soddisfatta da $\lambda^2 = 0$ così vuol dire che P è un punto doppio per S. Fra tutte le rette passanti per P (s'intende nel piano di S) quelle per cui m ha tale valore da annullare il coefficiente di λ^2, saranno tangenti nel punto doppio P. Ma annullando il coefficiente di λ^2 si perviene alla condizione

$$mh + 2 = 0$$

la quale individua una sola retta capace di incontrare la S in tre punti riuniti in P. Dunque P è una cuspide.

Abbiamo quindi il seguente enunciato.

« *La sestica S possiede, all' infinito, due flessi e due cuspidi. I flessi sono nei punti ciclici del piano e le tangenti relative concorrono nel fuoco della parabola generatrice. Anche le due cuspidi sono immaginarie coniugate. La equazione complessiva delle tangenti relative è in coordinate cartesiane:*

$$(2x + h)^2 + y^2 = 0 .$$

Esse dunque convergono in quel punto dell' asse di simmetria che è a agual distanza dal vertice della parabola e dalla sua direttrice ».

La nostra sestica viene quindi a possedere otto cuspidi: cioè le due sopra indicate e altre sei nelle intersezioni delle due curve generatrici (cf. il N. 5). Vedremo in seguito che non ne ha altre. Fra tutte, due al più possono essere reali.

7. Siamo ora in grado di calcolare tutte le caratteristiche Plückeriane di S. Siccome occorrerà citare le formule di Plücker così non sarà inopportuno introdurre le seguenti notazioni. Sia data una curva algebrica irriduttibile. Indichiamo con n l'ordine, con m la classe, con δ il numero dei punti doppi a tangenti distinte, con τ il numero delle tangenti doppie a punti di contatto distinti, con k il numero delle cuspidi, con i il numero dei flessi.

Nel nostro caso della S si sa che

$$n = 6 ; \quad k = 8 + \alpha ; \quad i = 2 + \beta$$

dove α e β sono nulli, o numeri interi positivi. Ora, una delle formule di Plücker può essere scritta:

$$i = 3n(n-2) - 6\delta - 8k .$$

Ne segue, per il caso della S,

$$\beta + 6\delta + 8\alpha = 6 \tag{5}$$

e quindi $\alpha = 0$ e inoltre $\delta = 0$, oppure $\delta = 1$.

Ma se esistesse un solo punto doppio a tangenti distinte, esso (a causa della simmetria) dovrebbe trovarsi all' infinito, o sull' asse di simmetria. Ma i resultati del N. precedente escludono che esso possa trovarsi all' infinito. D' altra parte i punti d' intersezione della S con l' asse di simmetria dipendono dalle radici della equazione:

$$16x^6 + 8x^3(k - 8h^3) + k^2 = 0 .$$

Questa dovrebbe dunque avere almeno una radice doppia. E quindi dovrebbe avere una radice doppia la equazione seguente:

$$16\lambda^2 + 8\lambda(k - 8h^3) + k = 0$$

il che non è in generale (perchè annullare il suo discriminante equivale a esigere una condizione fra k e h).

Dunque si ha, in generale, $\delta = 0$. Allora dalla (5) segue $\beta = 6$ e per conseguenza

$$k = i = 8 .$$

Servendosi quindi della formula:

$$k - i = 3(n - m)$$

resulta $m = n = 6$ e finalmente dalla

$$\delta - \tau = (n - m)(n - m + 1)$$

si ha

$$\delta = \tau = 0 .$$

Ecco quindi trovate le caratteristiche richieste

$$n = m = 6 ; \quad k = i = 8 ; \quad \delta = \tau = 0 .$$

Si ha quindi il seguente resultato: « *La sestica S è una curva duale di se stessa. L'ordine e la classe sono entrambi uguali a 6. Essa possiede otto cuspidi e altrettanti flessi. È priva di punti doppi a tangenti distinte e di tangenti doppie a punti di contatto distinti. Il genere è dunque uguale a due* ». E si potrebbe facilmente vedere che, fra tutte le curve autoduali di genere due, è quella che ha l'ordine minimo.

§ II. — *Il caso proiettivo.*

8. Dal punto di vista proiettivo (usando anche un linguaggio più appropriato) si può dire che l'equazione della nostra sestica S può scriversi sotto la forma

$$U^2 = V^3$$

dove U e V sono due ternarie: cubica la prima, quadratica la seconda. Geometricamente le equazioni

$$U = 0 \ , \quad V = 0$$

rappresentano in coordinate proiettive due curve dei gradi rispettivi tre e due (o come si suol dire una cubica e una conica). Seguiteremo a chiamarle le curve generatrici di S. Anzitutto, servendosi delle attuali coordinate proiettive, dimostreremo l'affermazione del N. 5, che cioè: ogni punto comune alle due curve generatrici $U = 0$, $V = 0$ è una cuspide per la sestica S (la cui tangente cuspidale coincide con la tangente a $U = 0$ in tale punto).

Infatti assumendo un simile punto come (001) le equazioni di U e V potranno scriversi:

$$a_1 x_3^2 + a_2 x_3 + a_3 = 0$$
$$b_1 x_3 + b_2 = 0$$

dove le a e le b sono binarie in $x_1\, x_2$ d'ordine uguale al loro indice.

L'equazione di S sarà dunque:

$$(a_1 x_3^2 + a_2 x_3 + a_3)^2 - (b_1 x_3 + b_2)^3 = 0$$

ossia, ordinando in x_3:

$$x_3^4 a_1^2 + x_3^3 (2 a_1 a_2 - b_1^3) + x_3^2 (a_2^2 + 2 a_1 a_3 - 3 b_1^2 b_2) +$$
$$+ x_3 (2 a_2 a_3 - 3 b_1 b_2^2) + a_3^2 - b_2^3 = 0$$

e il semplice esame di questa equazione dimostra l'asserto.

9. Il legame metrico che si esprime dicendo che le due curve generatrici godono entrambe simmetria ortogonale rispetto a una retta (cfr. il N. 3), equivale proiettivamente ad esigere che un flesso e la relativa polare armonica della cubica generatrice, sieno polo e polare rispetto alla conica generatrice. Esigiamo inoltre che la polare armonica suddetta tagli la cubica in una terna di punti la cui coppia hessiana sia costituita dai punti in cui la stessa retta taglia la conica. E infine assumiamo per $x_2 = 0$ tale retta; per (010) il flesso dianzi nominato e per (100), (001) i punti della coppia hessiana sopra indicata. Le equazioni delle due curve potranno scriversi nel modo seguente:

$$x_2^2 (a x_1 + b x_3) + c x_1^3 + d x_3^3 = 0$$
$$m x_2^2 + n x_1 x_3 = 0$$

dove a, b, c, d, m, n sono costanti.

La simmetria ortogonale di cui esse godevano nel caso metrico è adesso sostituita dalla omologia armonica

$$\begin{pmatrix} x_1 & -x_2 & x_3 \\ x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}$$

che trasforma in se stessa tanto l'una quanto l'altra.

Finalmente, nel caso metrico, abbiamo notato un ulteriore legame fra le curve generatrici, espresso dal fatto che la tangente nel flesso all'infinito della cubica, coincideva con la direttrice della parabola (N. 3). Non è facile esprimere in forma semplice il corrispondente legame proiettivo. Noi lo sostitui-

remo scrivendo una equazione di condizione fra a, b, c, m, n. Per ottenerla, eseguiamo la seguente trasformazione di coordinate

$$x_1 = \alpha x \; ; \quad x_2 = \beta x \; ; \quad x_3 = \gamma z$$

dove α, β, γ sono costanti da determinarsi nel modo che risulterà dalle seguenti considerazioni.

Intanto le equazioni trasformate sono:

$$y^2 (\alpha \beta^2 a x + b \beta^2 \gamma z) + c \alpha^3 x^3 + d \gamma^3 z^3 = 0$$
$$m \beta^2 y^2 + n \alpha \gamma x z = 0$$

che possono scriversi anche così:

$$3 y^2 \left(x + \frac{b \gamma}{a \alpha} z \right) + 4 \, . \frac{3 c \alpha^2}{4 a \beta^2} \, . \, x^3 + d \, . \, \frac{3 \gamma^3}{a \beta^2 \alpha} z^3 = 0 \, .$$

$$y^2 = 4 \left(\frac{- n \alpha \gamma}{4 m \beta^2} \right) x z \, .$$

Ebbene, se è possibile fare:

$$\frac{b \gamma}{a \alpha} = \frac{- n \alpha \gamma}{4 m \beta^2} \, , \quad \frac{3 c \alpha^2}{4 a \beta^2} = 1 \, ,$$

saremo pervenuti alle (1). Ora essendo α, β, γ differenti da zero, dalle due condizioni precedenti si trae:

$$a^2 n + 3 m b c = 0 \, .$$

che è l'equazione di condizione cercata. Adempiuta questa, si può fare $\beta = \gamma = 1$; $\alpha = 2 \sqrt{\frac{a}{3 c}}$ e dopo:

$$h = \frac{b}{a \alpha} \, , \quad k = \frac{3 d}{a \alpha}$$

dove α ha il prcedente valore.

10. Non possiamo chiudere queste poche osservazioni senza far notare la esistenza di altre sestiche piane notevoli la cui equazione può scriversi sotto la forma

$$U^2 = V^3$$

dove U e U sono due ternarie dei gradi rispettivi tre e due. Tali sestiche non sono altro che le duali di quartiche razionali.

Abbiasi infatti una curva piana razionale di 4ª classe. Le coordinate omogenee di una sua tangente mobile potranno riguardarsi come funzioni razionali intere di 4° grado di un parametro λ cosicchè indicando con $u_1\, u_2\, u_3$ quelle coordinate, avremo:

$$(6)\quad \begin{cases} u_1 = a_1\,\lambda^4 + 4\,b_1\,\lambda^3 + 6\,c_1\,\lambda^2 + 4\,d_1\,\lambda + e_1 \\ u_2 = a_2\,\lambda^4 + 4\,b_2\,\lambda^3 + 6\,c_2\,\lambda^2 + 4\,d_2\,\lambda + e_2 \\ u_3 = a_3\,\lambda^4 + 4\,b_3\,\lambda^3 + 9\,c_3\,\lambda^2 + 4\,d_3\,\lambda + e_3 \end{cases}$$

dove le a, b, c, d, e sono costanti.

Sia ora un punto generico M di coordinate $y_1\, y_2\, y_3$. Le coordinate $u_1\, u_2\, u_3$ di una retta incidente a M soddisfano alla condizione:

$$u_1\, y_1 + u_2\, y_2 + u_3\, y_3 = 0\,.$$

E quindi le 4 tangenti della nostra curva passanti per M saranno individuate dai 4 valori di λ che sono radici della seguente equazione di 4° grado in λ:

$$(7)\qquad \lambda^4\, a_y + 4\,\lambda^3\, b_y + 6\,\lambda^2\, c_y + 4\,\lambda\, d_y + e_y = 0$$

dove

$$a_y = a_1\, y_1 + a_2\, y_2 + a_3\, y_3\,;\quad b_y = b_1\, y_1 + b_2\, y_2 + b_3\, y_3$$
$$c_y = c_1\, y_1 + c_2\, y_2 + c_3\, y_3\,;\quad d_y = d_1\, y_1 + d_2\, y_2 + d_3\, y_3$$
$$e_y = e_1\, y_1 + e_2\, y_2 + e_3\, y_3\,.$$

Ebbene, annullando il discriminante della (7) si avrà il luogo di un punto da cui partono due tangenti coincidenti della nostra curva, cioè la sua equazione in coordinate di punti. Ora se si pone

$$U = 3\sqrt{3}\begin{vmatrix} a_y & b_y & c_y \\ b_y & c_y & d_y \\ c_y & d_y & e_y \end{vmatrix}$$

$$V = a_y\, e_y - 4\, b_y\, d_y + 3\, c_y^2$$

è ben noto [1]) che il discriminante in parola è

$$U^2 = V^3\,.$$

1) Cfr. p. es. Clebsch Lindemann. Vol. I, pag. 284-299.

Dunque la precedente equazione rappresenterà, nelle coordinate y_i, una sestica piana razionale, che sarà certamente differente dalla nostra sestica S perchè quest'ultima è del genere due (cfr. il N. 7).

Ne concludiamo dunque che data una qualsiasi equazione del tipo $U^2 = V^3$ non si potrà dire che essa rappresenti sempre una sestica razionale come potrebbe supporsi da un esame superficiale del tipo della sua equazione. Si tratterà di una sestica razionale se sarà possibile il passaggio (inverso di quello sopra svolto) dalla equazione alla forma parametrica (6). Ora, anche un semplice computo di costanti dimostra che un tale passaggio non è sempre possibile. Ciò significa che per potere attuare un tal passaggio dovranno le due curve $U = 0$, $V = 0$ essere collegate da particolari vincoli geometrici. Pure ignorando quali debbano essere questi vincoli, si può affermare però che non saranno compatibili con quelli che debbono sussistere e che abbiamo effettivamente determinato nel caso che $U^2 = V^3$ rappresenti la nostra sestica S.

Quinto al mare.
Luglio 1909.

SULLA PROBABILE FUSIONE DEL CARBONIO NELL'ARCO ELETTRICO CANTANTE E NELLA SCINTILLA,

per il Dott. M. LA ROSA [1]).

I progressi rapidi realizzati nel campo delle basse temperature hanno permesso la liquefazione di tutti i gas, una volta ritenuti *permanenti*. Perfino l'elio, che oppose le più gravi difficoltà, è stato recentemente vinto.

Un successo egualmente completo non possiamo ancora vantare sui corpi per l'addietro considerati come *refrattari;* alcuni di essi infatti non sono stati fin' oggi fusi. Fra questi va certamente scritto il carbonio, e sembra, secondo l'opinione prevalente, che vi si debbano comprendere il boro, il molibdeno, il wolframio.

Antiche esperienze di Despretz [2]) fecero per un certo tempo ritenere che anche il carbonio avesse ceduto alla potenza del calore. Sotto l'azione simultanea dell'arco voltaico, del cannello ossidrico e dei raggi solari, concentrati da una grande lente a scalone, il carbonio fu visto rammollirsi, e furono viste formarsi e colare delle piccole goccioline di un corpo durissimo, che incideva il rubino, e che perciò fu ritenuto diamante nero.

Ma le brillanti ricerche di Moissan [3]) fecero completa giustizia di questo primo tentativo.

Esse dimostrarono che il carbonio puro, mantenuto per un tempo relativamente lungo nel forno elettrico, non presentava mai tracce di fusione. Le diverse varietà (carbone di zucchero, di legno, di storta, ecc.) si trasformavano sempre in grafite,

1) Ricerche fatte nell'Istituto Fisico della R. Università di Palermo. Comunicate al VII Congr. Intern. di Chimica Applic., Londra, maggio 1909.

2) Despretz. Compts Rendus de l'Acad. des Sciences. t. XXVIII, pag. 755; 1849.

3) Moissan. Recherches sur les différentes variétés de carbone. Mem. III. Reproduction du diamant. Ann. de Chim. et de Phys. ser. 7, t. VIII; pag. 466, 1896.

ma ogni granellino, esaminato al microscopio, *conservava la sua forma più o meno frastagliata, e non presentava mai traccia di saldatura coi granellini circostanti.*

I segni di fusione, già descritti da Despretz (e notati spesso da coloro che hanno lavorato per un certo tempo con l' arco voltaico), si presentano a causa delle impurezze contenute nel carbone. Si formano allora, come Moissan ha dimostrato, dei composti di carbonio fusibili nell'arco elettrico, alcuni dei quali (siliciuro e boruro) hanno una durezza uguale e anche superiore a quella del diamante trasparente [1]).

Lo stesso Moissan, però, credette che la fusione del carbonio, impossibile alla pressione ordinaria, si potesse invece ottenere sotto l'azione di elevatissime pressioni.

L' esito delle sue celebri ricerche sulla produzione artificiale del diamante, lo confermarono viemeglio in questa sua credenza, che gli era servita di guida.

Il suo pensiero completo su questo importante problema si trova sinteticamente espresso nelle conclusioni, che chiudono la memoria sopra citata:

« . . . . . le carbone peut être comparé à l' arsenic, que, dans le vide, comme à la pression ordinaire, il passe de l'état solide à l' état gazeux sans prendre la forme liquide . . . . . ».

« . . . . . Nous estimons cependant que le carbone peut être amené à l' ètat liquide, mais ce phénoméne ne se produit que sous l' action de presssion trés fortes . . . . . ».

Queste conclusioni sono state generalmente accolte, ed hanno condotto a riguardare il carbonio come un corpo addirittura infusibile a pressione ordinaria [2]).

Ma evidentemente esse contengono più di quello che risulta dai fatti sperimentali.

Questi dimostrano soltanto che il carbonio alla temperatura dell' arco élettrico sublima senza fondere; si poteva quindi solamente affermare che il carbonio, a pressione ordinaria, non ha un punto di fusione, compreso nei limiti di temperatura raggiunti col forno elettrico; di più, se si ammette che nelle

1) Moissan, l. c, pag. 468.
2) Cfr. Landolt, Tabellen, 3 Auflage, pag. 258.

esperienze ad elevate pressioni il carbonio raggiungeva lo stato liquido (cosa che non sorge *necessariamente* dalle ricerche di Moissan [1]), si poteva ancora affermare che esso è uno di quei corpi, che, sotto l'azione di forti pressioni, assumono un punto di fusione più basso.

Per potere concludere che il carbonio si comporta come l'arsenico, che cioè esso a pressione ordinaria *non può* assumere lo stato liquido, bisognava ancora provare che, alla temperatura del forno elettrico, o anche a temperature più basse, esso possiede già una tensione di vapore più elevata della pressione atmosferica.

Ma una tale circostanza non è stata mai accertata con l'esperienza; anzi, data la piccola velocità di consumo degli elettrodi di carbone nell'arco voltaico, si è piuttosto condotti a credere che fino a quella temperatura tale tensione è notevolmente minore della pressione atmosferica.

Se così è, il comportamento del carbonio si può con più ragione ravvicinare a quello dell'jodio.

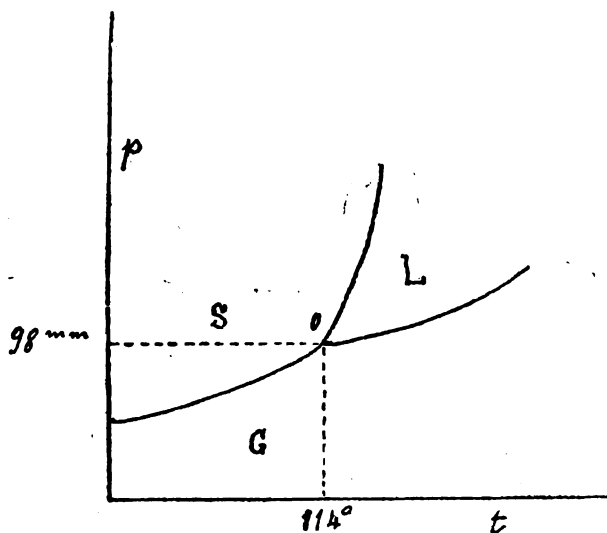



Fig. 1.

1) Infatti si può pensare, come è stato osservato da qualcuno, che le particelle cristallizzate, ottenute da Moissan, provenissero dal carbonio, che era passato in soluzione nel ferro liquido ad alta temperatura; le esperienze di Hasslingher e di Friedländer confermerebbero questo modo di vedere.

Com' è noto, questo corpo ha una tensione di vapore notevole a temperatura ordinaria, ed è perciò capace di sublimare. Se i nostri mezzi non ci permettessero di raggiungere la temperatura del punto triplo (114°), noi conosceremmo il jodio nelle sole fasi solida e gassosa; ma sarebbe certamente erroneo concludere che la fase liquida a pressione ordinaria non può mai esistere, appunto perchè la sua tensione di vapore, alle temperature che in questo momento supponiamo accessibili, si mantiene minore della pressione atmosferica. Un semplice innalzamento di temperatura può produrre, come infatti produce, la fusione.

Ad ogni modo, anche volendo lasciare completamente imprecisato il valore della tensione di vapore del carbonio fino alla temperatura del forno elettrico, si può, con la stessa ragione, ravvicinare il comportamento del carbonio tanto a quello dell'arsenico, come a quello dell'jodio. Potremo quindi con uguale probabilità aspettarci che il carbonio possa, o no, venire fuso per mezzo di un conveniente innalzamento di temperatura e senza aumento di pressione.

La quistione della fusibilità del carbonio a pressione ordinaria rimane, quindi, aperta; ed all'esperienza sola tocca la decisione.

Per ciò è necessario possedere dei mezzi, che permettano di raggiungere temperature più alte di quella del forno elettrico.

In proposito le mie ricerche sulla trasformazione dello spettro dell'arco cantante [1]) mi autorizzavano, se non a ritenere, certamente a sperare, che la temperatura raggiunta dall'arco, nelle condizioni in cui esso dà brillantissimo lo spettro di scintilla, fosse superiore a quella dell'arco continuo e del forno elettrico. Ricordo che, in queste condizioni, la potenza media specifica, spesa nel cammino della scarica, è assai più grande di quella che si può ammettere per l'arco continuo, anche se di grandissima intensità. Anzi, da un certo punto di

1) **Memoria della R. Acc. dei Lincei, ser. 5.a, vol. VII, pag. 451, 1908; oppure questo periodico, ser. 5.a, vol. XVII, pag. 203, 1909; oppure Ann. der Phys., IV fol., Bd. 29, s. 249, 1909.**

vista, si potrebbe mettere in discussione la tendenza di Moissan d'impiegare intensità di corrente colossali nel suo forno elettrico (fino a 2200 ampère). È noto infatti che il grado di eccitazione luminosa dell'arco tende a decrescere al crescere dell'intensità, e nel mio lavoro citato ho messo in rilievo che la potenza specifica tende a diminuire parallelamente; si potrebbe quindi pensare ad una diminuzione, anzichè ad un aumento, di temperatura, al crescere dell'intensità [1]).

Tali considerazioni m'indussero a tentare la fusione del carbonio per mezzo dell'arco musicale.

A questo scopo mi sono servito della solita lampada ad arco, a forma di spinterometro, con i carboni disposti verticalmente. L'inferiore penetrava, a sfregamento dolce, dentro un crogiuolo di materia refrattaria, per un foro praticato nel fondo; il superiore passava attraverso ad un foro uguale praticato nel coperchio. Questo crogiuolo era assicurato ad un sostegno fornito di cremagliera, mediante cui si poteva, con facilità, regolare l'altezza di esso rispetto all'arco.

Il circuito d'alimentazione era a 300 volt, e comprendeva un reostato, per regolare la corrente fra 1 e 20 ampère, ed un amperometro. Il circuito derivato possedeva 60 microfarad di capacità, e resistenza ed induttanza piccolissime.

Riempito il crogiuolo, fino a poco più di metà dell'altezza, con polvere di carbone, ottenuto da zucchero cristallizzato, se ne regolava la posizione rispetto all'arco, in modo che l'estremo dell'elettrodo inferiore restava tre o quattro mm. al di sotto della superficie dello strato di polvere; indi si accendeva l'arco.

Se lo strato di polvere sovrapposta all'elettrodo inferiore non aveva uno spessore eccedente quello sopra indicato, il regime oscillatorio non stentava a stabilirsi. Allora la polvere era violentemente cacciata in tutti i sensi, ed il suono emesso dall'arco diveniva più intenso; ma, regolata con cura l'altezza del crogiuolo, si riusciva a mantenere costantemente sull'elet-

1) Non di meno dei vantaggi potevano conseguirsi per il fatto che l'arco si trovava in un ambiente chiuso, nel quale le perdite rimanevano forse pressochè costanti, mentre cresceva molto la quantità di calore introdotta.

trodo inferiore un piccolo strato di polvere (facendola ricadere continuamente dalla superficie libera, divenuta imbutiforme, mercè l'aiuto di opportuni colpetti), che non impacciava in modo notevole il pieno sviluppo del fenomeno oscillatorio.

Aspettando qualche tempo, si trovavano sui due elettrodi, rimasti intatti, (la polarità poteva essere qualsiasi, ma era preferibile prendere come positivo l'inferiore) delle incrostazioni, diverse fra loro per forma e dimensioni. Quella dell'elettrodo positivo era più larga che alta, aveva la forma esterna di un tronco di cono, che appoggia con la base più piccola sull'elettrodo; l'altra base era notevolmente scavata, sicchè l'incrostazione nell'insieme aveva l'aspetto di una coppa; e poteva raggiungere l'altezza di 6 o più mm., ed il diametro massimo di 14 mm.

Quella dell'elettrodo negativo aveva una forma allungata, presso a poco cilindrica, con un diametro poco inferiore a quello dell'elettrodo (11 mm.), presentava sulla superficie laterale dei piccoli rigonfiamenti, e poteva raggiungere l'altezza di 10 mm. In cima era più sottile ed arrotondata.

La superficie laterale delle due incrostazioni era nera, e vi si distinguevano attaccati i granellini di carbone; invece le superficie terminali, sulle quali si appoggiava l'arco, erano di tinta grigia non uniforme, e presentavano delle larghe venature di un grigio più sbiadito; erano inoltre dotate di lucentezza grassa e sembravano leggermente smaltate.

Distruggendo queste incrostazioni, si trova una parte periferica poco resistente, quasi friabile, la quale con un piccolo sforzo si lascia ridurre in una polvere, che al microscopio mostra i granelli di carbone primitivi, trasformati in tutto o in parte in grafite, ed una parte più interna, che è di grafite molto compatta e resistente agli sforzi di rottura; essa è molto untuosa e lucente. Esaminate al microscopio, queste massecole di grafite non lasciano distinguere più traccia dei contorni e della struttura delle particelle di carbone primitive.

Alle volte quando la ricaduta della polvere nell'arco non era graduale, il nocciolo dell'incrostazione inferiore non era uniforme e presentava parecchi strati alternati alcuni friabili, altri compatti.

Si poteva credere a tutta prima che la formazione delle descritte incrostazioni potesse dipendere da piccole quantità di impurezze, contenute nella polvere di carbone adoperata e negli elettrodi, analogamente a quanto fu sopra osservato per le esperienze di Despretz. I composti fusibili, che il carbonio forma colle impurezze, avrebbero infatti potuto fare da cemento, e saldare insieme le particelle di carbone circostanti, già trasformate in grafite dall'arco.

Son perciò passato alla determinazione quantitativa delle ceneri, lasciate tanto dal carbone di zucchero, che dagli elettrodi impiegati e dalla grafite ottenuta dopo il trattamento. Ecco i risultati:

Carbone di zucchero	0,08 °/₀
» degli elettrodi	0,33 °/₀
Grafite ottenuta	0,05 °/₀ .

La quantità di grafite bruciata in questa determinazione fu uguale a gr. 1,290.

È notevole il fatto che questa grafite si mostrò molto resistente alla combustione. Risultò da una prova preliminare, che non era possibile fare la combustione nelle canne di vetro generalmente impiegate per questo scopo, poichè alla temperatura alla quale la grafite cominciava a bruciare, il vetro si rammolliva e si perforava. Fu quindi necessario fare uso di una canna di porcellana.

Il residuo lasciato dalla grafite era dunque molto piccolo, più piccolo ancora di quello del carbone di zucchero impiegato. Il risultato di questa analisi, la grande tenacità delle massecole, e la compattezza osservata al microscopio, mi conducono ad escludere che le incrostazioni descritte potessero risultare da particelle di grafite cementate insieme, nel modo già detto, mediante piccole quantità di materie estranee.

Si potrebbe ancora pensare che la formazione di queste incrostazioni fosse dovuta a sublimazione del carbonio.

In tale ipotesi il loro maggiore o minore sviluppo avrebbe dovuto dipendere principalmente dalla durata del fenomeno, e solo in linea accessoria dalle altre circostanze che lo accompagnano. Ma osservando direttamente l'interno del crogiuolo,

attraverso ad una piccola fessura, ho potuto notare che, durante il fenomeno oscillatorio, l' arco è circondato da un piccolo turbine, che travolge in continuazione la polvere incandescente fra i due elettrodi, e che le incrostazioni si formano in un tempo tanto più breve, e raggiungono facilmente dimensioni tanto più grandi, quanto più vivo è il turbine e più rumoroso è l' arco.

Di più, ripetendo l' esperienza in condizioni identiche con l' arco continuo, e prolungandone anche per parecchie ore la durata, non si ritrova il risultato avanti descritto. Si riesce ad ottenere sugli elettrodi (se si prolunga molto l' esperienza e se si cerca di tanto in tanto di comprimere la polvere tra i carboni dell' arco) degli agglomerati, che hanno una forma esteriore analoga, ma essi presentano una coesione molto piccola; sotto l' azione della debole compressione, esercitata dalle dita nel prenderle, si rompono, risolvendosi in una polvere, che ha gli stessi caratteri di quella che proviene dallo strato esterno delle incrostazioni avanti descritte.

L' insieme di queste osservazioni ci porta quindi ad ammettere che le incrostazioni suddette sono prodotte dall' accumularsi successivo di goccioline tenuissime di carbone; cioè che *le particelle di carbone, investite dalla scarica intermittente, raggiungono lo stato liquido e si saldano agli elettrodi, fra cui esse sono continuamente travolte.* Da ciò deriva, in conformità a quanto, per altre ragioni, era stato da me ritenuto, che *la temperatura dell' arco cantante, nelle condizioni in cui esso emette lo spettro di scintilla, è realmente più elevata di quella dell'arco ordinario e del forno elettrico.*

Ciò ammesso, nulla impediva di credere che le particelle di carbonio liquido, raffreddandosi in condizioni opportune, avessero potuto cristallizzare sotto forma di diamante.

Però, com' è noto, il solo stato allotropico del carbonio, stabile ad elevata temperatura, è quello di grafite; il diamante stesso, introdotto nell' arco elettrico, si gonfia e si trasforma in grafite.

Volendo, dunque, assicurarmi se fosse stato possibile ottenere particelle di diamante, era necessario operare in modo

che le particelle di carbonio, investite e fuse dalla scarica, potessero tornare rapidamente e definitivamente a bassa temperatura.

Una tale condizione non poteva essere soddisfatta nelle esperienze sopra descritte; tutta la polvere di carbone, che circondava gli elettrodi, si manteneva costantemente all' incandescenza bianca, e quindi, se in seguito alla liquefazione, tendevano a prodursi delle particelle di diamante, esse dovevano tosto trasformarsi in grafite.

Per tenere la massa di carbone a bassa temperatura, ho fatto diversi tentativi; ma in ultimo ho ricorso all' impiego di una poderosa scintilla condensata.

La potenza media spesa della scarica nell' unità di massa, in questo caso [1]), è dello stesso ordine di grandezza, e forse più grande, di quella dell' arco precedentemente impiegato; ma essendo più piccola la quantità di energia trasportata da ciascuna scarica, e le scariche stesse assai meno frequenti, la temperatura dell' intera massa di carbone sottomessa al trattamento elettrico, superava sempre di poco la temperatura dell' ambiente.

In queste condizioni le poche particelle, investite dalla scarica, potevano sempre raggiungere l' elevata temperatura, necessaria per la fusione, ma in un tempo brevissimo tornavano definitivamente a temperatura ordinaria.

La scintilla usata era fornita dalla scarica di una batteria di 72 grandi bocce di Leyda, riunite in superficie. La capacità di ciascuna, calcolata in base alle dimensioni, risulta poco maggiore di 500 centimetri.

La batteria era caricata per mezzo di un grande rocchetto d' induzione Klingelfuss, di 80 cm. di scintilla, eccitato mediante interruttore di Wehnelt, da una corrente media di 40 amp. circa.

La massa di carbone, che per un certo tempo era rimasta sotto l' azione delle scintille, veniva sospesa dapprima in bromoformio (densità 2,9); si separavano così da essa poche particelle più pesanti, che, dopo isolate e lavate con alcool ed

1) Cfr. M. La Rosa, l. c.

etere, venivano bollite per un tempo abbastanza lungo in acido solforico concentrato e poi nell' acqua regia.

Dopo averle ben lavate con acqua distillata, alcool ed etere, venivano raccolte in una capsulina di platino, e bollite per qualche tempo in acido fluoridrico. In questi trattamenti buona parte delle particelle raccolte venivano distrutte, una parte inevitabilmente dispersa, per i numerosi lavaggi e le conseguenti separazioni, pochissime rimanevano ancora nella capsula.

Su queste poche particelle rimaste, veniva rifatta la prova di densità col bromoformio (ciò mi dispensava da ulteriori trattamenti, specialmente da quello all' acido nitrico e clorato potassico per ossidare ed eliminare la grafite) e venivano finalmente raccolte quelle sole, che cadevano in fondo al liquido.

Queste, sono per lo più di colore grigio di tonalità diverse, ed hanno forma più o meno arrotondata; ve ne sono bianche e trasparenti, qualcuna nettamente cristallizzata, trasparente e rifrangentissima.

Le trasparenti cadono anche nel joduro di metilene, hanno quindi una densità maggione di 3,2.

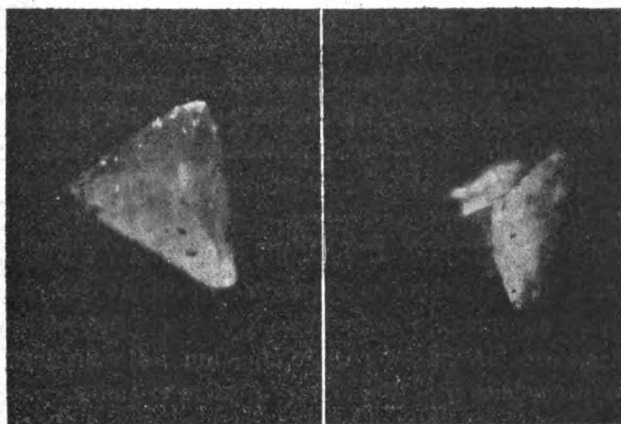



Fig. 2.

Si trovano qui unite le microfotografie di due fra le più belle particelle ottenute; una di esse costituisce un cristallo

unico, e sembra una forma combinata di due tetraedri, con faccie curve; l'altra si prosenta come un aggregato di parecchi cristallini, più o meno incompleti; quelli che meglio si vedono sembrano due tetraedri e due piramidette a base quadrata. Qualche altra si presenta come un aggregato di molti cristallini minutissimi, dei quali difficilmente si riesce ad indovinare la forma.

Fig. 3.

Ho potuto anche fare delle prove di durezza, ed ho accertato che le descritte particelle rigano nettamente il rubino.

Due soli corpi, per quanto è a mia conoscenza, possiedono le proprietà fisiche e chimiche sopra riferite: Il diamante ed il carborundo. Il primo cristallizza nel sistema del cubo; il secondo, che è un siliciuro di carbonio, cristallizza nel sistema del prisma esagonale. Due vie, quindi, si possono seguire per distinguere i due corpi l'uno dall'altro: l'esatta determinazione del sistema cristallino; la combustione. Ma fin'ora non ho potuto procedere nè all'uno nè all'altro esame.

Posso solamente riferire un buono argomento per indebolire la supposizione che le descritte particelle siano di carborundo.

In questi ultimi giorni, per consiglio del Prof. Peratoner, ho ripetuto le esperienze, cercando di escludere in modo quasi

completo la presenza di silice; ho adoperato perciò elettrodi di platino, chiusi in un involucro pure di platino; l'isolamento era fatto mediante caucciù ed in punti abbastanza lontani dal posto in cui avveniva la scarica, per essere sicuri che questo corpo non era da essa neanche sfiorato.

Il carbone di zucchero adoperato aveva un residuo piccolissimo e debbo alla cortesia dello stesso Prof. Peratoner l'analisi, di cui dò il risultato:

Determinazione delle ceneri:

1) da 10 gr. di carbone 0,0049 gr. di ceneri
2) » » » » » 0,0048 » » »

Composizione delle ceneri: Il residuo di 28 gr. di carbone fu ripreso sei volte a b. m. con HCl concentrato, e tenuto a secco per un'ora la volta, per rendere insolubile la silice; il residuo si sciolse quasi tutto in HCl diluito, lasciando qualche fiocchetto appena percettibile ed indosabile. La soluzione cloridrica diede le reazioni del Fe e del Ca. Non si trovarono tracce determinabili di silice.

Se si pensa che il carbone di zucchero, sottomesso al trattamento elettrico non arrivava a 5 gr., e che quello investito e trasformato dalla scarica era certamente una frazione piccolissima di grammo, si può avere un'idea della piccolezza estrema delle ipotetiche tracce di silice, che avrebbero potuto entrare in combinazione col carbonio, per effetto della scarica. I risultati di queste esperienze furono sostanzialmente gli stessi di quelli avuti nelle esperienze precedenti.

La congettura più probabile, che sia permesso di fare sulla natura delle particelle descritte, resta quindi quella che esse siano di diamante; non pertando mi riserbo ancora il giudizio definitivo, nella speranza che possa presto riuscire a conquistare l'ultimo elemento di prova.

Ai chiarissimi Professori Macaluso e Peratoner ed al mio amico Dott. Palazzo vada l'espressione della mia gratitudine, per l'aiuto amorevole ed i validi consigli.

OSSERVAZIONI SUL SELENIO NEL CAMPO MAGNETICO.

Nota di LAVORO AMADUZZI.

Altra volta ebbi occasione di notare una certa rassomiglianza di comportamento fra il selenio ed il bismuto, in quanto il selenio cristallino per illuminazione, come il bismuto cristallino per azione del campo magnetico, modificano la loro resistività senza variare il loro potere emissivo per le onde lunghe come vorrebbe invece le legge del Maxwell [1]). Per il bismuto, che è conduttore anche allo stato liquido, l' anomalia non esiste che allo stato solido, ragione per cui Hagen e Rubens, osservando che solo allo stato solido il bismuto mostra l' effetto marcato di Hall e un cambiamento considerevole di resistenza nel campo magnetico, pensano che essa sia dovuta alla struttura cristallina del corpo.

Mi è sembrato oppurtuno cercare se anche il selenio cristallino presenta come il bismuto il fenomeno di Hall in modo marcato, e se questo fenomeno è accompagnato in misura molto evidente dalla variazione della resistenza per effetto del campo magnetico.

Anche un' altra considerazione mi suggeriva la ricerca del fenomeno dì Hall, ed era la seguente, che tale fenomeno apparisce ben manifesto nel tellurio, corpo che può dare cristalli misti in tutte le proporzioni col selenio.

Qualche tentativo col metodo di Hall delle quattro vie non mi aveva dato risultati soddisfacenti forse per le note difficoltà inerenti all' uso di lastre o masse continue di selenio, ragione per cui pensai di riccorrere al dispositivo delle tre vie additato dal Righi e da lui usato nelle ricerche sul bismuto, perchè con tre vie mi si presentò possibile l' uso di una cellula costruita all' uopo in modo speciale.

Tale cellula si riduceva in sostanza a tre sistemi intrecciati come mostra la fig. 1 e costituiti da fili paralleli di rame

1) Rend. della R. Acc. dei Lincei, 1908.

saldati normalmente a conduttori longitudinali pure di rame A, B e C. Il tutto era collocato su una lastra di lavagna per modo che i fili paralleli si adattassero in canaletti praticati sulla lastra medesima *a, b, c, d.* Il selenio veniva deposto e trasformato alla superficie di tutto il sistema. La trasformazione si compieva con riscaldalmento sino a 190° e con successivo graduale raffreddamento sino alla temperatura ordinaria.

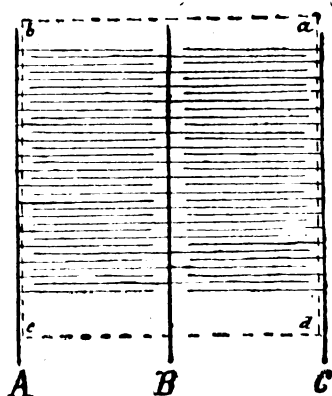



Fig. 1.

Usando siffatta cellula senza illuminarla potei osservare una marcata azione del campo magnetico sulla corrente che la attraversava, azione che può rappresentarsi schematicamente colle quattro figure seguenti; nelle quali, le freccie curve indicano il senso della corrente magnetizzante dell' elettrocalamita, le rettilinee il senso della corrente attraversante la cellula, e le linee curve trasversali del poligono A, B, C, D, E, F rappresentante la cellula a tre vie, la rotazione delle linee equipotenziali della corrente.

È evidente che qualitativamente questi fatti si potrebbero spiegare senz' altro come effetto Hall negativo, complicato dal noto fenomeno di inversione messo in rilievo dal Righi, e dovuto alla variazione di resistenza del corpo in esame per effetto del campo magnetico. Basta pensare che la variazione di resistenza sia più forte nel ramo 1 che non nel ramo 2 allorchè si fa agire il campo.

Ho difatti verificato direttamente che anche il selenio aumenta di resistenza per effetto del campo.

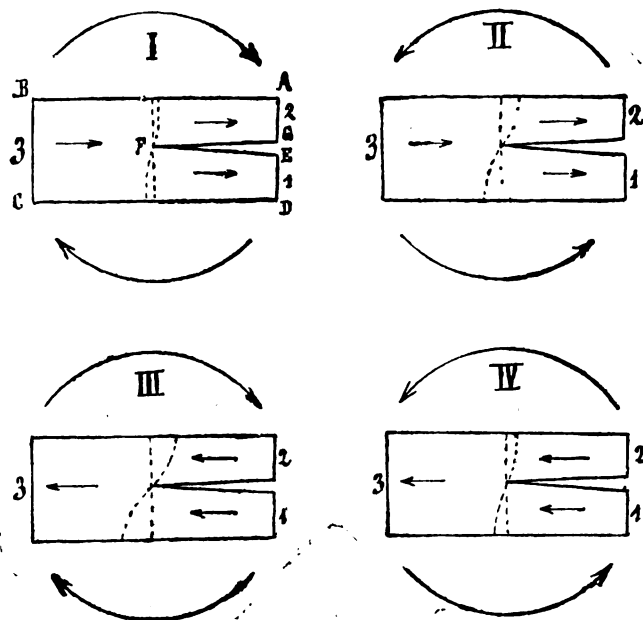



Fig. 2.

E nel ramo 1 ho inoltre constatato la esistenza di una forza elettromotrice propria, forse dovuta alla casuale varia deteriorazione dei due sistemi di fili ed al comportamento elettrolitico del selenio. Così mi si presentò il problema di stabilire se il campo magnetico determinava una azione, oltre che sulla resistenza, anche su questa forza elettromotrice, in accordo con risultati di recenti ricerche [1]). Compensai a tal fine tale forza elettromotrice con una pila ad acqua ed ottenni che l'azione del campo si riduceva ad un terzo di quel che era senza compensazione. Al problema veniva così data una risposta affermativa.

La interpretazione quantitativa degli indicati quattro casi cui corrispondono per gli effetti del campo i valori relativi

1) V. Posejpal. C. R. 1° sem. 1909 e Soc. fr. de phys. séance du 18 juin 1909.

rispettivi 5, 1, 6, 2 quando sieno osservati nell' ordine II, I, III, IV è tutt' altro che semplice, ragione per cui credo utile continuare con altre cellule la ricerca del fenomeno di Hall nel selenio e non mi credo autorizzato a pronunciarmi per ora neppure nel senso del fenomeno medesimo. Si direbbe che fosse negativo come nel bismuto, e allora il selenio si comporterebbe oppostamente al tellurio; ma occorrono altre ricerche per esserne sicuri. Quello che si può dire sin d' ora si è che l' azione del campo magnetico sul selenio dà effetti assai marcati.

Non credo però fuor di luogo indicare come una interpretazione quantitativa dei fatti rappresentati dalle figure 2 a 5 si possa dare considerando oltre all' effetto Hall una maggiore variazione di resistenza sul ramo 1 che sul 2, una forza elettromotrice propria sul ramo 1 che è favorevole alla corrente principale nei casi II ed I, e ancora sul ramo 1 una forza controelettromotrice termoelettrica, che si manifesta nei casi I e II, che nel caso I contrasta la forza elettromotrice propria annullandola e nel caso III si aggiunge ad essa lasciando questa sola nel caso IV. Tale forza controelettromotrice non si fa sentire sensibilmente nei casi II e IV, perchè, facendo le osservazioni come si è detto nell' ordine II, I, III, IV, nel caso II non è ancora sorta e nel caso IV è già distrutta.

Poichè in questa Nota ho accennato al fenomeno di Hall ed alla variazione di resistenza in un campo magnetico, mi permetto di fare una breve considerazione.

Nella teoria elettronica dei fenomeni fisici, pur inceppando in note difficoltà, si dà conto dell' effetto di Hall e degli altri fenomeni che gli sono connessi, termo e galvanomagnetici trasversali, considerando lo spostamento che il campo determina delle traiettorie dei corpuscoli negativi soltanto, secondo alcuni, negativi e positivi secondo altri. La variazione di resistenza per effetto del campo si considera dovuta allo spostamento in linea pressochè concorde col flusso termico od elettrico di quei corpuscoli, che non obbedendo all' azione direttiva del flusso medesimo hanno traiettorie a queste normali.

Orbene, senza escludere questo ultimo fatto, che in ogni caso dovrebbe essere tenuissimo, pare a me che in parte la variazione di resistenza si debba a quella perturbazione della azione direttiva della corrente elettrica o termica che è ragione di tutto il gruppo dei fenomeni termo e galvanomagnetici trasversali. Insomma, per gran parte la variazione di resistenza sarebbe una conseguenza necessaria di questi fatti e dovrebbe dare una misura relativa dell' entità loro.

A conforto di questo modo di vedere mi sembra stia validamente il seguente quadro nel quale sono posti da un lato i corpi ordinati secondo il valore decrescente della variazione di resistenza per azione del campo, e dall' altra i corpi medesimi ordinati secondo il valore decrescente del coefficiente rotatorio.

Per gli uni e per gli altri (che sono comuni ad una tabella di Hall e ad una tabella che raccoglie le più recenti misure di variazione di resistenza per azione del campo) si è naturalmente tenuto conto del valore *assoluto* dei due effetti

1. Bismuto	1. Bismuto
2. Nichel	2. Nichel
3. Ferro	3. Ferro
4. Magnesio	4. Magnesio
5. Zinco	5. Zinco
6. Oro	6. Oro
7. Platino	7. Platino

La distribuzione dei corpi per rapporto ai due ordini di fatti non potrebbe essere più concorde, e mi stupisco come, anche a titolo di fortuita coincidenza, non sia stata da altri messa in rilievo.

Se invece della tabella di Hall si considera quella di Ettinghausen e Nernst si trova una leggera discrepanza nell'ordine rispettivo del cadmio e del palladio per l' effetto Hall e per l' effetto di variazione di resistenza. Ma se si pensa che per questi corpi il valore utilizzabile del coefficiente rotatorio di Hall non trova la conferma come per gli altri dalla duplicità di misura per parte di fisici diversi, la discrepanza perde valore.

RICERCHE SULL' ARCO ELETTRICO,

di A. OCCHIALINI.

Introduzione.

Lo studio dell' arco elettrico ha il duplice scopo di conoscere le proprietà e di spiegare l' intimo meccanismo di questo. Le proprietà e le condizioni necessarie al funzionamento dell' arco furono oggetto di molteplici indagini i risultati delle quali lasciano poco a desiderare sulla conoscenza esteriore del fenomeno. La natura di questo, invece, rimase inesplicabile finchè si cercò di ricondurre l' arco a un' ordinario caso di conduzione metallica od elettrolitica, e si rese chiara soltanto nelle linee generali, quando si ebbe la spiegazione dei fenomeni verificati nei tubi a gas rarefatti e quando si approfondì la conoscenza del trasporto di elettricità per convezione.

L' emissione di centri elettrizzati dai corpi roventi suggerì la funzione che avevano gli elettrodi nell' arco. Questa funzione venne poi precisata dai lavori di Mitkewitch e di Stark e Cassuto che dimostrarono essere l' alta temperatura del catodo condizione sufficiente per l' adescameuto dell' arco e necessaria per il suo mantenimento.

L' analisi spettrale fu largamente usata come mezzo per riconoscere la costituzione dell' arco; ma i risultati di essa raramente furono impiegati per spiegare l' intimo suo funzionamento. Questo è ormai chiaro nel suo insieme, ma nei particolari lascia ancora il desiderio di uno studio più profondo

Allo scopo di contribuire alla conoscenza completa del fenomeno dell' arco ho eseguito le esperienze che sono descritte e discusse nel presente lavoro.

In esso vengono studiate le particolarità dell' adescamento e viene dimostrato che questo ha per unico scopo di arroventare il catodo. Poi, dopo aver dimostrato che l' ipotesi dei joni

nell' arco è d' accordo con i fatti noti, si arriva alla conclusione che nelle condizioni ordinarie non solo il catodo, ma anche l' anodo contribuisce al trasporto dell' elettricità emettendo centri positivi. La coesione e la contrattilità dell' arco, conseguenze della sua costituzione, sono invocate nello studio dell'azione di un campo magnetico sull'arco. L'esame di tale azione porta a ritenere che presso gli elettrodi l' arco si comporta come un getto di joni scagliati dagli elettrodi stessi, e che nella sua regione centrale si comporta come un conduttore flessibile percorso dalla corrente.

Capitolo I.

L'adescamento dell'arco.

1. *Adescamento per corto circuito.* — Il metodo più usato per adescare l'arco elettrico è quello che chiamerò *per corto circuito.* Esso consiste nell'avvicinare i due elettrodi fino a portarli a contatto e nell' allontanarli successivamente fino a una certa distanza. Il corto circuito atto ad adescare l' arco può essere stabilito anche senza avvicinare direttamente gli elettrodi; basta per ciò una comunicazione momentanea fra gli elettrodi separati fatta con un conduttore o anche per mezzo di una scintilla.

Anzi la scintilla comparisce sempre nell'adescamento per corto circuito, giacchè essa si stabilisce sempre agli elettrodi al momento della loro separazione. Talchè è naturale attribuire a quella scintilla almeno in parte l' origine dell' arco e studiare in essa il meccanismo dell' adescamento.

Secondo taluni la scintilla che si ha nell' atto in cui l' arco si stabilisce ha per scopo di jonizzare lo spazio compreso fra gli elettrodi. Con ciò si ammette che per l' adescamento dell' arco sia necessaria una jonizzazione preventiva del mezzo.

Questo cerca di dimostrare il Filippini [1]) col provocare l' adescamento dell' arco inserendo gli elettrodi tra le sfere di

1) Atti dell' Ass. Elettrot. Italiana, *9*, 272, 1905.

uno spinterometro e facendo scoccare in quest' ultimo la scintilla. L' esperienza sarebbe certamente probatoria se la scintilla scoccasse fra gli elettrodi dell' arco senza toccarli. Ma il Filippini metteva gli elettrodi dell'arco alla distanza di 1.5 mm. e in queste condizioni non vedo come si possa escludere che la scintilla si imposti sugli elettrodi; nel qual caso non si può essere sicuri che la sua azione nell' adescamento sia limitata a jonizzare l' aria.

2. *L' adescamento per mezzo di una scintilla.* — Per decidere sopra questo punto ho studiato le circostanze nelle quali una scintilla provoca l' adescamento dell' arco.

E siccome a voler mantenere vicini i carboni non si può evitare che la scintilla scocchi sopra di essi ho cercato di eliminare qualunque incertezza facendo avvenire la scintilla fra uno dei carboni e una sferetta posta di fronte a questo.

Le cose furono disposte nel seguente modo: i due carboni A, B fra i quali doveva scoccar l' arco erano del diametro di circa 5 millimetri ed erano disposti perpendicolarmente l' uno all' altro (fig. 1). Essi erano collegati attraverso a un reostato

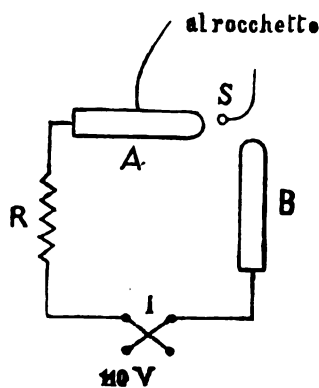



Fig. 1.

R alla conduttura stradale a corrente continua a 110 volta. Un invertitore I permetteva di cambiar loro il segno. Uno dei carboni A era collegato con un polo di un rocchetto di induzione, del quale l' altro polo comunicava con una piccola sfera

S a una tale distanza dall' altro carbone B che non fosse possibile lo scoccare delle scintille fra B e S.

In queste condizioni durante il funzionamento del rocchetto avveniva fra S e A un vivo scintillamento che provocava qualche scintilla anche fra A e B. Ma in generale le scintille fra i due carboni non davano luogo all'accensione dell' arco sebbene esse talvolta apparissero tutt' altro che esili.

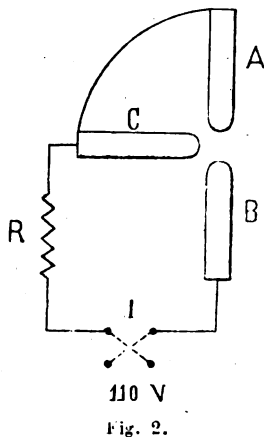
L' arco spesso si adescava dopo un lungo scintillamento; ma non fui in grado di escludere che l' accensione fosse dovuta a qualche scintilla più nutrita fra i due carboni. Così nulla ho potuto constatare in merito all' azione che la scintilla ha nel provocare l' accensione dell' arco.

Questo però risulta indubitato dall' esperienza precedente: che *la scintilla fra i due carboni spesso non è sufficiente ad adescare l' arco*, e ciò basta per affermare che per l' adescamento ci vuole qualche cosa di più di un semplice corto circuito.

3. *Adescamento con arco ausiliario.* — Per eliminare qualunque incertezza sull' azione che può avere nell' adescamento dell'arco la jonizzazione del mezzo, ho eseguito l'esperienza seguente: tre carboni del diametro di 5 mm. circa furono disposti come è indicato nella figura 2. Due di essi A e B furono messi verticalmente l' uno sul prolungamento dell' altro; il terzo carbone C fu posto orizzontalmente in corrispondenza dell' intervallo compreso fra i primi due. Uno dei carboni verticali A può spostarsi secondo il proprio asse: gli altri due sono fissi. I carboni A e C sono riuniti allo stesso polo della corrente stradale; l' altro B è riunito con l' altro polo. Nel circuito sono inseriti un reostato R e un invertitore I che serve per scambiare la polarità dei carboni.

Ora se portiamo a contatto i due carboni A e B, facendo scorrere lungo il proprio asse il carbone A, e poi li separiamo allontanando quest' ultimo, allora se il carbone B è negativo invariabilmente l' arco, interrompendosi tra A e B, va ad attaccarsi fra B e C. Invece quando il carbone B è positivo l'operazione precedente non conduce mai a stabilire l' arco fra B e C.

Evidentemente se l' accensione dell' arco fosse unicamente dovuta alla jonizzazione del mezzo, l' arco dovrebbe stabilirsi fra B e C qualunque fosse la polarità del sistema. Dunque l' esperienza dimostra che *la jonizzazione dell'aria compresa*

Fig. 2.

fra gli elettrodi non determina l' adescamento dell'arco. Di più essa stabilisce che tale adescamento si ha soltanto allorchè si giunge a riscaldare convenientemente l'elettrodo negativo.

4. Però l' esperienza precedente non stabilisce che l'arroventamento del catodo sia da sè sufficiente ad accendere un arco, nè esclude che la jonizzazione dell'aria compresa fra gli elettrodi entri in qualche modo nel determinare l' adescamento. In sostanza in essa si ha la sostituzione di un arco a uno preesistente e così come è condotta non toglie il dubbio che il nuovo arco si stabilisca a spese dell' antico e che la possibilità della sostituzione del secondo arco al primo non stia, oltrechè nella temperatura del catodo, anche nella presenza di quest' arco.

Ma la questione in questo riguardo può essere risoluta adoperando la disposizione stessa della fig. 2, ma con due circuiti elettrici indipendenti. In tal modo se l' adescamento del secondo arco dipende soltanto dalle condizioni del catodo e

non è fatto a spese del primo, i due archi debbono poter coesistere senza che nessuna azione abbia luogo fra di essi.

L' apparecchio precedentemente adoperato fu montato secondo lo schema della fig. 3. Il carbone B è stato messo in comunicazione col polo negativo della corrente stradale e con

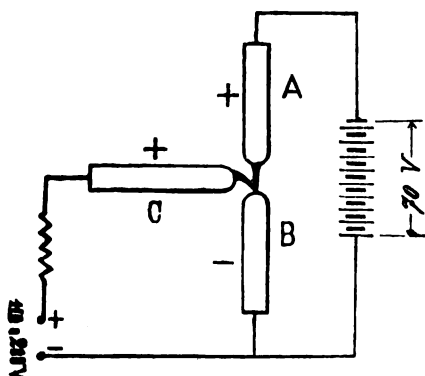



Fig. 3.

quello negativo di una batteria di accumulatori. Il polo positivo della corrente stradale fu messo in comunicazione con C e quello omonimo della batteria con A. In queste condizioni se si adesca l' arco sugli accumulatori ossia fra A e B e poi

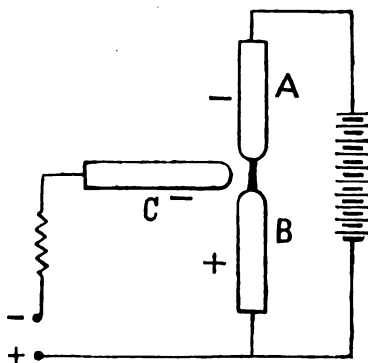



Fig. 4.

si stabilisce il campo fra B e C, si vede fra questi due carboni formarsi un arco *senza che quello preesistente subi-*

sca variazione alcuna. Se poi si inverte la polarità del sistema totalmente col rendere positivo B e negativi A e C (fig. 4) non si ha mai l'adescamento del secondo arco.

Dunque la jonizzazione del gas non ha nessuna azione nell' adescamento dell' arco; l' unica circostanza che determina la sua accensione è l' arroventamento del catodo; la condizione che ci venne indicata nell' esperienza precedente come necessaria è anche sufficieute.

Per ciò nell' *adescamento ordinario per corto circuito la funzione della scintilla d' apertura è di produrre un conveniente riscaldamento dell' elettrodo negativo, condizione necessaria e sufficiente affinchè l'arco possa iniziarsi.*

5. *Processo secondo cui l' arco si inizia.* — Resta ora da vedere secondo quale processo fra due elettrodi posti a diverso potenziale, dei quali il catodo è rovente, l' arco si stabilisce.

Notoriamente un catodo ad alta temperatura emette corpuscoli: questi sotto l' influenza del campo elettrico stabiliscono una corrente fra i due elettrodi. Ma nella loro migrazione dal catodo all' anodo i corpuscoli opereranno delle dissociazioni, sicchè in ultima analisi ai centri elettrizzati uscenti dal catodo si aggiungeranno dei nuovi corpuscoli e dei joni positivi. Questi ultimi sollecitati verso il catodo cederanno ad essi la loro forza viva e contribuiranno con ciò a mantenerlo caldo; e quando i joni positivi saranno in numero conveniente e posséderanno al momento della loro caduta sull' elettrodo una sufficiente forza viva, il catodo potrà essere mantenuto caldo anche senza l' intervento di una sorgente ausiliaria di calore. Allora l' arco sarà definitivamente stabilito.

Dunque l' esistenza di quest' ultimo esige la presenza di joni positivi; e siccome essi non possono provenire inizialmente che dalle dissociazioni operate per urto nel gas, così la loro origine avrà luogo in quelle regioni dove il campo è più forte. Ora se noi consideriamo un catodo rovente di fronte a un anodo freddo lo spazio compreso fra i due elettrodi si riempirà di corpuscoli, e finchè non incominceranno le dissociazioni, in ogni punto dello spazio suddetto si avrà una carica negativa. Per semplicità supponiamo che il campo fra gli elet-

trodi sia uniforme e sia X la sua intensità. Se prendiamo per asse delle x la direzione del campo, il teorema di Poisson permette di scrivere

$$\frac{dX}{dx} = 4\pi \rho$$

dove ρ è la densità elettrica nel punto generico del campo. Nel caso che si considera è negativa in tutto il campo, quindi $\frac{dX}{dx} < 0$, ossia la X decresce col crescere della x cioè di mano in mano che si procede dall' anodo al catodo. La forza elettrica sarà massima in vicinanza dell' anodo, perciò là incominceranno quelle dissociazioni che devono fornire i joni positivi. Ma le dissociazioni sono in generale accompagnate da fenomeni luminosi; dunque questi ultimi, se è vero quanto abbiamo esposto più sopra, nell' atto in cui l' arco si stabilisce devono iniziarsi all' anodo.

Il Villard [1]) ha verificato questo fatto valendosi di un arco alternato è se ne è valso per ritenere che la scarica nel l' arco procede dall' anodo verso il catodo. Ora, da quanto ho esposto più sopra risulta che la propagazione della luminosità non può essere l' indice della propagazione della scarica; e che nel caso dell' arco questa ha inizio dal catodo in seguito all' emissione di corpuscoli, mentre la propagazione dei fenomeni luminosi avviene nel senso opposto.

Così concepito l' adescamento dell' arco ottenuto con un preventivo arroventamento del catodo appare sostanzialmente dovuto a un corto circuito. Infatti i joni negativi che uscendo dal catodo caldo vanno ad occupare nella fase preparatoria dell' arco lo spazio fra gli elettrodi costituiscono un prolungamento dell' elettrodo negativo che ha per effetto di portare momentaneamente quest' ultimo a contatto dell' anodo. Così in ultima analisi anche in questo caso si realizza, nell' atto in cui si inizia il fiocco luminoso, un processo equivalente a una scintilla.

A sostegno di questo modo di vedere varranno le considerazioni e le esperienze che saranno esposte nel prossimo capitolo.

1) Willard. Journ. de Phys. 6, pag. 1013, 1907.

Capitolo II.

L'arco elettrico nella sua fase iniziale.

6. Ammesso, in conformità delle conclusioni tratte nel primo capitolo, che l'arco, stabilendosi fra due elettrodi, debba passare per una fase preparatoria che corrisponde alla migrazione dei corpuscoli dall'elettrodo negativo all'elettrodo positivo, e che dura finchè i joni positivi creati per urto presso l'anodo, o estratti dall'elettrodo positivo non abbiano stabilito la colonna luminosa che collega i due elettrodi e che costituisce l'arco propriamente detto, vediamo di studiare questa fase preparatoria, e l'arco stesso nel suo periodo iniziale.

Per questo mi varrò dell'azione di un campo magnetico; quindi per l'esatta interpretazione delle esperienze che saranno esposte in seguito stimo opportuno premettere alcune considerazioni sull'azione di un campo magnetico sopra i joni mobili in seno a un gas.

L'arco una volta stabilito si presenta come una colonna dotata di coesione e di contrattilità, e ciò è ben naturale se, come generalmente si ammette, esso è costituito da un insieme di joni di segno contrario che esercitano fra di loro delle azioni attrattive. Quindi in tali condizioni le forze che il campo magnetico esercita sui singoli joni si trasmettono agli altri joni per mezzo dei loro mutui legami e danno luogo ad un sistema di pressioni invariabili nel tempo e applicate alla colonna luminosa; questa allora si comporta come un conduttore flessibile. Da ciò deriva lo spostamento notevole subito dall'arco anche in presenza di campi magnetici deboli.

Ma nella fase iniziale i joni sono tutti di un segno e quindi mancano quei vincoli che si traducono in forze coesive nella colonna luminosa. In questa fase un jone spostandosi non si tira con sè gli altri joni; quindi lo spostamento dell'arco nella sua fase iniziale sarà approssimativamente quello di un jone isolato mobile in seno a un gas alla pressione e alla temperatura ordinarie.

7. *Spostamento di un jone per effetto del campo magnetico.* — Una carica che si muovesse sotto l'azione di una forza

costante sarebbe animata, quando fosse libera, da un moto uniformemente accelerato. Se invece si muove in un gas essa subisce, dopo piccole corse, degli urti che distruggono la velocità previamente acquistata. Talchè la carica, sotto l'azione di forze costanti, raggiunge, per effetto degli urti una velocità media che si mantiene invariabile in tutto il tragitto. È la media delle velocità assunte dalla carica fra un urto e il successivo.

Nel caso che un jone sia soggetto all'azione simultanea di una forza elettrica diretta secondo l'asse delle x e di una forza magnetica diretta secondo l'asse delle z, il movimento sarà nel piano xy e la velocità del jone sarà definita da due componenti le cui medie u_x, u_y si mantengono costanti. Il movimento avverrà in media secondo una retta che fa con l'asse delle x un angolo α tale che

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{u_y}{u_x} .$$

Calcoliamo le componenti u_x e u_y.

Nell'intervallo fra un urto e il successivo la carica si muove come se fosse libera. Quindi segue, come è noto, un arco di cicloide. In questo tratto le componenti dello spostamento sono

$$x = \frac{M \Phi}{e H^2} (1 - \cos b t)$$

$$y = \frac{M \Phi}{e H^2} (b t - \operatorname{sen} b t)$$

con

$$b = \frac{H e}{M} ,$$

dove M è la massa del jone, e la sua carica, Φ il campo elettrico diretto secondo l'asse delle x, H il campo magnetico diretto secondo l'asse delle z. Di qui per le componenti della velocità effettiva all'istante generico t si ha

$$v_x = b \frac{M \Phi}{e H^2} \operatorname{sen} b t = \frac{\Phi}{H} \operatorname{sen} b t$$

$$v_y = b \frac{M \Phi}{e H^2} (1 - \cos b t) = \frac{\Phi}{H} (1 - \cos b t) .$$

Le medie dei componenti delle due velocità nell'intervallo di tempo T necessario a percorrere il cammino libero di un jone saranno

$$u_x = \frac{\Phi}{H} \frac{\int_0^T \operatorname{sen} b\,t\,d\,t}{T} = \frac{\Phi}{H} \frac{1 - \cos bT}{b\,T}$$

$$u_y = \frac{\Phi}{H} \frac{\int_0^T (1 - \cos b\,t)\,d\,t}{T} \quad \frac{\Phi}{H} \frac{b\,T - \operatorname{sen} b\,T}{b\,T} .$$

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{b\,T - \operatorname{sen} b\,T}{1 - \cos b\,T} .$$

8. Per calcolare il valore numerico dello spostamento ammettiamo che il campo magnetico abbia un valore di 1000 unità, sia cioè assai superiore a quello necessario per produrre forti deviazioni in un arco definitivamente stabilito.

I centri elettrizzati essendo corpuscoli, si ha $\frac{e}{M} = 10^7$. La velocità di un corpuscolo si compone di quella dovuta all'agitazione termica più quella dovuta all'azione del campo elettrico. Ma, come è facile accertarsi con un semplice calcolo, la prima è enormemente superiore all'ultima e non si farà errore sensibile introducendola sola in calcolo. D'altra parte la velocità media del corpuscolo sta a quella delle molecole alle quali è accompagnato nel rapporto inverso delle radici quadrate delle loro masse. Nell'aria questo rapporto è

$$\sqrt{1900 \times 14 \times 2} = 230 \text{ circa} ;$$

e siccome la velocità media di una molecola non scende nelle condizioni date al disotto di 5.10^4 cm. al secondo, così la velocità media di un corpuscolo è superiore a 10^7.

La strada libera di un corpuscolo in seno all'aria nelle condizioni ordinarie si calcola facilmente ritenendo che il diametro di un corpuscolo sia trascurabile rispetto al diametro di una molecola. In tal caso la strada libera di un corpuscolo è

quattro volte più grande di quella di una molecola d'aria ossia è 32.10^{-6}.

Conseguentemente il tempo necessario per percorrere la strada libera sarà

$$T < \frac{32.10^{-6}}{10^7} = 3,2.10^{-12} .$$

Con i valori assunti per e, M, H, il valore di b è 10^{10}; perciò $b\,T < 3,2.10^{-2}$ ossia è sufficientemente piccolo per poterne trascurare la quarta potenza. Allora si potrà scrivere

$$\cos b\,T = 1 - \frac{(b\,T)^2}{2!}$$

$$\text{sen}\, b\,T = b\,T - \frac{(b\,T)^3}{3!}$$

$$|\,\text{tang}\,\alpha\,| = \frac{b\,T}{3} < 1,1.10^{-2} \text{ cm.}$$

Dunque alla temperatura e alla pressione ordinaria con un campo magnetico di 1000 unità un corpuscolo dopo il percorso di un centimetro non resterebbe spostato di un decimo di millimetro dalla strada che esso seguirebbe se il campo non esistesse.

Nel periodo preparatorio dell'arco, quando cioè soltanto il catodo è rovente i joni si muovono in un atmosfera che, se si esclude l'immediata vicinanza dell'elettrodo è a temperatura poco superiore a quella ordinaria. È probabile quindi che nelle condizioni reali lo spostamento dei corpuscoli nella fase iniziale dell'arco non superi quello calcolato precedentemente. E ciò apparirà tanto più ammissibile quando si pensi che a una piccola distanza dal catodo la temperatura è forse sufficientemente bassa da permettere aggruppamenti delle molecole intorno ai corpuscoli, nel qual caso questi assumerebbero la massa e le dimensioni di una molecola almeno, e subirebbero conseguentemente una deviazione assai più piccola di quella calcolata più sopra.

Perciò credo di poter concludere che *nella sua fase iniziale l'arco è insensibile ai campi magnetici che bastano per deviarlo fortemente quando è definitivamente stabilito.*

9. *Azione del campo magnetico sulla fase iniziale dell'arco.* — Vediamo se l'esperienza conferma queste previsioni, se cioè un arco adescato in presenza del campo magnetico si presenta come se quest'ultimo non esistesse, e viene deviato solo dopo che la colonna luminosa si è stabilita.

Per constatar questo ho realizzato un arco rapidamente interrotto e l'ho osservato mediante una disposizione stroboscopica nelle sue fasi diverse, mentre un campo magnetico agiva continuamente con le linee di forza perpendicolari all'asse dell'arco.

Sulla periferia di una robusta ruota R (fig. 5) mobile intorno a un asse orizzontale è stato incastrato un cerchio di ottone C ritagliato in modo da presentare quattro sporgenze ugualmente distanti l'una dall'altra.

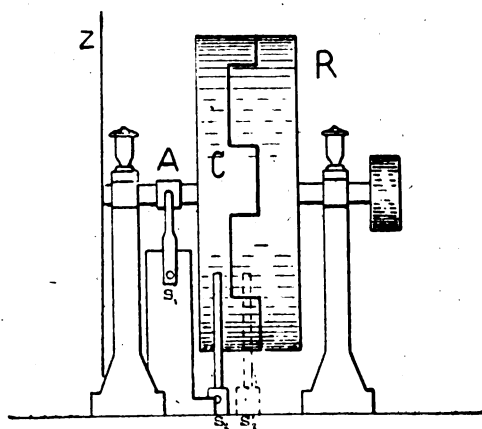



Fig. 5.

Una spazzola metallica S_2 strisciante sulla periferia della ruota può spostarsi in guisa da mantenersi a contatto col cerchio durante tutto il giro della ruota (posizione S_2), oppure da mantenersi in contatto soltanto con le quattro sporgenze del cerchio (posizione S'_2). Il cerchio C è poi collegato per mezzo di un filo metallico con un anello isolato A montato sull'asse della ruota. Su quest'anello striscia una molla S_1.

Inserendo quest'apparecchio nel circuito di un arco e imprimendo una rapida rotazione alla ruota per mezzo di un motore elettrico, l'arco risulta continuo o interrotto a seconda che la spazzola mobile si trova nella posizione S_2 o nella posizione S'_2. Un disco di zinco Z fissato sulla testa dell'asse porta quattro aperture rettangolari attraverso alle quali l'arco interrotto apparisce in una sola fase. Le varie fasi dell'arco si possono osservare variando la posizione relativa delle aperture del disco e delle sporgenze del cerchio C.

La disposizione schematica dell'esperienza è rappresentata nella figura 6. L'immagine dell'arco A data da un obbiettivo O veniva formata sul disco di zinco Z all'altezza delle aperture in essa praticate. Un secondo obbiettivo O_1 dava l'immagine osservata attraverso alle aperture del disco rotante sopra una lastra fotografica L. Talvolta trovai più comodo osservare l'immagine direttamente con l'occhio e allora al posto dell'obbiettivo O_1 e della lastra L misi un cannocchiale. Dietro l'arco e con l'asse perpendicolare all'asse di questo disposi un rocchetto E di una elettrocalamita di Faraday sotto l'azione della quale l'arco era spostato perpendicolarmente al piano della figura.

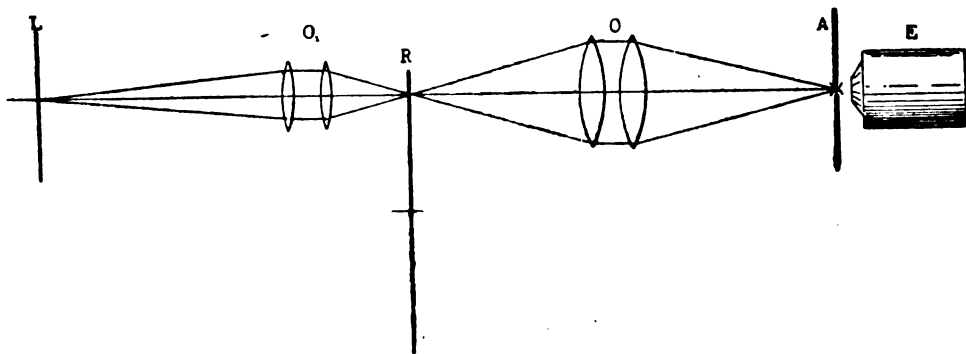



Fig. 6.

10. Per eseguire l'osservazione portavo la spazzola mobile a contatto del cerchio nella posizione S_2. Poi, acceso l'arco, che così risultava continuo, spostavo la spazzola nella posizione S'_2 in modo da aver l'arco interrotto.

Osservato col cannocchiale l' arco interrotto sembrava assente nelle fasi di interruzione e appariva come una colonna bluastra nelle fasi in cui era stabilito.

Se poi per mezzo dell'elettromagnete E (fig. 6) si creava un campo magnetico perpendicolare all' arco, si trovava che in generale il fiocco bluastro era fortemente deviato. Ma ponendo il disco in posizione tale da osservare l'arco nell' istante in cui esso si stabilisce, non si verifica nessuna deviazione.

Nella figura 7 sono riprodotte le fotografie corrispondenti alla fase in cui la colonna luminosa si inizia e a due fasi successive. Chiaramente si scorge che nella prima la colonna che congiunge gli elettrodi è rettilinea; mentre nella seconda e più ancora nella terza è piegata nel senso in cui era sollecitata dal campo elettrico.

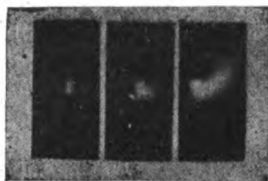



Fig. 7.

Così anche sperimentalmente è provato che nell' arco il periodo preparatorio non è influenzato dal campo magnetico. L' azione di questo si fa sentire solamente sulla colonna luminosa e incomincia, per le ragioni esposte al § 6, quando quest' ultima è già stabilita.

11. *Confronto tra la fase iniziale dell' arco e la scintilla.* — Questo comportamento richiama alla memoria quello della scintilla [1]). È noto che quest' ultima è iniziata da un processo esplosivo che costituisce la scintilla pilota.

Ora i Professori Battelli e Magri [2]) hanno constatato che la scintilla pilota non è influenzata dai campi magnetici più

1) La somiglianza fra l'arco e la scintilla nel loro periodo iniziale è stata messa in evidenza per la prima volta dal Puccianti che la riscontrò studiando lo spettro di un arco alternato (Nuovo Cimento, *13*, 269, 1907).

2) Battelli e Magri. Rend. Acc. Linc., *16*, 155, 1907.

intensi, che pure hanno tanta azione nella fase successiva della scarica.

La fotografia riprodotta nella fig. 8, favoritami dalla gentilezza del Professori sudetti, rappresenta una scintilla scoccata in un forte campo magnetico. Manifestamente la pilota non è rimasta influenzata dal campo, mentre tutto il resto della scarica appare violentemente soffiato.

Fig. 8.

Un arco si inizia anch'esso con un processo che corrisponde alla scintilla pilota e che è insensibile al campo magnetico come quest'ultima. Nell'adescamento per corto circuito il processo iniziale dell'arco è costituito secondo me da una vera e propria scintilla, quella di apertura. Nell'adescamento con l'arco ausiliario (§ 3, 4) o nella riaccensione di un arco alternato la scintilla d'apertura manca, ma essa è sostituita da un processo sostanzialmente identico.

Particolarmente interessante da questo punto di vista mi sembra la fotografia riprodotta nella figura 9. Essa mostra due archi stabiliti in presenza di un campo magnetico fra l'estremità di un carbone cilindrico negativo ed una lastra di car-

bone positiva posta perpendicolarmente a questo. Uno degli archi è fortemente deviato ed è sul punto di spegnersi; l' altro stabilitosi spontaneamente e colto nell' istante in cui si formava, si presenta come una scintilla improvvisamente scoccata fra i due elettrodi. Lo stabilirsi di quest'ultimo arco è accompagnato da un colpo secco che attesta il suo carattere esplosivo.

Fig. 9.

Del resto che fra i due fenomeni iniziamento dell' arco e iniziamento della scintilla debba esserci una relazione intima appare subito se si ammettono le conclusioni tratte nel primo capitolo (§ 5), secondo le quali l'inizio dell'arco è fatto dai joni positivi, cioè proprio da quella specie di joni che inizia la scintilla [1]).

A questo proposito mi piace osservare che ad una conclusione identica si può giungere interpretando alcune esperienze recenti del La Rosa [2]). Questi trova che un arco bruscamente e rapidamente interrotto, ossia tale da mostrare in prevalenza gli effetti del processo di adescamento, dà lo spettro di righe che è carattestico della scintilla pilota. D'altra parte secondo lo Stark [3]) uno spettro di righe è sempre dovuto a joni positivi. Dunque verosimilmente tanto la scintilla pilota quanto la riaccensione dell' arco sono dovute ad un processo in cui entrano in giuoco joni positivi.

1) Townseud. Phil. Mag. *6*, 598, 1903.
2) La Rosa. Memorie Acc. Linc., serie 5, v. 7, fasc. 4.
3) Stark. Journ. de Phys. (4), *6*, 46, 1907.

Capitolo III.

Costituzione dell'arco.

12. Il problema della costituzione dell'arco è ancora argomento di controversia e di discussione. Tutti sono d'accordo nel riconoscere una somiglianza fra il processo che si svolge nell'arco e quello che ha per sede nelle altre forme di passaggio di elettricità nei gas, scintilla e scarica nei gas rarefatti; secondo il Villard, anzi, l'arco non sarebbe che una scarica ridotta alla luce positiva. Però tutto questo, se stabilisce importanti relazioni fra i diversi ordini di fenomeni, non porta nessun contributo alla loro conoscenza. E così, mentre molti ritengono che i fenomeni della scarica nei gas in generale e particolarmente l'arco voltaico siano dovuti al movimento di joni positivi e negativi in sensi opposti, c'è ancora chi, come il Villard, trova un irriducibile contrasto fra questa teoria e i fatti.

L'obbiezione del Villard [1]) si fonda sul seguente ragionamento: nell'ipotesi dei joni mobili nella scarica attraverso i gas l'emissione della luce viene attribuita alla dissociazione delle molecole gassose per urto. Conseguentemente esagerando la ionizzazione si dovrebbero esagerare i fenomeni luminosi. Ma d'altra parte l'illustre fisico francese osserva che l'azione di un corpo radioattivo, che pur dovrebbe tradursi un eccesso di ionizzazione, sopprime i fenomeni luminosi della scintilla; di più osserva che se in un tubo a gas rarefatto si fa avvenire la scarica e se nella colonna positiva si fanno arrivare i raggi catodici per mezzo di una piccola ampolla saldata lateralmente sulla parete del tubo, la luminosità della colonna sparisce proprio nella regione che, per essere attraversata dai raggi catodici, dovrebbe presentare esaltati quei fenomeni di luminosità che si attribuiscono agli urti.

Ora a me sembra che queste esperienze non siano tali da non permettere l'accordo con l'ipotesi che fa consistere il passaggio dell'elettricità nei gas in un movimento di joni, e i fenomeni di luminosità in manifestazioni di urti.

1) Villard. l. c.

Infatti, bisogna porre mente che gli agenti ionizzanti adoperati dal Villard per far sparire i fenomeni luminosi della scarica introducono nel gas nuovi centri elettrizzati, sia portandoveli dall'esterno, sia creandoli nel gas stesso.

Questa sopraproduzione di joni ha certamente per conseguenza di diminuire il valore del campo elettrico là dove essa ha luogo.

Infatti, se chiamiamo con n_1 e con n_2 il numero dei centri elettrizzati positivi e negativi nell'unità di volume, con k_1 e k_2 le mobilità delle due specie di centri, con X il valore del campo elettrico nel punto che si considera, l'intensità della corrente è data da

$$i = X(n_1 k_1 + n_2 k_2) .$$

Conseguentemente lungo la colonna conduttrice X sarà tanto più piccolo quanto più grande sarà il numero dei joni presenti e nei punti dove il numero dei joni supera un certo limite il campo avrà un valore troppo basso per provocare delle dissociazioni e per dar luogo ai fenomeni luminosi.

Così in ultima analisi gli agenti ionizzanti adoperati dal Villard per eliminare la luminosità della colonna positiva, da un lato contribuiranno a rendere luminoso il gas per mezzo dei loro urti, dall'altro determineranno una diminuzione dei fenomeni luminosi preesistenti.

E non c'è nulla di strano che, almeno in condizioni particolari, l'ultimo effetto abbia una grande prevalenza sul primo, cosicchè si verifichi il fenomeno osservato dal Villard nella scarica.

13. *Distribuzione delle cariche nell'arco.* — Allo stato attuale della conoscenza sul funzionamento dell'arco non trovo ragioni sufficienti per scartare la teoria che attribuisce la conduzione nell'arco ai joni mobili nel gas sotto l'azione del campo elettrico.

Ammesso questo, la distribuzione del campo elettrico lungo l'arco può dedursi dalla distribuzione del potenziale lungo di esso. Ora secondo le determinazioni della signora Ayrton [1])

1) **Ayrton. Lond. Elect.** ***41*****, 720.**

il potenziale lungo un arco è distribuito conformemente alla rappresentazione grafica della figura 10.

Nella regione centrale si ha una variazione lenta e uniforme del potenziale V, mentre presso gli elettrodi si ha un brusco salto, più grande assai presso l'anodo che presso il catodo. Da ciò risulta facile desumere la distribuzione delle cariche nell'arco [1]).

Distanza dall'anodo

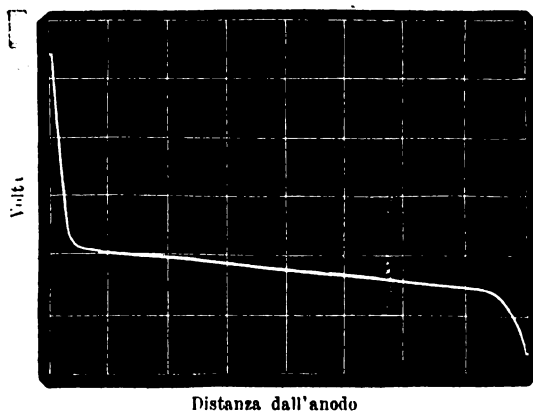



Fig. 10.

Precisamente si deduce che nell'arco presso gli elettrodi si ha un eccesso di joni di un segno su quelli del segno opposto: presso l'anodo sovrabbondano i centri negativi e presso il catodo quelli positivi. Nel tratto centrale, invece, l'arco è costituito da un egual numero di joni positivi e negativi.

14. *Origine delle cariche nell' arco.* — Dunque nell' arco si riscontrano joni dei due segni.

Sull' origine dei corpuscoli tutti sono concordi nel ritenere che essi siano per la massima parte emessi dal catodo. I joni positivi saranno in parte forniti dalle dissociazioni che si operano lungo la strada. Ma avendosi, quando non si usino particolari disposizioni, oltre al catodo, anche l'anodo rovente, non si può escludere che quest' ultimo emetta joni e contri-

1) Child. Phys. Rew. *10*, 155, 1900.

buisca in qualche misura alla conduzione. L'aver realizzato per parte di Stark e Cassuto [1]) un arco a anodo freddo sembrerebbe affermare che l'arco può esistere anche senza l'emissione di joni positivi dall'anodo. Ma da un lato non si può *a priori* asserire che l'emissione dall'anodo caldo quando essa fosse presente non acquisti una importanza notevole se non una preponderanza assoluta. Dall'altro non bisogna dimenticare che alla pressione ordinaria l'emissione dei joni positivi dai solidi incomincia a una temperatura relativamente bassa [2]) ed è molto dubbio che il mezzo escogitato dai due sperimentatori soprannominati per mantenere freddi gli elettrodi sia stato sufficiente per escludere una emissione di joni positivi dall'anodo.

Per lo studio della costituzione dell'arco giova decidere in merito all'emissione di joni da parte dell'anodo giacchè essa avrebbe, quando fosse presente, per effetto di stabilire fra l'arco e l'anodo delle forze che darebbero al fenomeno delle caratteristiche notevoli.

15. *Adesione dell'arco agli elettrodi.* — Infatti, se la conduzione è operata per mezzo di centri elettrizzati essi seguono costantemente le linee di forza del campo; e se i centri hanno origine unicamente nella massa del gas compreso fra gli elettrodi che stabiliscono il campo, le traiettorie dei centri sono indipendenti dai movimenti degli elettrodi finchè le linee di forza rimangono invariate nello spazio. Una colonna conduttrice in queste condizioni collegherebbe i due elettrodi, ma non presenterebbe con essi nessuna adesione.

Invece se le regioni degli elettrodi in cui si imposta la colonna conduttrice fossero esse stesse dei focolai di emissione dei centri elettrizzati, allora gli estremi della colonna sarebbero fissi agli elettrodi e ne seguirebbero fino a un certo punto i movimenti, mostrando con essi una specie di adesione.

Esaminiamo ora ciò che accade nell'arco: perpendicolarmente a una lastra di carbone L mobile nel proprio piano di-

1) Stark e Cassuto. Nuovo Cim. Vol. 7, p. 425, 1904.
2) Occhialini. Rend. Acc. Linc. *16,* 119, 1907.

sponiamo un carbone cilindrico A fisso (fig. 11). Fra A e L stabiliamo un arco e poi facciamo scorrere la lastra mantenendo inalterata la sua distanza dal carbone cilindrico: allora osserviamo un fatto costante: il cratere posto sulla lastra mantiene inalterata la propria posizione e ne segue i movimenti (fig. 12), tanto se la lastra è anodo, quanto se è catodo. Nell' un caso e nell' altro si ha adesione al cratere, soltanto questa è assai più forte per il cratere negativo che per il cratere positivo.

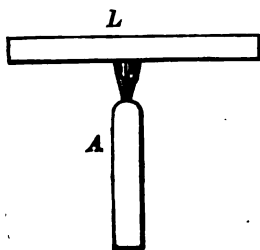
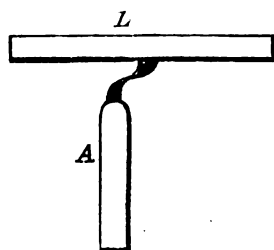



Fig. 11. Fig. 12.

Infatti quando la lastra è negativa questo nel suo spostamento porta con sè il cratere finchè l' arco per l' eccessiva lunghezza si spegne; invece se la lastra è positiva il suo spostamento è seguito dal cratere fino a un certo punto oltrepassato il quale il cratere scivola sull' elettrodo.

Per ciò che si è detto precedentemente si può asserire che *l' adesione dell' arco agli elettrodi indica che tanto l' anodo quanto il catodo emettono delle cariche.*

Per quanto riguarda il catodo questo fatto non porta nulla di nuovo; invece così si trova che l'emissione dall'anodo esiste, pur non essendo essenziale nel processo dell'arco elettrico. Ma questa emissione è una conseguenza dell'alta temperatura dell'anodo e, essenziale o no, essa si rivela con particolarità che nello studio dell' arco è necessario mettere in conto.

Con ciò la funzione dell' anodo appare non limitata a stabilire il campo elettrico e a mantenere la corrente col raccogliere i corpuscoli emessi dal catodo; come il catodo, sebbene in misura assai minore, esso fornisce il materiale per la conduzione dell' arco.

16. *Coesione e contrattilità dell' arco.* — Oltre all' adesione che l' arco manifesta sugli elettrodi vi sono altre forze che si manifestano nell'interno dell'arco in conseguenza della sua costituzione: l' arco risultando di un insieme di joni positivi e negativi è soggetto a delle azioni elettrostatiche, per effetto delle quali non riuscirà frammentario o slegato, ma presenterà una notevole coesione.

Queste forze poi tendono a raccorciare l' arco, tanto che una diminuzione della sua lunghezza è sempre accompagnata da una diminuzione della differenza di potenziale agli estremi. Perciò l' arco oltre alla coesione deve presentare una contrattilità in conseguenza della quale esso assume sempre la forma più breve compatibilmente con i vincoli a cui è soggetto. L' arco, dunque, si comporterà per certi riguardi come una fune flessibile ed elastica. Questa contrattilità è posseduta anche dalla luce positiva dei tubi a vuoto e in questo caso è stata verificata dal Villard mediante una serie di esperienze elegantissime riproducenti i fenomeni delle corde vibranti.

Capitolo IV.

Azione del campo magnetico sull'arco.

17. Le forze che hanno sede nell'arco e in particolare la coesione e la contrattilità hanno una importanza assai grande nel suo comportamento sotto l' azione del campo magnetico. Tale comportamento è sempre conseguenza del fatto che i joni in moto subiscono per parte del campo magnetico un'azione che tende a deviarli dalla loro direzione primitiva. Ma l' effetto di tali forze può essere assai diverso a seconda che esse riescono a modificare la traiettoria dei singoli joni, oppure si trasmettono per effetto dei mutui legami a tutto l'insieme della colonna che costituisce l' arco, e si traducono in un sistema di pressioni invariate nel tempo e applicate alla colonna come un tutto (§ 6).

Nel primo caso l' arco si comporterebbe come un getto di joni liberi e l' azione del campo sarebbe dovuta al cambiamento di traiettoria subito da essi: l'azione sull'arco potrebbe

chiamarsi *dinamica*. Nel secondo caso l'arco si comporterebbe come un conduttore flessibile e contrattile percorso dalla corrente. Allora l' azione del campo potrebbe chiamarsi *statica*.

Il Villard [1]) a proposito della luce positiva dei tubi a vuoto nega la prima azione e afferma che detta luce e anche l'arco, si comportano non come un getto di joni liberi, ma come un conduttore flessibile.

Ma questa ipotesi mi sembra facilmente controllabile con l'esperienza. Infatti le forze che agiscono lungo l'arco considerato come un conduttore flessibile sotto l' azione di un campo uniforme sono costanti e sempre dirette in ogni punto perpendicolarmente all' arco stesso. La figura di equilibrio in questo caso è ben determinata ed è un arco di cerchio: ma essa non coincide mai con quella assunta dall' arco, talchè l' assimilare quest'ultimo a un conduttore flessibile senz'altro non risponde alla vera condizione delle cose.

L' esame del comportamento dell' arco sotto il campo magnetico forse è atto a indicarci la sua costituzione meglio di qualunque ipotesi.

18. *Forma dell' arco sotto l' azione di un campo magnetico.* — La forma di equilibrio che un arco assume sotto l' azione di un campo magnetico è subordinata oltre che all' intima costituzione sua anche ai vincoli imposti alla mobilità dei crateri dalla forma degli elettrodi. Quindi, affinchè da questo studio possa risultare qualche indicazione a proposito della struttura dell' arco, credo conveniente eseguire la ricerca in modo che sia permesso ai due crateri un' assoluta libertà di movimenti.

Ho per tale scopo disposto le cose nella maniera seguente: due lastre A, B (fig. 13) di carbone furono collocate orizzontalmente e parallelamente una sopra l' altra. Esse erano sorrette per mezzo di due bracci metallici C, D che attraversano due ghiere E, F isolate su bastoni di vetro.

Di fronte ai carboni e con l' asse disposto parallelamente ai loro piani era situato un elettromagnete M; l' intensità del

1) Villard. l. c.

campo magnetico era regolata per mezzo di un reostato inserito nel circuito dell' elettromagnete.

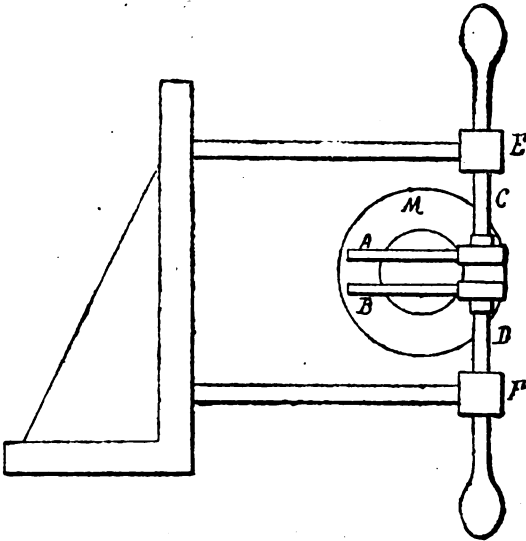



Fig. 13.

In queste condizioni l' arco, che nell' assenza del campo assume la forma rettilinea, si presenta, quando è deviato dal campo magnetico, con l'aspetto della fig. 14. Il cratere negativo è rimasto fisso, quello positivo, mobilissimo, ha seguito la sollecitazione del campo magnetico ed è scivolato lungo la superficie del carbone. Di più tanto sull'anodo quanto sul catodo l' arco si imposta perpendicolarmente alla superficie dell' elettrodo.

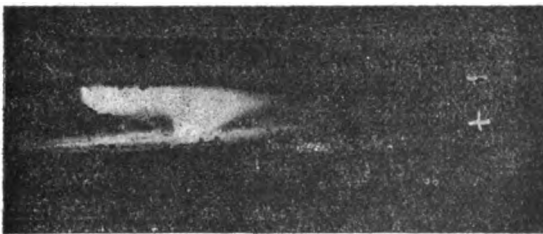



Fig. 14.

Data la contrattilità che agisce lungo l'arco tale comportamento all'anodo è perfettamente spiegabile: il cratere anodico in conseguenza della sua debole adesione segue la sollecitazione del campo e scorrendo lungo il carbone si dispone in modo che risulti nulla la componente delle forze di contrattilità parallela alle lastre. In queste condizioni l'impostatura dell'arco non può essere che perpendicolare all'elettrodo.

Ma dalla parte del catodo questa impostatura non può essere conseguenza della posizione assunta dal cratere, perchè il cratere catodico è per sua natura immobile. Essa è dovuta alla costituzione particolare dell'arco presso quell'elettrodo, e non si concilia con l'ipotesi che assimila l'arco a un filo flessibile, giacchè quando ciò fosse esso si disporrebbe ad arco di cerchio cioè secondo una curva che non ha nessuna somiglianza con quella che si osserva nella fig. 14.

19. *L'arco presso gli elettrodi.* — Credo perciò sia inammissibile ritenere che l'arco si comporti *in tutte le sue parti* come un filo flessibile; tanto più che il comportamento che si osserva sotto l'azione del campo magnetico induce a ritenere che nelle regioni aderenti agli elettrodi si comporti come se esistesse veramente un getto di joni liberi.

In altre parole, e per adoperare la nomenclatura introdotta sopra, presso gli elettrodi tutto succede come se l'azione del campo fosse dinamica e non statica.

Il fiocco luminoso che fa capo al catodo ha una piega assai somigliante alla traiettoria di un jone negativo partente dal catodo e mobile sotto le azioni simultanee di un campo elettrico e di un campo magnetico perpendicolari fra loro. Mi sembra dunque molto naturale ammettere che quel fiocco luminoso sia prodotto dai joni negativi che sono lanciati dal catodo con grande velocità e si trovano quindi in condizioni assai adatte per operare delle dissociazioni e per provocare dei fenomeni luminosi.

La deviazione dei joni presso l'anodo rimane, anche se esiste, moderata dalla mobilità del cratere, per la quale, come abbiamo già visto, l'arco si imposta sull'elettrodo positivo

perpendicolarmente a questo nella sua posizione di equilibrio. Però prima che le forze di contrattilità abbiano avuto tempo di trascinare il cratere nella sua posizione finale la traiettoria dei joni positivi piegata dal campo magnetico è perfettamente manifesta. Infatti appena stabilito il campo il cratere positivo resta per un istante fisso e da esso parte un fiocco luminoso, simile in tutto a quello che contemporaneamente si osserva al catodo, che disegna la trajettoria dei joni positivi scagliati con grande velocità dall'anodo e mobili dentro un campo magnetico perpendicolare alla loro traiettoria.

La fotografia riprodotta nella fig. 15 rappresenta questo stato transitorio in un arco stabilito fra due piani.

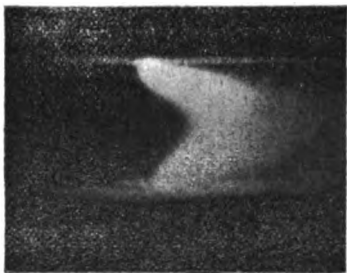



Fig. 15.

Quando l'arco è molto lungo le cariche in esso distribuite sono di necessità assai lontane le une dalle altre e quindi le azioni elettrostatiche sono in tal caso assai deboli; per questo l'arco in tali condizioni presenta una contrattilità piccola tanto da non arrivare a vincere spesso quella debole adesione che il cratere anodico ha sul proprio elettrodo. In questo caso l'azione del campo sui centri elettrizzati che partono dagli elettrodi è osservabile anche nella posizione di equilibrio dell'arco.

La fig. 16 rappresenta un arco stabilito fra un carbone cilindrico verticale e un piano orizzontale e posto in un campo magnetico orizzontale. La lastra orizzontale è anodo. Evidentemente i due ciuffi luminosi che si attaccano agli elettrodi

disegnano una curva simile alla traiettoria seguita dalle due specie di centri respinti dagli elettrodi omonimi.

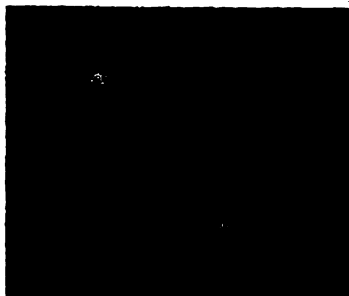



Fig. 16.

20. *L' arco soffiato con la corrente d' aria.* — Per eliminare il dubbio che le curve notate non siano dovute alle traiettorie dei joni ho cercato se esse si presentano quando la deviazione dell' arco è ottenuta mediante un agente che non operi sui singoli joni, ma che trasporti l' arco come un tutto.

Credo che una corrente d' aria possa soddisfare bene a questa esigenza.

Fig. 17.

Fig. 18.

Le fig. 17 e 18 sono ottenute nelle stesse condizioni soffiando un arco stabilito fra due piani con un campo magnetico (fig. 17) e con una corrente d' aria (fig. 18). Nei due casi i due crateri sono ugualmente distanti l' uno dall' altro; però l' arco soffiato col campo magnetico si mostra chiaramente di-

viso in due parti rappresentate dai due ciuffi luminosi che si staccano dai due crateri e che presentano la piega della traiettoria dei joni che partono dai due elettrodi [1]; invece quello soffiato con la corrente d'aria non presenta questa particolarità, si mostra costituito in modo continuo e si imposta sulla lastra positiva perpendicolarmente a questa.

A parer mio la differenza fra questi due casi non può essere imputata altro che a un' azione selettiva dell' agente deviatore sui singoli joni, la quale è presente col campo magnetico e con la corrente d'aria manca.

21. *La costituzione delle varie parti dell' arco.* — La ragione per la quale l' azione di un campo magnetico sui singoli joni è visibile soltanto in prossimità degli elettrodi è chiara dopo quanto si è detto precedentemente. Affinchè questa azione sia sensibile è necessario che ai joni sia riservato un tragitto considerevole. Ma ciò è possibile soltanto allorchè i centri hanno velocità tanto grandi da potersi fare una strada libera sufficientemente lunga attraverso alle molecole dissociate dal loro urto.

Ora è da ricordare che il campo elettrico è forte solamente in prossimità degli elettrodi; quindi nessuna meraviglia che in questa regione soltanto si verifichino quelle particolarità che abbiamo notato.

La regione centrale dell' arco è sede di un campo relativamente debole, tantochè in essa gli urti frequenti hanno per effetto di arrestare immediatamente i centri. Allora l' azione del campo magnetico resa efficace soltanto fra un urto e il successivo dura troppo poco per dare effetti sensibili. Di più in queste condizioni i legami elettrostatici fra le diverse parti dell' arco sono assai vivi e danno alla parte centrale dell' arco una coesione forte. Dunque la parte centrale, ma soltanto quella, presenta nell' arco dei caratteri che la fanno assomigliare ad una fune flessibile e alla luce positiva. Presumibil-

1) Nella riproduzione della fig. 17 sono stati perduti molti particolari che sono chiaramente visibili nella fotografia originale. In questa i due ciuffi che partono dagli elettrodi si mostrano chiaramente separati o ripiegati com'è detto nel testo.

mente i fenomeni notati dal Villard sulla luce positiva sono facilmente osservabili in quanto la scarica nei tubi a vuoto è molto lunga. Nell' arco il tratto che possiede queste caratteristiche può essere notevole negli archi lunghi (fig. 16) ma è spesso brevissimo.

22. Si potrebbe obiettare che con la spiegazione data sembrerebbe che in vicinanza di ogni elettrodo il campo magnetico agisse su una sola specie di joni, quella che dall' elettrodo è respinta: mentre si sa che ivi sono presenti ambedue le specie di joni.

Ma a spiegar ciò basta notare che quei centri che sono respinti dall' elettrodo possiedono inizialmente una velocità abbastanza grande per potersi far strada attraverso al gas e dar tempo così al campo di rendere sensibile la propria azione; mentre quei centri che sono attratti da un elettrodo provenendo da regioni in cui il campo è debole non hanno forza viva sufficiente per percorrere un lungo cammino. È vero che anche questi ultimo di mano in mano che si avvicinano all' elettrodo si trovano in un campo sempre più intenso; ma è vero altresì che la strada che rimane loro a percorrere diventa sempre più piccola di mano in mano che essi si avvicinano all' elettrodo, talchè quando essi hanno acquistato una velocità da renderli atti a percorrere un lungo tragitto essi sono tanto vicini all' elettrodo da averne interrotta la corsa.

23. *Il movimento del cratere negativo.* — Non è detto però che il campo magnetico non eserciti in condizioni speciali una sensibile azione presso un elettrodo anche per quei joni che sono diretti verso l' elettrodo stesso. Questa azione avrebbe al catodo per effetto di cambiare la regione bersagliata dai joni positivi e quindi di spostare il cratere negativo. Ora il cratere negativo non è sempre immobile, sebbene la sua mobilità sia estremamente più piccola di quella del cratere positivo. Chi osserva l' arco stabilito fra due piani orizzontali sotto l' azione di un campo orizzontale molto intenso, vede che anche il cratere negativo si sposta faticosamente lungo

la superficie dell' elettrodo e ha l'impressione che l'arco, appoggiandosi saldamente sul carbone positivo, si tiri dietro, ma con stento, il cratere negativo.

Questo non è che apparenza giacchè si è visto che la base dell' arco che si appoggia all' elettrodo positivo non è molto aderente all' elettrodo stesso; lo spostamento del cratere negativo va ricercato nello spostamento dei joni positivi che vi si precipitano. Questi in condizioni ordinarie risalgono la corrente dei corpuscoli che crea una strada di grande conducibilità; ma sotto l' influenza del campo magnetico intenso essi sono abbastanza deviati da far capo sul catodo in una regione vicina al cratere.

Questa regione diventerà a sua volta cratere quando il numero dei joni positivi che lo colpiscono sarà tale da renderla rovente. Ma siccome per ottener ciò è necessario un certo tempo, così questa sostituzione di un cratere a un altro anche con campi intensi presenta una notevole difficoltà.

Così si spiegano quello stento e quelle pause più o meno lunghe che accompagnano il movimento del cratere negativo.

SFORZI MAXWELLIANI E MEZZI ELASTICI.

Nota di UMBERTO CISOTTI.

Secondo le classiche vedute di Maxwell le azioni a distanza fra corpi elettrici o magnetici (azioni che equivalgono a quelle delle forze newtoniane agenti sui medesimi corpi) si trasmettono mediante sforzi elastici attraverso il mezzo ambiente.

Gli sforzi maxwelliani, entro una generica regione non occupata da masse potenzianti, sono definiti nella maniera seguente

$$(\mathrm{I})\qquad \left\{\begin{aligned} X_x &= -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\left(\Delta_1 V\right)^2, \\ Y_y &= -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\left(\Delta_1 V\right)^2, \\ Z_z &= -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2 + \frac{1}{8\pi}\left(\Delta_1 V\right)^2; \end{aligned}\right. \qquad \left\{\begin{aligned} Y_z &= Z_y = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial y}\frac{\partial V}{\partial z}, \\ Z_x &= X_z = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial x}, \\ X_y &= Y_x = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial x}\frac{\partial V}{\partial y}; \end{aligned}\right.$$

$$\left(\Delta_1 V\right)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2;$$

dove V rappresenta la funzione potenziale newtoniana che si considera e X_n, Y_n, Z_n designano le componenti secondo tre assi cartesiani ortogonali x, y, z, dello sforzo unitario che si esercita sopra la faccia negativa di un elemento superficiale di normale n.

Le (I) come è noto (e come del resto si può agevolmente constatare) rendono identicamente soddisfatte le equazioni indefinite dell' equilibrio dei mezzi continui, qualunque sia la funzione armonica V.

Ma è noto altresì che « data ad arbitrio una funzione potenziale non è generalmente possibile riprodurre il sistema

delle pressioni definite dalle formole di Maxwell mediante le deformazioni di un mezzo elastico omogeneo isotropo [1]) ».

Di qui la difficoltà di poter dare una interpretazione meccanica delle formole di Maxwell mediante sforzi elastici. Tale difficoltà ha anzi condotto i fisici a considerare addirittura come impossibile l' accennata interpretazione [2]).

Il Prof. Somigliana, facendo completa astrazione dalle formole di Maxwell, pone il problema della rappresentazione delle azioni a distanza mediante sforzi elastici secondo i criteri consueti della teoria dei mezzi elastici isotropi [3]). Ed il problema, sotto certe condizioni compatibili colla natura fisica della questione, è determinato e risolubile in via generale. Ma la distribuzione degli sforzi ottenuta dal Somigliana non presenta il carattere *locale* così suggestivo degli sforzi maxwelliani.

A me sembra che la difficoltà si possa rimuovere in modo assai semplice rinunciando solamente all' ipotesi della omogeneità del mezzo elastico ambiente [4]). La eterogeneità del mezzo non è preesistente, ma dipende essenzialmente dal campo di forza in cui è immerso; apparendo così più intima la relazione tra il mezzo e le azioni esterne che non quella che si presuppone negli ordinarî mezzi elastici.

Scopo della presente Nota è di mostrare come sia possibile, seguendo questa via, una intepretazione rigorosa della teoria maxwelliana senza uscire dall' ambito dei mezzi elastici.

1) Cfr. Beltrami, " Sull' interpretazione meccanica delle formole di Maxwell " (Memorie della R. Acc. delle Scienze di Bologna, 1886, Serie IV; Tomo VII; pag. 3 - 35); cfr. anche Brillouin, " Essai sur les lois d'élasticité d'un milieu capable de transmettre des actions en raison inverse du carré de la distance " (Annales de l' Ecole Norm. Sup.; 1887; pag. 201-240).

2) Cfr. Righi, " La moderna teoria dei fenomeni fisici " (Bologna, 1907; pag. 2).

3) " Formole generali per la rappresentazione di un campo di forza per mezzo di forze elastiche " (Rendiconti R. Ist. Lombardo; 1890; vol. XXIII, pag. 874-882); cfr. ancora Somigliana, " Sopra una rappresentazione meccanica di alcuni campi di forza " (Nuovo Cimento; Gennaio-Febbraio 1909; pag. 48-65).

4) A proposito della esistenza sperimentale di mezzi non omogenei e non isotropi vedi Garbasso e Fubini, " Sopra il problema più generale dell' ottica " (Atti della R. Acc. di Torino; 1909, vol. XLIV, pag. 159-170 oppure Nuovo Cimento; Aprile 1909; pag. 229 - 240).

Nel caso più generale si tratta di soddisfare a sei relazioni in cui compaiono 24 elementi a priori indeterminati. È da presumersi quindi la esistenza di una larga infinità di mezzi elastici in cui è possibile la distribuzione di sforzi maxwelliani.

Per evitare la prolissità di una trattazione tanto generale approfondisco il caso in cui le superficie equipotenziali V = costante appartengono ad un sistema triplo ortogonale.

Si può allora immaginare che gli spostamenti abbiano luogo nella direzione delle linee di forza e che il mezzo elastico sia isotropo rispetto alle stesse.

Prendo infine in esame il caso particolare in cui le superficie equipotenziali V = costante sono sfere concentriche. Il mezzo si può allora supporre isotropo, e stratificato anch'esso per sfere concentriche.

Applico a titolo d'esempio i risultati ottenuti ad un campo elettrostatico generato da una sfera conduttrice uniformemente elettrizzata.

1. Designino x_1, x_2, x_3 le cordinate generali di un punto dello spazio.

Sia

$$ds^2 = \sum_{1}^{3}{}_{rs} \, a_{rs} \, dx_r \, dx_s \,, \tag{1}$$

l'espressione del quadrato dell'elemento lineare, dove le $a_{rs} = a_{sr}$ sono sei funzioni uniformi, finite e continue di x_1, x_2, x_3, nel campo che si considera.

Si rappresenti al solito con a il discriminante della forma (1), e con $a^{(rs)}$ l'elemento reciproco di a_{rs} in a (cioè il complemento algebrico di a_{rs} diviso per a).

Poniamo

$$V^{(i)} = \sum_{1}^{3}{}_j \, a^{(ij)} \frac{\partial V}{\partial x_j} \,, \quad (i = 1,2,3) \tag{2}$$

dove V è una generica funzione di x_1, x_2, x_3. Per la precedente è

$$\left(\Delta_1 V\right)^2 = \sum_{1}^{3}{}_{ij} \, a^{(ij)} \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{\partial V}{\partial x_j} \,.$$

Denotiamo, seguendo il Kirchhoff, con S_r la componente (obliqua) secondo la direzione r (direzione della linea $x_{r+1} = \text{cost.}$, $x_{r+2} = \text{cost.}$ [1]), dello sforzo unitario che si esercita sopra un elemento piano tangente nel punto x_i $(i = 1, 2, 3)$ alla superficie $x_s =$ costante che passa per tal punto, qualora si sia scelta come direzione positiva della normale n all' elemento quella che forma un angolo acuto colla direzione s.

Allora gli sforzi maxwelliani dovuti alla funzione potenziale $V(x_1, x_2, x_3)$, sono definiti dalle relazioni

$$S_r = \frac{\Phi_{rs}}{\sqrt{a^{(ss)}\, a_{rr}}}, \tag{3}$$

dove

$$\Phi_{rs} = -\frac{\sqrt{a_{rr}\, a_{ss}}}{4\pi} V^{(r)}\, V^{(s)} + \frac{a^{(rs)}\sqrt{a_{rr}\, a_{ss}}}{8\pi}\left(\Delta_1 V\right)^2, \text{ [2]} \tag{4}$$

$$(r, s = 1,2,3).$$

Facendo in queste

$$a_{rs} = a^{(rs)} = \begin{cases} 0 & \text{per } r \neq s, \\ 1 & \text{per } r = s, \end{cases}$$

si hanno per $S_r = \Phi_{rs}$ le espressioni (I).

Immaginiamo ora di assumere un sistema di coordinate x_1, x_2, x_3, per cui le superficie $x_1 =$ costante, coincidano colle superficie equipotenziali $V =$ costante, e le linee

$$x_2 = \text{cost.}, \quad x_3 = \text{cost},$$

sieno ortogonali alle superficie $V = \text{cost.}$, cioè sieno le linee di forza degli sforzi maxwelliani.

Essendo per tale ipotesi le superficie $x_2 =$ costante e $x_3 =$ costante ortogonali alle $x_1 =$ costante, avremo

1) Si considerano equivalenti gli indici che differiscono di un multiplo di 3.

2) Cfr. Beltrami, " Sull' uso delle coordinate curvilinee nelle teorie del potenziale e dell' elasticità " (Memorie della R. Acc. di Bologna; 1885; Serie IV; Tomo VI; pag. 439 e 443).

$$
(5)\left\{
\begin{array}{l}
a_{12} = a_{13} = a^{(12)} = a^{(13)} = 0\,, \\
a^{(11)} = \dfrac{1}{a_{11}}\,,\ a^{(22)} = \dfrac{a_{22}\,a_{33}}{a}\,,\ a^{(33)} = \dfrac{a_{11}\,a_{22}}{a}\,,\ a^{(23)} = -\dfrac{a_{11}\,a_{23}}{a}\,, \\
a = a_{11}\,(a_{22}\,a_{33} - a_{23}^2\,, \\
\text{e per essere } V = x_1, \text{ si ha pure} \\
V^{(1)} = \dfrac{1}{a_{11}}\,,\ V^{(2)} = V^{(3)} = 0\,,\ \left(\underset{1}{\Delta} V\right)^2 = \dfrac{1}{a_{11}}\,.
\end{array}
\right.
$$

Per queste le (4) divengono

$$
(6)\left\{
\begin{array}{ll}
\Phi_{11} = -\dfrac{1}{8\pi\, a_{11}}\,, & \Phi_{23} = -\dfrac{a_{23}\sqrt{a_{22}\,a_{33}}}{8\pi\, a}\,, \\
\Phi_{22} = \Phi_{33} = \dfrac{a_{22}\,a_{33}}{8\pi\, a}\,; & \Phi_{31} = \Phi_{12} = 0
\end{array}
\right.
$$

2. Rappresentiamo con $x_i + u_i$ $(i = 1, 2, 3)$ le coordinate, nello stato di deformazione del mezzo elastico, di quel punto che allo stato naturale del mezzo ha le coordinate x_i, e poniamo

$$
(7)\qquad 2\Psi_{rs} = \frac{1}{\sqrt{a_{rr}\,.\,a_{ss}}}\sum_{1}^{3}{}_i \left\{ a_{ri}\frac{\partial u_i}{\partial x_s} + a_{si}\frac{\partial u_i}{\partial x_r} + u_i \frac{\partial a_{rs}}{\partial x_i} \right\}
$$

$$(r,s = 1,2,3).$$

Le $\Psi_{rs} = \Psi_{sr}$ caratterizzano lo stato di deformazione del mezzo, e precisamente: Ψ_{rr} rappresentano le dilatazioni lineari nelle direzioni r; mentre

$$2\Psi_{rs} - (\Psi_{rr} + \Psi_{ss})\cos(r\,s),$$

rappresentano le variazioni dei coseni degli angoli (rs) 1).

Sia

$$2\Pi = -\sum_{1}^{3}{}_{ijlm}\, c_{ij,lm}\,\Psi_{ij}\,\Psi_{lm} = -\sum_{1}^{3}{}_{ijlm}\,\gamma_{ij,lm}\,\Phi_{ij}\,\Phi_{lm}\,.$$

il potenziale elastico espresso in funzione delle Ψ_{rs} oppure delle Φ_{rs}; dove i 21 coefficienti $c_{ij,lm}$ oppure i 21 moduli $\gamma_{ij,lm}$

1) Cfr. Beltrami, " Sull'uso delle coordinate, ecc...., pag. 446.

sono a ritenersi in generale funzioni di x_1, x_2, x_3, e sono legati manifestamente dalle relazioni

$$c_{ij,lm} = c_{ji,lm} = c_{ij,ml} = c_{lm,ij} ,$$

oppure

$$\gamma_{ij,lm} = \gamma_{ji,lm} = \gamma_{ij,ml} = \gamma_{lm,ij} .$$

Le $c_{ij,lm}$, oppure le $\gamma_{ij,lm}$, devono soddisfare alla sola condizione qualitativa di rendere essenzialmente positiva la forma -2Π.

Le Ψ_{rs} sono legate alle Φ_{rs} dalle relazioni [1])

$$\Phi_{rs} = \frac{\partial \Pi}{\partial \Psi_{rs}} = -\sum_1^3{}_{lm} c_{rs,lm} \Psi_{lm} ,$$

oppure dalle relazioni $\quad (r,s = 1,2,3)$.

$$\Psi_{rs} = \frac{\partial \Pi}{\partial \Phi_{rs}} = -\sum_1^3{}_{lm} \gamma_{rs,lm} \Phi_{lm} ,$$

Sostituendo in quest' ultime alle Φ_{lm} le loro espressioni (6) avremo

$$(8)\quad \Psi_{rs} = \frac{1}{8\pi}\left[\frac{\gamma_{rs,11}}{a_{11}} - \frac{a_{22}a_{33}}{a}\left(\gamma_{rs,22}+\gamma_{rs,33}\right)+\frac{a_{23}\sqrt{a_{22}a_{33}}}{a}\gamma_{rs,23}\right],$$

$$(r,s = 1,2,3).$$

Queste espressioni caratterizzano la deformazione del più generale mezzo elastico, cui corrisponde la distribuzione degli sforzi maxwelliani.

Identificando le (7) e (8) si ottengono le sei relazioni:

$$(9)\quad \sum_1^3{}_i \left\{a_{ri}\frac{\partial u_i}{\partial u_s} + a_{si}\frac{\partial u_i}{\partial x_r} + u_i\frac{\partial a_{rs}}{\partial x_i}\right\} =$$

$$= \frac{\sqrt{a_{rr}a_{ss}}}{4\pi}\left\{\frac{\gamma_{rs,11}}{a_{11}} - \frac{a_{22}a_{33}}{a}\left(\gamma_{rs,22}+\gamma_{rs,33}\right)+\frac{a_{23}\sqrt{a_{22}a_{33}}}{a}\gamma_{rs,23}\right\},$$

$$(r,s = 1,2,3) ;$$

1) Cfr. Beltrami, loc. ultimo cit., pag. 448.

le quali, tenuto conto delle (5), *sono condizioni necessarie e sufficienti affinchè esista effettivamente una deformazione del mezzo elastico, corrispondente agli sforzi maxwelliani definiti da una assegnata funzione potenziale V.*

Come si vede le (9) contengono 24 elementi a priori indeterminati e cioè le $\gamma_{ij,lm}$ e gli spostamenti u_i.

È dunque da presumersi la esistenza di una larga infinità di mezzi elastici dotati della proprietà voluta.

3. Per evitare la prolissità di una trattazione tanto generate, mi limiterò a considerare quei campi di forze le cui superficie equipotenziali V = costante appartengono ad un sistema triplo ortogonale.

In tal caso riferendosi a un cosifatto sistema è

$$a_{22} = 0,$$

e le (6), ponendo

$$a_{11} = \frac{1}{(\Delta_1 V)^2} = \frac{1}{F^2},$$

divengono

$$(6') \qquad \begin{cases} \Phi_{11} = -\dfrac{F^2}{8\pi}, \quad \Phi_{22} = \Phi_{33} = \dfrac{F^2}{8\pi}; \\ \Phi_{23} = \Phi_{31} = \Phi_{12} = 0 . \end{cases}$$

Adesso le Φ_{rs} hanno il significato di componenti (ortogonali) degli sforzi, e precisamente: le φ_{rr} di componenti *normali* e le Φ_{rs} $(r \neq s)$ di componenti *tangenziali.*

Inoltre essendo ora $\cos(rs) = 0$, per $r \neq s$, le Φ_{rs} hanno l'ordinario significato di componenti di deformazione.

Proviamoci a supporre che gli spostamenti dei punti del mezzo avvengano secondo le linee di forza e che il mezzo elastico sia isotropo rispetto alle stesse. Ciò significa che prendendo a considerare, in un generico punto del mezzo il triedro formato colle tangenti alle linee coordinate passanti per quel punto, il mezzo elastico presenta isotropia rispetto alla tangente a quella delle linee coordinate che è anche linea di forza.

Notando che le linee di forza hanno per equazioni

$$x_2 = \text{costante}, \quad x_3 = \text{costante},$$

la ipotesi fatta permette di dare al potenziale elastico la forma seguente [1])

$$(10) \quad \begin{aligned} 2\,\Pi = & A_1 (\Psi_{22} + \Psi_{33})^2 + A_2 \Psi_{11}^2 + A_3 (\Psi_{12}^2 + \Psi_{13}^2) + \\ & + A_4 \{(\Psi_{22} - \Psi_{33})^2 + 4\Psi_{23}\} + A_5 (\Psi_{22} + \Psi_{33}) \Psi_{11}, \end{aligned}$$

avendo indicato, per maggior comodità di scrittura, con A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, i parametri di elasticità.

Poniamo

$$A_3 = A_4 = 0 ;$$

allora l'espressione (10) del potenziale elastico assume la forma

$$(10') \quad 2\Pi = A_1 (\Psi_{22} + \Psi_{33})^2 + A_2 \Psi_{11}^2 + 2_2 A_5 (\Psi_{22} + \Psi_{33}) \Psi_{11} \text{ [2]}).$$

Da questa espressione di Π emerge che il mezzo non reagisce in alcun modo di fronte agli scorrimenti.

Dalla (10') si ricavano mediante derivazione, le seguenti espressioni per le componenti degli sforzi

$$(11) \left\{ \begin{aligned} \Phi_{11} &= A_2 \Psi_{11} + A_2 (\Psi_{22} + \Psi_{33}), \\ \Phi_{22} &= \Phi_{33} = A_5 \Psi_{11} + A_1 (\Psi_{22} + \Psi_{33}) ; \end{aligned} \right. \qquad \Phi_{23} = \Phi_{31} = \Phi_{12} = 0 .$$

D'altra parte essendo

$$u_2 = u_3 = 0,$$

avremo dalle (7), tenendo presenti le (5), e la $a_{23} = 0$, e ponendo per brevità $u_1 = u$

$$(12) \left\{ \begin{aligned} \Psi_{11} &= \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{u}{2 a_{11}} \frac{\partial a_{11}}{\partial x_1}, \\ \Psi_{22} &= \frac{u}{2 a_{22}} \frac{\partial a_{22}}{\partial x_1}, \\ \Psi_{33} &= \frac{u}{2 a_{33}} \frac{\partial a_{33}}{\partial x_1} ; \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} \Psi_{23} &= 0, \\ \Psi_{31} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{33}}} \frac{\partial u}{\partial x_3}, \\ \Psi_{12} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} \frac{\partial u}{\partial x_2} . \end{aligned} \right.$$

1) Cfr. Marcolongo, " Teoria matematica dello equilibrio dei corpi elastici " (Manuali Hoepli, 1904; pag. 189).

2) Sarebbe facile dimostrare che nell'ipotesi fatta è questa l'*unica* forma che può assumere il potenziale compatibilmente cogli sforzi maxwelliani.

Per tanto dalle (11) e dalle (6') risulta che debbono essere soddisfatte le equazioni seguenti

$$(13)\qquad -A_2\Psi_{11}-A_5(\Psi_{22}+\Psi_{33})=A_5\Psi_{11}+A_1(\Psi_{22}+\Psi_{33})=\frac{F^2}{8\pi}.$$

Se riguardiamo u e A_5 come funzioni di x_1, x_2, x_3 arbitrariamente prefissate, essendo allora determinate per le (12) Ψ_{11}, Ψ_{22}, Ψ_{33} le precedenti ci danno univocamente i valori di A_1 e A_2.

Con ciò tutti i parametri di elasticità che compariscono nell' espressione (10') del potenziale, risultano completamente determinati.

Ci rimane però da tener conto di una ulteriore condizione qualitativa.

Nella valutazione dei parametri A_1, A_2, A_5 bisogna tener presente che essi debbono avere valori finiti e tali da rendere positiva la forma 2Π.

Facciamo ora constatare come sia possibile soddisfare, usufruendo della arbitrarietà di u e A_5, alla voluta condizione.

Dalle (13) si ricava

$$(A_2+A_5)\Psi_{11}+(A_1+A_5)(\Psi_{22}+\Psi_{33})=0.$$

Questa riesce identicamente soddisfatta se si pone

$$-A_1=-A_2=A_5=A.$$

Il potenziale (10') diviene allora

$$2\Pi=-A(\Psi_{11}-\Psi_{22}-\Psi_{33})^2.$$

Perchè -2Π sia positivo si richiede adunque che sia $A>0$.
Le (13) danno l' unica relazione

$$A\{\Psi_{11}-\Psi_{22}-\Psi_{33}\}=\frac{F^2}{8\pi}.$$

Dovendo essere $A>0$, da questa si ricava manifestamente

$$\Psi_{11}-\Psi_{22}-\Psi_{33}>0,$$

cioè, per le (12),

$$\frac{\partial u}{\partial x_1}+u\frac{\partial}{\partial x_1}\log\sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}\cdot a_{33}}}>0.$$

Poniamo

$$u = e^v ,$$

con chè si viene ad ammettere che la u assuma valori soltanto positivi. La precedente diverrà

$$e^v \left\{ \frac{\partial v}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_1} \log \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22} \cdot a_{33}}} \right\} > 0 .$$

Da questa risulta che basta prendere

$$\frac{\partial v}{\partial x_1} > \mathrm{M} ,$$

avendo chiamato M il limite superiore dei valori assoluti di $\frac{\partial}{\partial x_1} \log \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}\, a_{33}}}$, che manifestamente dev' essere finito.

In particolare si ottempera a tutte le condizioni qualitative prendendo

$$u = \mathrm{C} e^{k x_1}$$

con C e k costanti e $\mathrm{C} > 0$, $k > \mathrm{M}$.

4. Supponiamo ora che le superficie equipotenziali $\mathrm{V} =$ costante sieno sfere concentriche, che gli spostamenti sieno radiali e che il mezzo elastico sia isotropo.

Poniamo

$$x_1 = r, \quad x_2 = \vartheta, \quad x_3 = \phi,$$

dove r, ϑ, ϕ rappresentano un sistema di coordinate polari.

Il potenziale elastico di un mezzo isotropo avendo per espressione

$$-2\Pi = \mathrm{A}(\Psi_{11} + \Psi_{22} + \Psi_{33})^2 + \mathrm{B}(\Psi_{23}^2 + \Psi_{31}^2 + \Psi_{12}^2 - 4\Psi_{22}\Psi_{33} - \\ - 4\Psi_{33}\Psi_{11} - 4\Psi_{11}\Psi_{22}) ,$$

dove A e B designano i parametri elastici del mezzo, si ricavano per le componenti degli sforzi i valori seguenti

$$(14) \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{11} = -\mathrm{A}(\Psi_{11} + \Psi_{22} + \Psi_{33}) + 2\mathrm{B}(\Psi_{22} + \Psi_{33}), \\ \Phi_{22} = -\mathrm{A}(\Psi_{11} + \Psi_{22} + \Psi_{33}) + 2\mathrm{B}(\Psi_{33} + \Psi_{11}), \\ \Phi_{33} = -\mathrm{A}(\Psi_{11} + \Psi_{22} + \Psi_{33}) + 2\mathrm{B}(\Psi_{11} + \Psi_{22}); \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \Phi_{23} = -\mathrm{B}\,\Psi_{23}, \\ \Phi_{31} = -\mathrm{B}\,\Psi_{31}, \\ \Phi_{12} = -\mathrm{B}\,\Psi_{12}. \end{array} \right.$$

Notiamo subito che non può essere $B=0$, altrimenti il primo gruppo delle precedenti darebbe $\Phi_{11}=\Phi_{22}=\Phi_{33}$, le quali non sono conciliabili colle (6') che esigono $\Phi_{22}=\Phi_{33}=-\Phi_{11}$.

Dovendo essere, per le (6') stesse, $\Phi_{23}=\Phi_{31}=\Phi_{12}=0$, dal secondo gruppo delle (14) scendono le

$$\Psi_{23}=\Psi_{31}=\Psi_{12}=0\,.$$

e per le (12)

$$\frac{\partial u}{\partial \varphi}=\frac{\partial u}{\partial \vartheta}=0,$$

cioè lo spostamento è funzione di r soltanto.

D' altra parte ponendo

$$a_{11}=1\,,\; a_{22}=r^2\,,\; a_{33}=r^2\,\mathrm{sen}^2\vartheta\,,$$

il primo gruppo delle (12) diviene, indicando con un apice la derivazione rispetto ad r,

$$\Psi_{11}=u'\,,\; \Psi_{22}=\Psi_{33}=\frac{u}{r}\,. \tag{15}$$

Da queste risulta che anche le Ψ_{ss} sono funzioni della sola r.

Per le (6') e le (14) avremo dunque da soddisfare alle due seguenti equazioni

$$A(\Psi_{11}+2\Psi_{22})-4B\Psi_{22}=-A(\Psi_{11}+2\Psi_{22})+$$
$$+2B(\Psi_{11}+\Psi_{22})=\frac{F^2}{8\pi}\,,$$

dove F è funzione della sola r.

Da queste si ricava

$$B=\frac{F^2}{8\pi(\Psi_{11}-\Psi_{22})}\,,$$

$$A=\frac{\Psi_{11}+3\Psi_{22}}{\Psi_{11}+2\Psi_{22}}B\,,$$

e per le (15)

$$\left\{\begin{aligned} B&=\frac{r}{ru'-u}\frac{F^2}{8\pi}\,,\\ A&=\frac{ru'+3u}{ru'+2u}B\,.\end{aligned}\right. \tag{16}$$

A e B devono soddisfare, com' è ben noto, alle condizioni

$$B > 0 \quad e \quad 3A - 4B > 0 .$$

Essendo, per le (16),

$$3A - 4B = \frac{u - ru'}{ru' + 2u} B ,$$

le precedenti condizioni equivalgono alle seguenti

$$(17) \qquad \begin{cases} u - ru' < 0 , \\ 2u + ru' < 0 . \end{cases}$$

Da queste, sommate membro a membro, risulta che u *dev' essere sempre negativa.*

Ciò posto cerchiamo di soddisfare ad es. alle (17) prendendo per u l' espressione che segue

$$(18) \qquad u = - k r^{-n} ,$$

dove k ed n sono due costanti e $k > 0$.

Ricavandosi dalle (18)

$$u - ru' = - k (n + 1) r^{-n} ,$$

$$2u + ru' = - k (2 - n) r^{-n} ;$$

le (17) riescono soddisfatte se

$$-1 < n < 2.$$

Gli spostamenti che rientrano nel tipo (18) quando $0 < n < 2$, hanno veramente interesse fisico poichè divengono evanescenti quando r cresce oltre ogni limite.

Applichiamo i risultati precedenti ad un campo elettrostatico generato da una sfera conduttrice uniformemente elettrizzata.

Diciamo R il raggio della sfera ; ρ la densità elettrica superficiale ; considerando il campo esterno alla sfera il potenziale è in tal caso

$$V = \frac{4\pi R^2 \rho}{r} .$$

Da questa derivando si ha

$$V' = F = - \frac{4\pi R^3 \rho}{r^2},$$

e portando questa espressione nelle (16), tenendo conto della (18), si ricavano per B ed A le espressioni seguenti:

$$B = \frac{2\pi R^6 \rho^2}{k(n+1)} r^{(n-3)},$$

$$A = \frac{3-n}{(2-n)(n+1)} B.$$

Come si vede prendendo $0 < n < 2$, B ed A si mantengono finite e continue nel campo considerato e tendono a zero quando ci si allontana indefinitamente dalla sfera. Essendo costante il rapporto $\frac{A}{B}$ possiamo dire che è costante il rapporto fra la velocità di propagazione delle onde longitudinali e quella delle onde trasversali.

Padova, Giugno 1909.

SULLA VARIAZIONE DI TENACITÀ DEL FERRO NEL CAMPO MAGNETICO.

Nota del Prof. ERNESTO DRAGO [1]).

1. In questa seconda Nota sono esposti i risultati delle esperienze eseguite con i varî campioni di filo di ferro.

I fili X con cui dapprima s' intrapresero le ricerche quantitative, presentavano un diametro di $0^{mm},4$ ed un colore bruno caratteristico, dal quale si poteva arguire che non erano stati ricotti in un' atmosfera inerte.

Con essi si fecero tre serie di misure nel modo seguente. Si sceglievano molti pezzi di filo della stessa lunghezza da una medesima matassa e si tagliavano in due parti eguali, di cui una era sottoposta a rottura senza eccitare il campo magnetico, l' altra dopo avere eccitato il medesimo. In ogni misura si prendeva nota della temperatura segnata da un termometro il cui bulbo era collocato a piccolissima distanza dalla parte di filo cimentata.

I risultati di una prima serie di esperienze sono consegnati nella seguente

1) Lavoro eseguito nell' Istituto fisico della R. Università di Catania.

TABELLA I.

Num. d'ord.	P_s	t	P_m	t'	P_c	T_s	T_m	l_{sm}	l'_{sm}	l_{cm}	l'_{cm}
Attacchi meccanici								Campo magnetico 800 gauss			
	gr.	°	gr.	°	gr.	m s	m s	mm	mm	mm	mm
1	5756	11,0	5763	10,5	5760	16 0	16 0	62	81	60	76
2	5725	11,8	5728	12,0	5729	16 0	16 0	58	76	59	77,5
3	5784	12,6	5744	12,0 [1]	5740	16 3	16 2	60	78	61	78
4	5724	11,7	5728	12,0	5730	15 48	15 49	57,5	75	60	78
5	5718	11,9	5722	11,9	5722	16 20	16 10	60	79	60	79
6	5705	13,7	5711	13,9	5712	16 2	16 5	61	81	60	78
7	5708	12,0	5717	11,5	5714	15 3	15 0	60	77	60	81
8	5701	12,5	5702	12,8	5704	15 7	15 0	60	83	60	77
Medie	5721,4		5726,9		5726,4	15 48	15 46	59,8	78,8	60,0	78,1

$$\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5726.4- \\ 5721.4 \\ \hline \Delta = 5,0 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 0,9 .$$

Le lettere indicano ordinatamente :

P_s carico di rottura dei fili non magnetizzati.

t temperatura dei medesimi.

P_m carico di rottura dei fili magnetizzati.

t' temperatura dei medesimi.

P_c valore di P_m corretto per la variazione di temperatura $t' - t$.

T_s tempo necessario per la rottura dei fili non magnetizzati.

T_m idem dei fili magnetizzati.

l_{sm} lunghezza iniziale dei fili non magnetizzati.

l'_{sm} somma delle lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura dei precedenti.

l_{cm} lunghezza iniziale dei fili magnetizzati.

l'_{cm} somma della lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura dei precedenti.

Δ differenza tra i valori medî di P_c e P_s .

1) Si ebbe $t' < t$ rompendo il filo prima nel campo magnetico.

M valore medio di P_s .

$\frac{1000\,\Delta}{M}$ aumento medio del carico di rottura per mille.

Dalle altre due serie di esperienze si ebbero rispettivamente i valori:

$$\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5540{,}9 \\ 5536{,}2 \\ \hline \Delta = 4{,}7 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}85 \qquad \begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5693{,}1 \\ 5687{,}2 \\ \hline \Delta = 5{,}9 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 1{,}0\,.$$

I fili A avevano il diametro di $0^{mm},3$ ed un colore bianco grigiastro. Le esperienze istituite in proposito fornirono i valori:

$$\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 3354{,}0 \\ 3350{,}5 \\ \hline \Delta = 3{,}5 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 1{,}0 \qquad \begin{array}{r} \text{gr.} \\ 3410{,}8 \\ 3407{,}8 \\ \hline \Delta = 3{,}0 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}9\,.$$

2. Nelle rimanenti tabelle sono stati trascritti i risultati delle esperienze eseguite con i fili R. Questi avevano lo stesso diametro medio e lo stesso colore dei fili A, e ciascuno era tagliato in tre parti eguali di cui una era sottoposta a rottura senza eccitare il campo magnetico, un' altra dopo avere eccitato il medesimo, e la rimanente nelle condizioni della prima. Ovvero dapprima si rompeva una parte del filo nel campo magnetico, poi un' altra senza eccitare il medesimo, e la terza nelle condizioni della prima. In tal modo poterono formarsi rispettivamente i gruppi di misure (A), (B), (C) o (A'), (B'), (C').

Le parti di filo rotte nel campo magnetico non erano le stesse in ogni esperienza: talora cioè si sottoponeva a rottura la parte centrale, tal' altra una delle parti terminali del filo e ciò per evitare un errore sistematico nelle misure, dipendente da costante differenza di tenacità dei fili nella loro lunghezza.

Gli attacchi di tali parti agli uncini venivano fatti ordinariamente con saldatura a stagno e le esperienze erano eseguite in un campo magnetico di 40 gauss ottenuto mediante il solenoide, ed in campi di 500, 900 e 1400 gauss con l' elet-

tromagnete di Faraday. Non credetti opportuno eseguire ricerche con campi più elevati perchè in tal caso la temperatura dell' ambiente in cui avveniva la rottura aumentava molto e rapidamente, e qualsiasi correzione sarebbe stata forse illusoria. Difatti prove in proposito non mi condussero a risultati sicuri e concordanti.

Nelle tabelle seguenti le lettere hanno questo significato:

P carico di rottura.

t temperatura dell' ambiente in cui avveniva la rottura.

P' carico di rottura corretto per le variazioni di temperatura.

T tempo necessario per la rottura.

l_i lughezza iniziale della parte di filo sottoposta ad esperimento.

l_f somma delle lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura della precedente.

Δ differenza tra i valori medî delle misure eseguite rispettivamente con il campo e senza campo magnetico.

M medio dei valori P e P' ottenuti senza campo magnetico.

$\frac{1000\,\Delta}{M}$ aumento medio del carico di rottura per mille causato dalla magnetizzazione.

V valore medio di P per i gruppi di misure (A) o (A').

V' valore analogo per i gruppi di misure (C) o (C').

V'_c valore medio di P' per i gruppi di misure (C) o (C').

TABELLA II [1])

Num. d'ord.	P	t [2])	T	l_i	l_f	Num. d'ord.	P	t [2])	T	l_i	l_f
(A)	Senza campo					(A')	Campo magnetico 40 gauss				
	gr.	°	m s	mm	mm		gr.	°	m s	mm	mm
64	2500	13,6	9 0	60	79	124	2476	14,0	8 47	61	80
66	2 18	12,5	9 54	60	76	126	2483	13,2	10 15	60	79
68	2415	15,0	10 54	61	80	128	2505	15,4	9 7	60	78
70	2513	14,2	10 35	60	78	130	2501	15,7	9 7	61	79
72	2505,5	13,5	9 27	59	75	132	2441	15,2	8 55	62	81
74	2452	14 0	9 30	60	78	134	2497	14,5	10 0	60	77
76	2459	13,6	10 22	60	78	136	2500,5	15,0	9 47	61	80
78	2493	13,4	8 55	61	80	138	2463	13,9	9 50	61	79
80	2434	15,6	8 48	61	81	140	2462	14,7	9 65	60	77
82	2445	14,4	9 49	62	79	142	2447	13,4	9 33	60	77
(C)						(C')					
104	2498	13,6	9 1	60	80	164	2474	14,1	8 47	60	80
106	2519	12,6	10 0	59	76	166	2486	13,3	9 57	61	80
108	2416,5	15,0	10 52	61	80	168	2507	15.3	9 5	60	78
110	2512,5	14,3	10 36	61	79	170	2503	15,8	9 7	61	79
112	2508	13,6	9 35	60	79	172	2435	15,2	8 58	62	79
114	2450	14,0	9 38	60	78	174	2498.5	14,6	9 55	60	78
116	2459	13,6	10 33	61	79	176	2498	15,0	9 47	61	79
118	2495	13,5	8 53	60	78	178	2469	13.9	9 46	61	79
120	2436	15,6	9 45	62	80	180	2465	14,7	9 55	61	78
122	2446	14,5	9 46	61	79	182	2447	13,4	9 26	60	78
Medie	M = 2473,7		9 51	60,45	78,6	Medie	2477,9		9 30	60,65	78,75
(B)	Campo magnetico 40 gauss					(B')	Senza campo				
84	2508	12,6	9 9	60	79	144	2474	14,1	8 47	61	80
86	2520	12,6	10 5	60	77	146	2482	13,2	9 55	60	78
88	2418,5	15,0	10 58	61	80	148	2505	15,4	9 13	61	79
90	2515,5	14,2	10 39	60	78	150	2500	15,8	9 7	61	80
92	2507,5	13.6	9 36	59	77	152	2438	15.2	9 3	61	80
94	2451	14.0	9 30	61	79	154	2495	14 6	9 56	60	78
96	2461,5	13,7	10 29	60	78	156	2497	1 ,0	9 47	61	80
98	2495	13.4	8 54	60	76	158	2464	13,9	9 49	61	80
100	2488	15,6	9 45	61	79	160	2462	14,7	9 46	60	78
102	2448	14,5	9 46	61	79	162	2446,5	13,4	9 38	60	77
Medie	2475,8		9 52	60,3	78,2	Medie	M = 2476,3		9 30	60,6	79,2

$$\begin{array}{r} 2475{,}8\ - \\ 2473{,}7 \\ \hline \Delta = 2{,}1 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}85 \qquad \begin{array}{r} 2477{,}9\ - \\ 2476{,}3 \\ \hline \Delta = 1{,}6 \end{array} \qquad \frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}65$$

1) Le cifre riportate sono sempre le medie tra quelle ottenute in due esperienze consecutive, e ciò per avere valori più concordanti.

2) Non fu fatta correzione alcuna per le variazioni di temperatura, poichè nelle misure riferite nella presente tabella si avevano solo delle differenze di un decimo di grado la cui influenza era trascurabile.

Tabella III.

Num. d'ord.	P	t	P'	T	l_i	l_f
(A)			Senza campo			
	gr.	°		m s	mm	mm
184	2439	24,5		10 8	63	80
186	2435	24,2		10 9	64	81
188	2516	24,8		10 21	61	79
190	2425	24,3		10 1	62	81
192	2429	24,3		10 13	62	80
194	2443	23,4		10 9	63	80
196	2444	23,8		10 13	62	80
(C)						
212	2442	24,6	gr. 2442	10 8	62	79
214	2437	24,5	2438	10 8	63	82
216	2511	25,0	2512	10 20	62	79
218	2426	24,4	2426	10 2	63	80
220	2430	24,5	2431	10 12	62	79
222	2443	23,6	2444	10 9	62	80
224	2441,5	24,1	2443	10 11	63	81
	Medie		M = 2447,6	10 12	62,4	80,1
(B)			Campo magnetico 500 gauss			
198	2443	24,6	2443	10 9	63	81
200	2438	24,5	2439	10 7	63	82
202	2516	25,0	2517	10 24	63	79
204	2428	24,4	2428	10 4	62	82
206	2430	24,5	2431	10 13	62	80
208	2444	23,6	2445	10 8	62	79
210	2444	24,1	2445	10 11	62	80
	Medie		2449,7	10 13	62,4	80,4

V = gr. 2447,3 V' = gr. 2447,2 V_c' gr. 2448,0

gr. 2449,7 — 2447,6

Δ = 2,1

$$\frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}9$$

Num. d'ord.	P	t	P'	T	l_i	l_f
(A')			Campo magnetico 500 gauss			
	gr.	°		m s	mm	mm
226	2395	26,6		10 12	62	81
228	2497	24,0		10 5	61	81
230	2413	25,4		10 7	62	81
232	2402	25,0		10 6	64	83
234	2471	23,8		10 30	63	82
236	2455,5	24,7		9 54	62	81
238	2470,5	24,9		9 50	62	81
(C')						
254	2393	27,0	gr. 2395	10 8	63	78
256	2494	24,2	2495	9 56	61	80
258	2415	25,4	2415	10 8	62	82
260	2402	25,3	2403	10 4	64	76
262	2466,5	24,1	2468	10 25	63	81
264	2455,5	25,0	2457	9 55	63	81
266	2470	25,1	2471	9 54	62	80
	Medie		2443,4	10 5	62,4	80,6
(B')			Senza campo			
240	2393	26,8	2394	10 10	62	80
242	2493	24,2	2494	9 54	61	82
244	2413	25,5	2413	10 10	63	74
246	2399	25,2	2400	10 4	64	83
248	2467	23,9	2467	10 28	63	81
250	2454	24,8	2454	9 57	62	80
252	2468,5	24,9	2468,5	9 51	62	82
	Medie		M = 2441,4	10 5	62,4	80,3

V = gr. 2443,4 V' = 2442,3 $V_{c'}$ = gr. 2443,4

gr. 2443,4 2441,4

Δ = 2,0

$$\frac{1000\,\Delta}{M} = 0{,}8$$

TABELLA IV.

Per i gruppi di misure (A), (B), (C).
V = gr. 2459,2 V′ = gr. 2456,7 V'_c = gr. 2459,3

gr.
2461,7 —
2459,3
Δ = 2,4

$\frac{1000\,\Delta}{M} = 1,0$

Per i gruppi di misure (A′), (B′) (C′)
V = gr. 2446,2 V′ = 2444,9 V'_c = gr. 2445,7

gr.
2445,9
2443,8
Δ = 2,1

$\frac{1000\,\Delta}{M} = 0,9$

TABELLA V.

Num. d'ord.	P	t	P′	T	l_i	l_f
(A)			Senza campo			
	gr.	°		m s	mm	mm
340	2509	16,7		10 39	62	81
342	2455	16,8		10 12	63	82
344	2464	18,0		10 57	61	79
346	2505	15,5		10 48	63	83
348	2476	15,7		10 18	64	82
350	2490	16,1		11 3	62	80
(C)						
364	2501,5	17,5	gr. 2504,5	10 29	62	80
366	2451	17,5	2454	10 7	63	82
368	2460	18,5	2462	10 51	63	8[illegible]
370	2494	16 3	2497	10 36	63	79
372	2481	16,6	2485	10 19	65	85
374	2488,5	17,1	2492,5	10 56	62	81
	Medie		M = 2482,8	10 32	62,75	81,25
(B)			Campo magnetico 1400 gauss			
352	2510	16,7	2510	10 31	62	[illegible]1
354	2458	16,8	2458	10 7	63	82
356	2467	18,0	2467	10 48	61	81
358	2504	15,6	2504	10 38	63	82
360	2484	15,9	2485	10 20	65	84
362	2494	16,3	2495	10 58	62	80
	Medie		2486,5	10 34	62, 7	81, 7

V = gr. 2482,3 V = gr. 2479,3 V_c' = 2482,5

gr.
2486,5 —
2482,8
Δ = 3,7

$\frac{1000\,\Delta}{M} = 1,5$

Num. d'ord.	P	t	P′	T	t_i	l_f
(A′)			Campo magnetico 1400 gauss			
	gr.	°		m s	mm	mm
376	2470	22,6		10 21	64	82
378	2478	.2,0		10 36	62	81
380	2469	19,3		10 43	63	83
382	2466,5	20,5		10 32	63	81
3·4	2499	23,6		10 53	63	81
386	2498,5	21,4		10 36	72	81
(C′)						
400	2459	23,9	gr. 2464	10 15	64	82
402	2477	23,3	2482	10 32	62	80
404	2 63	20,8	2469	10 43	63	82
406	2469	21,3	2472	10 32	62	81
408	2489,5	24,6	2493,5	10 52	63	81
410	2500,5	22,3	2504,5	10 34	62	82
	Medie		2480,5	10 36	62,75	81, 4
(B′)			Senza campo			
388	2459	23,7	2463	10 9	64	82
390	2476	23,0	2480	10 37	62	82
392	2463	20,5	2468	10 49	62	81
394	2465,5	21,0	2467,5	10 31	63	82
396	2492	24,6	2496	10 51	62	81
398	2493	22,9	2499	10 34	62	80
	Medie		M = 2478,9	10 35	62, 5	81, 3

V = gr. 2480,2 V′ = gr. 2476,3 V_c' = 2480,8

gr.
2480,5 —
2478,9
Δ = 1,6

$\frac{1000\,\Delta}{M} = 0.65$

3. Da queste ultime tabelle si vede come rimanga giustificato il procedimento seguito nella correzione della tempetura.

Infatti confrontando i valori V e V' con V_c rispettivamente, si ha il seguente prospetto:

Tabella	Campo magnetico in gauss	V	V'	V_c'	V — V'	V — V_c'
III	500	2447,3	2447,2	2448,0	+ 0,1	— 0,7
»	»	2443,4	2442,3	2443,4	+ 1,1	0
IV	900	2459,2	2456,7	2459,3	+ 2,5	— 0,1
»	»	2446,2	2444,9	2445,7	+ 1,3	+ 0,5
V	1400	2483,2	2479,3	2482,5	+ 3,9	+ 0,7
»	»	2480,2	2476,3	2480,8	+ 3,9	— 0,6

da cui appare che le differenze V — V' sono tutte positive, e vanno crescendo col crescere del campo e quindi della differenza di temperatura, mentre le analoghe V — V'_c hanno vario segno e sono inferiori ad 1 grammo, come s' era già trovato nelle misure di prova [1]).

4. I risultati ottenuti nelle mie ricerche sono stati aggruppati nella seguente tabella:

Fili	Campo magnetico in gauss	L	Δ	$\frac{1000\,\Delta}{M}$	Fili	Campo magnetico in gauss	L	Δ	$\frac{1000\,\Delta}{M}$
X	210	mm — 0, 2	5,9	1, 0	R	500	mm + 0, 3	2,0	0, 8
»	300	— 0, 9	5,0	0, 9	»	900	— 0,35	2,4	1, 0
»	900	+ 0, 1	4,7	0,85	»	»	0	2,1	0, 9
A	1100	0	3,5	1, 0	»	1400	+ 0, 5	3,7	1, 5
»	»	— 1, 1	3,0	0, 9	»	»	— 0,15	1,6	0,65
R	40	— 0,25	2,1	0,85					
»	»	— 0, 5	1,6	0,65				Media	0, 9
»	500	+ 0, 3	2,1	0, 9					

1) Rendiconti, Acc. Lincei pag. 115.

dove L esprime la variazione media dell' allungamento verificatosi nei fili magnetizzati sottoposti a trazione sino a rottura, e Δ, $\frac{1000\,\Delta}{M}$ hanno i soliti significati.

I valori di $\frac{1000\,\Delta}{M}$ sono sufficientemente concordanti per poter concludere *che il carico di rottura di un filo sottile di ferro ricotto subisce nel campo magnetico un aumento medio di 0,9 per mille.* Quanto poi alle variazioni del coefficiente d' allungamento, i valori di L sono tali da non permettere conclusione alcuna in proposito.

Tratterò tale argomento in un prossimo lavoro.

AZIONE DELLA LUCE ULTRAVIOLETTA SULLA DISTANZA ESPLOSIVA NELL' ARIA.

Nota di L. TIERI.

Come è noto, Hertz, nel corso delle sue classiche ricerche sulle oscillazioni elettriche, dimostrò che la luce ultravioletta, fatta cadere sul catodo di un eccitatore, favorisce la produzione delle scintille [1]). In seguito Elster e Geitel [2]) trovavano che la luce ultravioletta può agire in modo impedente sulle scariche operando con una macchina di Holtz con due eccitatori in derivazione, dei quali, quello con cui si studiava il fenomeno, era formato da una pallina e da un disco di zinco ben amalgamato. Anche in questo caso Elster e Geitel trovavano che vuol essere illuminato il disco costituente il catodo. Nel 1896, in uno studio sull' azione dei raggi Röntgen e della luce ultravioletta sulla scarica esplosiva nell' aria [3]), Sella e Majorana, ponendo in derivazione sul secondario di un rocchetto un tubo Crookes opportunamente schermato e un eccitatore con sfere di ottone amalgamato di un determinato diametro, trovavano che regolando opportunamente l' intensità della corrente nel primario del rocchetto, in modo da avere scintille di lunghezze massime variabili, la luce ultravioletta di una lampada ad arco esercitava un effetto favorente sulla scintilla per distanze relativamente piccole delle sfere dell' eccitatore; mentre aumentando la distanza di queste, si arrivava ad un punto in cui la luce ultravioletta non aveva più nessun effetto; con un ulteriore aumento della distanza la scarica veniva impedita dalla luce ultravioletta. Osservarono inoltre che pel fenomeno di Hertz il polo illuminato vuole essere il negativo: per l' effetto impedente il polo positivo. Essi conclusero che il presentarsi dell' effetto favorente o impedente

1) Wied. Ann., t. XXXI, pag. 983, 1887.
2) Wied. Ann., t. XXXIX, pag. 332, 1888.
3) R. Acc. dei Lincei, t. V, 1° sem., 1896.

dipende dalla distanza degli elettrodi; e che la distanza neutra, quella cioè in cui la luce ultravioletta non ha nessuna azione, varia col diametro degli elettrodi dell'eccitatore.

Le importantissime ricerche di Righi [1]), di Hallwachs [2]) e di Stoletov [3]) sulla dispersione di una carica negativa sotto l'influenza della luce ultravioletta, dispersione che trova la sua interpretazione nei lavori del Righi [4]) e del Lenard [5]), ci spiegano in modo esauriente il fenomeno di Hertz: nessuna spiegazione possibile si ha invece per l'effetto impedente.

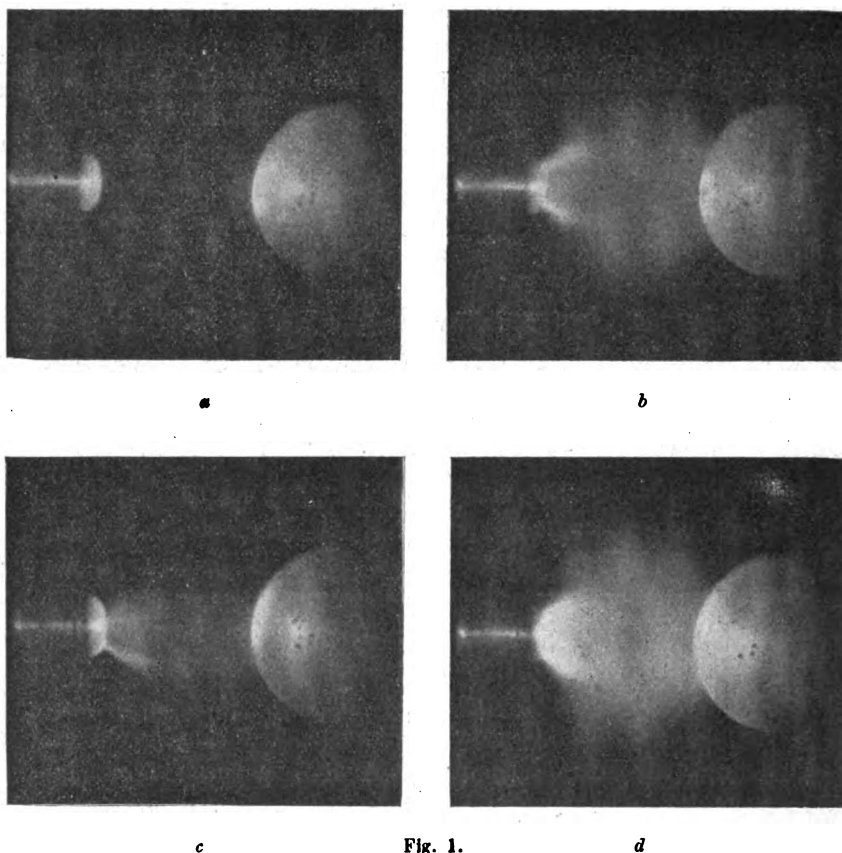
Ripetendo l'esperienza di Elster e Geitel con elettrodi sferici, ebbi modo di confermare una osservazione dei due autori e che a mio parere è di importanza fondamentale per la spiegazione del fenomeno di impedimento della scarica dovuto alla luce ultravioletta. Elster e Geitel segnalano invero che qualora sia grande la distanza tra la sfera positiva e il piano di zinco amalgamato, il fiocco che così si determina viene reso più difficile dall'illuminazione del piano.

Ritenendo che appunto in ciò si abbia la spiegazione del fenomeno, come sarà visto più in là, ho voluto mettere bene in evidenza questa influenza ostacolatrice della luce ultravioletta sulla produzione del fiocco. Sostituendo nel dispositivo Elster e Geitel al disco amalgamato e alla sferetta due palline di zinco, ben pulite con carta smerigliata finissima, di 16 mm. di diametro, poste a conveniente distanza, si dimostra anche in tal caso l'effetto impedente dovuto alla illuminazione: un fiocco anodico accompagna le scintille quando la luce ultravioletta viene soppressa; il fiocco è ancora più visibile se il catodo è in comunicazione col suolo. Facendo cadere la luce ultravioletta di una lampada ad arco, concentrata con lenti di quarzo, sul catodo, scompaiono scintille e fiocco. Per mettere meglio in evidenza l'azione sul fiocco, ho preso come catodo una sfera di zinco del diametro di 3 cm. in comunicazione col suolo, e come anodo una calotta del diametro di

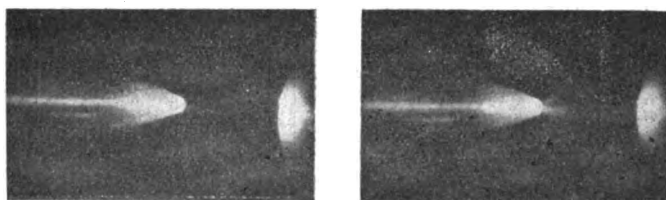
1) Rend. Acc. dei Lincei, IV serie, vol IV, 1° sem. 1888.
2) Wied. Ann., t. XXXIII, pag. 301, 1888; t. XXXIV, pag. 731, 1888.
3) Comptes rendus, t. 106, pag. 1149, 1888; t. 107, pag. 91, 1888.
4) Nuovo Cim., III serie, 1888, 1889.
5) Ann. der Physik, t. 2, pag. 359, 1900.

1 cm. Regolando convenientemente le distanze dei due eccitatori in derivazione, ottenevo un bel fiocco nell'anodo quando sopprimevo la luce ultravioletta per mezzo di una lastra di vetro dello spessore di 2 mm.; il fiocco scompariva completamente o si indeboliva quando la luce ultravioletta giungeva sul catodo.

a b

c Fig. 1. d

Le fotografie della fig. 1, ottenute con obiettivo di quarzo, ritraggono il fenomeno per due distanze diverse tra le sfere dell' eccitatore. Le *a* e *b* furono ottenute per la distanza di cm. 2,5 tra le sfere; la posa per ognuna fu di 2^m30^s; le *c* e *d* per la distanza di cm. 2,3, con posa di 1^m30^s. Le *a* e *c* si ot-

tennero mentre il catodo era illuminato, le *b* e *d* si ottennero sopprimendo la luce ultravioletta. Avvicinando opportunamente le sfere, fino a che si produca nettamente l'effetto favorente di Hertz, non si riesce a rivelare il fiocco anodico.

Le esperienze precedenti furono fatte anche sostituendo alla macchina di Holtz il rocchetto. Il dispositivo più adatto per lo scopo fu il seguente: il secondario del rocchetto era rilegato ad un eccitatore in modo che il polo negativo per le correnti d'apertura fosse una sfera di zinco dal diametro di 3 cm. e il polo positivo una punta di zinco alquanto arrotondata. Il polo negativo era inoltre in comunicazione col suolo. La punta era alla distanza di circa 13 mm. dalla sfera. Regolando con apposite resistenze l'intensità della corrente che alimentava il primario del rocchetto, non si presentava o si presentava il fiocco anodico secondo che la luce ultravioletta arrivava o no sul catodo. Come ho già detto precedentemente

a Fig. 2. *b*

la luce ultravioletta veniva concentrata sul catodo per mezzo di due lenti di quarzo in modo da avere sul catodo stesso l'immagine dei carboni della lampada ad arco a grandezza naturale. Le fotografie della fig. 2 rappresentano nettamente il fenomeno. La *a* fu ottenuta con luce ultravioletta; la *b* si ottenne sopprimendo la luce ultravioletta con lastra di vetro dello spessore di mm. 2. La posa fu per entrambe di 3^m.

Nella soppressione dell'effluvio causata dalla luce ultravioletta, soppressione nettamente dimostrata dalle esperienze su riferite, risiede a mio parere la causa del così detto effetto Elster e Geitel consistente nell'azione ostacolatrice dovuta all'illuminamento. Si tenga presente invero, come fu dimostrato

specialmente da Swyngedauw [1]), che l'effluvio ha un'azione diretta estremamente favorevole alla produzione della scintilla: quest'azione sembra anzi incomparabilmente più energica di quella dovuta ad una luce ultravioletta estranea rivelantesi nel fenomeno di Hertz; ed ha per origine tanto un'azione diretta della scarica ad effluvio, quanto, molto probabilmente, un'azione della luce ultravioletta propria dell'effluvio medesimo. È chiaro allora che se la luce estranea interviene estinguendo l'effluvio, come è dimostrato dalle esperienze precedenti, viene con ciò a mancare un'energica azione favorente per la scintilla, cosicchè può ben avvenire che in totale la luce renda più difficile la produzione di questa. L'effetto impedente della luce sarebbe quindi, per dir così, un fenomeno apparente, in quanto essa sopprime un'energica causa favorente qual'è l'effluvio.

Non è improbabile che la medesima spiegazione valga per il fenomeno analogo trovato da Sella e Majorana con i raggi X [2]) e da Stefanini e Magri con i raggi del radio [3]).

Tutte queste radiazioni agirebbero cioè ostacolando la formazione dell'effluvio per la ionizzazione creata fra gli elettrodi.

---

1) Éclairage Électrique, vol. XI, 2° trim. 1897, p. 397.
2) R. Acc. Lincei, t. V, 1°, sem. 1896.
3) Nuovo Cim., ser. V, t. VII, pag. 170; 1° sem. 1904.

RIVISTA

Magnetismo.

Fattore smagnetizzante.

È noto come ponendo in un campo magnetico una sostanza magnetizzabile su questa, oltre ad agire quello (campo esterno) agisca anche un campo dovuto al magnetismo libero indotto, distribuito sulla superficie del corpo in modo spesso molto complicato. Anche se il campo esterno H' è uniforme, in generale non lo è quello indotto H" per cui la sostanza sarà soggetta ad un campo risultante H, somma vettoriale di H' e H", variabile da punto a punto e dipendente dalla forma e costituzione del corpo. Ma se il corpo è omogeneo o, diremo meglio, se la suscettività ha lo stesso valore in tutte le *direzioni*, e se esso ha la forma di elissoide di rivoluzione con l'asse di rotazione parallelo al campo esterno, il campo risultante nei *punti interni* è uniforme, colla direzione di H' e col valore:

$$H = H' - N I,$$

dove I è la intensità della magnetizzazione del corpo ed N — il *fattore smagnetizzante* — un numero funzione soltanto di *e*, *eccentricità* della elisse meridiana. Per l'elissoide allungato

$$e = \sqrt{1 - \frac{a^2}{c^2}}$$

ed

$$N = 4\pi\left(\frac{1}{e^2} - 1\right)\left(\frac{1}{2e} \lg \frac{1+e}{1-e} - 1\right).$$

Una semplicissima costruzione geometrica (*shearing* dell'Ewing) permette di ricavare una curva di magnetizzazione

qualsiasi quando sia data quella *normale* ($N = 0$) pel materiale che si considera.

Quando il prodotto di N per la *suscettività* del corpo è molto piccolo in confronto dell'unità, si può sostituire, senza grave errore, al caso dell'elissoide quello, molto più importante per la pratica, di un corpo allungato qualsiasi, di un filo o di un'asta. Non si deve però perdere di vista la condizione sotto la quale la sostituzione è possibile, poichè la distribuzione del magnetismo sopra un cilindro terminato da basi piane non rassomiglia affatto alla distribuzione sopra un elissoide. Questo magnetismo è concentrato verso gli estremi nel cilindro mentre, nell'elissoide, varia proporzionalmente alla distanza dall'equatore.

Da qui deriva che il campo H'', nei cilindri non molto lunghi, non solo varia da punto a punto della loro lunghezza ma anche, per lunghezze inferiori a 50 diametri [1]), nei punti della stessa sezione, aumentando verso il centro. Ne consegue che, in un cilindro corto, la magnetizzazione risulta minore verso l'asse che non alla periferia e ciò ha fatto *erroneamente* pensare per molto tempo ad una specie di schermo che il ferro esterno avrebbe esercitato alla penetrazione del magnetismo negli strati più profondi [2]).

Molti sperimentatori si sono occupati della determinazione di N nei cilindri, intendendo con questo simbolo, a seconda del modo usato nella misura, il fattor smagnetizzante medio in tutta la sbarra o semplicemente medio nella sezione centrale. Il metodo per avere N in ultima analisi si riduce a questo. Si trova $I = f(H')$ pel cilindro che si considera e per uno infinitamente lungo dello stesso materiale. Se H' ed H'_0 sono i rispettivi valori del campo esterno che danno lo stesso valore di I, $H' - H'_0$ è il campo smagnetizzante e però $N = \frac{H' - H'_0}{I}$ il fattore cercato.

1) Ascoli e Lori. Lincei, 1894, 2° sem., pag. 157, 190.

2) Ascoli. Lincei, 1894, 1° sem., pag. 176, 279, 314, 377. Nuovo Cimento, 1898, 8°, pag. 32.

Du Bois [1]) fece delle determinazioni relative a cilindri di lunghezza da 1000 a 10 diametri, Ascoli e Lori [2]) da 55 a 5,5 e Riborg Mann [3]) da 300 a 5. I risultati, specialmente pei cilindri più corti, sono notevolmente discordanti. Una recente determinazione la si deve ai signori S. P. Thompson ed E. W. Moss [4]) i quali operarono col metodo balistico, misurando il flusso traversante la sezione mediana di cilindri lunghi da 2,66 a 40 diametri.

Riproduciamo dalla memoria originale di questi Fisici una tavola dove sono raccolti i risultati ottenuti da essi in raffronto con quelli ottenuti da Du Bois e da Riborg Mann.

1) Magnetische Kreise, 1894, p. 45.
2) L. c.
3) Inaugural-Dissertation. Berlin, 1895.
4) Phil. Mag. S. 6, v. 17°, p. 729, may. 1909.

TAV. I.

$\frac{l}{d}$	$\frac{l}{\sqrt{A}}$	Fattore smagnetizzante			
		Cilindro			Elissoide di rivoluzione
		Du Bois	Riborg Mann	Thompson e Moss	
2.66	3	. . . .	. . . .	1.2	. . . . .
3.55	4	. . . .	. . . .	0.83	. . . . .
4.44	5	. . . .	. . . .	0,618	. . . . .
5	5.64	. . . .	0.6800	*0.53*	. . . . .
5.34	6	. . . .	. . . .	0.483	. . . . .
6.66	7.5	. . . .	. . . .	0.3518	. . . . .
8.86	10	. . . .	. . . .	0.233	. . . . .
10	11.28	0.216	0.2550	*0.198*	0.2549
10.67	12	. . . .	. . . .	0.18	. . . . .
13.3	15	. . . .	. . . .	0.1287	. . . . .
15	16.92	0.1206	0.1400	*0.108*	0.135
17.72	20	. . . .	. . . .	0.0826	. . . . .
20	22.56	0.0775	0.08975	*0.069*	0.0848
25	28.2	0.0533	0.06278	*0.049*	0.0579
26.6	30	. . . .	. . . .	0,0438	. . . . .
30	33.84	0.0393	0,04604	*0.036*	0.0432
35.6	40	. . . .	. . . .	0.0255	. . . . .
40	45.12	0.0338	0.02744	*0.0223*	0.0266

I numeri in *corsivo* sono ottenuti per interpolazione.

Con $\frac{l}{d}$ si è indicata la lùnghezza espressa in diametri e con $\frac{l}{\sqrt{A}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{l}{d}$ la quantità proporzionale ad $\frac{l}{d}$ esprimente il rapporto della lunghezza alla radice quadrata della sezione retta. Si scorge che i valori attualmente ottenuti sono più bassi dei precedenti e tanto più quanto più sono corti i ci-

lindri. La discordanza viene attribuita al fatto che qui si facevano le misure relativamente alla sezione centrale dove erano minime le azioni smagnetizzanti, mentre le altre osservazioni, essendo eseguite col metodo magnetometrico, misuravano l'effetto medio in tutta la lunghezza.

I signori Thompson e Moss hanno esteso le loro determinazioni a sbarre di sezioni rettangolari coi lati in differenti rapporti. Riproduciamo una seconda tavola coi risultati, nella quale $\frac{l}{\sqrt{A}}$ ha lo stesso significato che nella precedente e con $\frac{a}{b}$ si è indicato il rapporto dei lati.

TAV. II.

$\frac{l}{\sqrt{A}}=3$		$\frac{l}{\sqrt{A}}=4$		$\frac{l}{\sqrt{A}}=5$		$\frac{l}{\sqrt{A}}=6$		$\frac{l}{\sqrt{A}}=8$		$\frac{l}{\sqrt{A}}=10$	
$a:b$	N	$a:b$	N	$a:b$	N	$a:b$	N	$a:b$	N	$a:b$	N
10.03	0,828	10	0.586	10.05	0.44	10	0.354	10.2	0.2358	10	0.178
5.95	0,925	5.96	0.66	5.99	0.488	6	0.3885	5.96	0.264	5.99	0.19
3.98	1.02	3.99	0.726	3.98	0,528	3.96	0.415	4	0.28	3.98	0.206
2.00	1.098	2	0.775	2	0,575	2	0.448	2	0,3	2	0.22
1.492	1.13	1.5	0.798	1.49	0,59	1.5	0.4645	1.5	0.3075	1.495	0,224
0.9914	1.13	0.99	0,8	0.993	0,59	0.996	0.465	...	....	0.993	0.224

Si scorge immediatamente che il fattore smagnetizzante cresce coll'avvicinarsi all'unità del rapporto fra i lati ed è massimo per la sezione quadrata. Il fatto che pel cilindro è più grande ancora ci fa vedere che il fattore smagnetizzante di un corpo allungato, di una certa lunghezza e sezione, cresce col diminuire del perimetro della sezione.

La memoria originale è corredata di numerosi e molto chiari diagrammi.

Cristalli ferromagnetici.

Fra le sostanze *ferromagnetiche*, caratterizzate dalla loro alta suscettività variabile e dall'isteresi, oltre ad alcuni metalli ed a leghe di questi fra loro o con altri ed anche a leghe di metalli che di per loro non possiedono le proprietà magnetiche (leghe di Heussler) troviamo alcune sostanze composte cristallizzate. Appartengono a quest'ultima categoria, ed interessano specialmente il mineralogista, l'*ematite*, la *pirotina* e, meglio, la *magnetite*. È noto come alla proprietà ferromagnetica della magnetite, e precisamente alla sua isteresi, si debba la prima scoperta dei fenomeni magnetici e lo sviluppo delle nostre conoscenze su di essi che già assumono con Gilbert (1540-1603) grado di scienza.

Ad onta della grande importanza storica della magnetite cristallizzata pochi sono i lavori su di essa condotti con indirizzo veramente razionale e cioè che tengano conto non solo delle circostanze attuali ma anche del modo secondo il quale si sono svolte le circostanze precedenti.

È notevole uno studio, per mezzo del fenomeno di Kerr, fatto dal Du Bois nel 1890 [1]) sopra un piccolo cristallo proveniente dall'isola d'Elba del quale una faccia ottaedrica era stata resa speculare. Egli trovò che la saturazione magnetica, perpendicolarmente allo specchio, e quindi parallela all'asse ternario, corrispondeva ad una intensità di 350 cgs. e praticamente si raggiungeva con campi di 1000 a 1500 cgs. Uno studio del Weiss [2]) sopra dischi tagliati sia perpendicolarmente che parallelamente agli assi, ossia parallelamente rispettivamente o perpendicolarmente alle faccie ottaedriche, dodecaedriche ed esaedriche, di grossi cristalli puri di magnetite provenienti da Traversella e Brozzo, ne mise in evidenza l'anisotropia ferromagnetica. Questo risultato giunse impreveduto. Lord Kelvin infatti fin dal 1851 aveva emessa una teoria, verificata in tutte le sue conseguenze da numerosi sperimentatori, secondo la quale p. e. una sostanza cristallizzata nel sistema cubico si doveva comportare come isotropa non solo

1) Phil. Mag. Aprile 1890, p. 301.
2) Thèse. Fac. des Sciences. Paris, 1896.

per le proprietà elastiche, termiche, ottiche, ma anche per le magnetiche.

I risultati del Weiss sembravano dire che la magnetite faceva eccezione, ma è facile vedere che eccezione non esiste poichè in questo corpo manca la condizione fondamentale voluta dalla teoria. Questa infatti è basata sul principio della sovrapposizione delle componenti della magnetizzazione e questo non è applicabile se non quando le componenti stesse sieno proporzionali a quelle del campo, ossia se non quando le suscettività $\frac{I}{H}$, prese in tre direzioni principali, siano indipendenti dal campo stesso. Ciò non è nei corpi ferromagnetici.

Uno studio esauriente fece il Weiss [1]) sopra cristalli di pirotina ai quali pure non è applicabile la teoria di lord Kelvin, presentando suscettività variabile col campo. Il minerale studiato, che cristallizza nel sistema esagonale, non mostra, in alcuna maniera, dal punto di vista magnetico, la simmetria corrispondente a questo sistema. Quel Fisico potè riconoscere che ciascun cristallo era composto di quantità ineguali di 3 elementi presentanti ciascuno la simmetria ortorombica e rotati di 60° gli uni rispetto agli altri in modo da presentare una forma apparentemente esagonale come lo Streng aveva enunciato molto tempo prima. Il Weiss potè ottenere delle lamine composte quasi esclusivamente di soltanto uno dei 3 elementi e presentanti la proprietà di non essere magnetizzabili in una direzione. Le altre 2 direzioni formano insieme il così detto « piano magnetico »: in una di esse la saturazione ($I_s = 47$ cgs) è già raggiunta con un campo esterno di sole 700 cgs. e nell'altra non lo è affatto anche con campi elevatissimi. Se non esistesse il *campo smagnetizzante*, che agisce in altissimo grado nella direzione di *facile magnetizzazione*, si prevede che la saturazione sarebbe raggiunta con valori molto più bassi del campo esterno od *anche nulli*. Questa previsione paradossale deriva dalla teoria del *campo molecolare* del Weiss e la sua verifica sperimentale darebbe certo grande valore alla teoria stessa.

1) Journal de Phys. 1905, p. 836.

L'ematite è stata studiata dal Kunz [1]). Questo minerale presenta, come la pirotina, il piano magnetico e la composizione pseudo-esagonale, ma i fenomeni vi sono molto più complicati e difficili a studiare.

Per consiglio del Weiss il Quittner [2]) riprese lo studio della magnetite per approfondirne il comportamento. Purtroppo la complicazione dei risultati non permette di schematizzarli, come pei cristalli normali di pirotina, ma certo è questo un nuovo notevole contributo che il laboratorio di Ginevra porta alle nostre conoscenze sul magnetismo dei cristalli e sul modo di misurarlo.

Non possiamo seguire l'A. nelle minuziose descrizioni degli strumenti impiegati, nella registrazione dei risultati e nella loro discussione. Solo daremo l'ipotesi che viene emessa sulla struttura molecolare della magnetite, ipotesi che rende conto bene delle proprietà magnetiche dei cristalli di questo minerale e delle relazioni che l'esperienza riconosce fra esse. La magnetite sarebbe composta di parti uguali di tre elementi, come quelli della pirotina, dei quali i piani magnetici sarebbero perpendicolari gli uni agli altri. Le molecole sarebbero ordinate in maniera da formar tre sistemi di piani equidistanti, normali fra loro e formanti fra essi delle cavità cubiche. Questa magnetite ideale sarebbe tagliata, da quattro sistemi di spacchi, paralleli alle faccie dell'ottaedro, in una quantità di piccoli ottaedri i quali conterrebbero ciascuno probabilmente molti cubi molecolari. Se i quattro sistemi di spacchi sono eguali il cristallo possiede la simmetria cubica, vi si scosta al contrario se certi sistemi sono più larghi di certi altri.

F. Piola.

1) Archives des Sciences physiques et naturelles de Genève, 1907, 23°, p. 187.

2) Archives des Sciences phisiques et naturelles de Genève, 1908, 26°, pp. 358-393, 455-501, 585-608.

Il funzionamento dei sismografi.

Le osservazioni sismiche sono fatte generalmente allo scopo di determinare il movimento del suolo, cioè di stabilire per ogni istante lo spostamento di esso dalla posizione che manterrebbe, se non ci fossero perturbazioni sismiche.

Si riferisce la posizione di un punto del suolo ad una terna di assi fissi, cioè non soggetti alla perturbazione sismica. Sarebbe facile determinare le tre componenti dello spostamento:

$$(1) \qquad x = f(t);\ y = \varphi(t);\ z = \psi(t)$$

se si potesse disporre effettivamente di punti fissi, ma siccome non si sa realizzare dei corpi i quali rimangano fissi mentre il suolo è agitato da movimenti, si ricorre all'inerzia di masse materiali.

I sismografi in uso sono quindi fondati sul seguente principio. Perchè una massa materiale segua il suolo nel suo movimento occorre che ad ogni istante essa sia sottoposta ad una forza proporzionale all'accelerazione, cioè, secondo la prima componente per esempio, a x''. Se i legami che la uniscono al suolo si potessero considerare rigidi, la massa seguirebbe perfettamente quel movimento; ma essi non sono rigidi, e in seguito allo spostamento relativo fanno nascere delle forze per le quali il suolo tende a trascinare con sè la massa, questa perciò si muove spostandosi rispetto al suolo. Un movimento di questo genere:

$$(2) \qquad a = F(t),$$

dove con a si indica lo spostamento della massa rispetto al suolo, si osserva nei sismografi: esso mette in evidenza il fenomeno sismico che ne è la causa, ed al quale è legato mediante relazioni, la cui conoscenza renderebbe possibile il determinare gli spostamenti del suolo.

Gli apparecchi sismici hanno quindi una massa inerte che vien chiamata impropriamente « massa stazionaria ». In quiete, essa sta in una determinata posizione detta di riposo; spostata

dalla posizione di riposo essa tende ad esservi ricondotta da una forza, dovuta generalmente alla deformazione di molle elastiche, o al suo peso stesso.

La completa determinazione del moto richiederebbe la conoscenza delle tre componenti, che si sogliono stabilire due orizzontali, secondo N-S ed E-W, e l'altra verticale.

Per la determinazione delle componenti orizzontali vi sono tre modi tipici di sospensione della massa inerte:

1). La massa viene sospesa come in un pendolo ordinario. In questo caso la forza che tende a ricondurla alla posizione di riposo è la componente tangenziale del peso, che per un dato spostamento diviene tanto più piccola per quanto più lungo è il pendolo.

L'accelerazione del movimento del suolo secondo una delle componenti, per es. la prima, abbia il valore k, che supponiamo si mantenga costante per qualche tempo. La massa m allora si sposta rispetto al suolo finchè vien raggiunta quella deviazione alla quale corrisponde la forza $m\,k$ necessaria perchè essa assuma lo stesso moto del suolo: ora, lo spostamento al quale corrisponde quella forza è tanto più grande quanto maggiore è la lunghezza del pendolo, con questa cresce quindi la cosidetta *sensibilità*.

I sismografi così costruiti sono detti *pendoli verticali* (fig. 1).

2). L'asse di rotazione di un pendolo verticale venga portato dalla orizzontale ad una posizione inclinata. A misura che esso viene avvicinato alla verticale, il piano di oscillazione del pendolo tende a diventare orizzontale, e quindi diminuisce la forza che si oppone ad un certo spostamento dalla posizione di riposo. Si possono così aumentare notevolmente la sensibilità ed il periodo proprio, modificando solo l'inclinazione dell'asse. In pratica, per rendere sensibilissimo il sismografo, l'asse si tien quasi verticale, di modo che il piano di oscillazione risulta quasi orizzontale, e l'apparecchio prende il nome di *pendolo orizzontale* (fig. 2).

3). La massa appoggia su un punto o su un asse al di sotto di essa, formando come un pendolo capovolto. L'equilibrio

vien reso stabile per mezzo di molle che reagiscono agli spostamenti: modificando la tensione di esse si può variare la sensibilità ed il periodo proprio del sistema, che vien detto *pendolo astatico* (fig. 3).

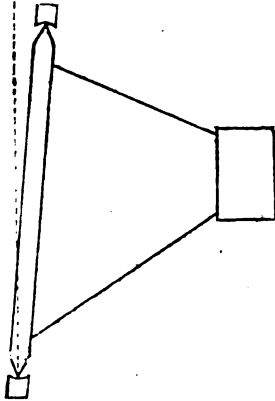
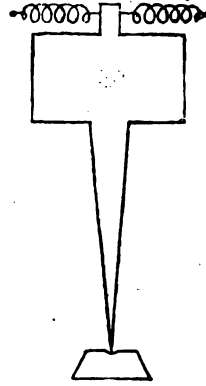



Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Per la determinazione della componente verticale la massa viene sostenuta da molle, direttamente o per mezzo di leve (fig. 4 e 5). Qui è la reazione elastica delle molle, quindi, che tende a ricondurre la massa alla sua posizione di riposo, cioè quella cui corrisponde l'equilibrio fra la tensione delle molle ed il peso. E si può diminuire questa reazione per ogni certo

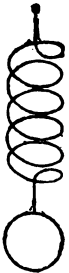
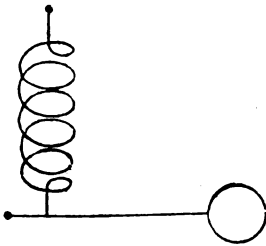
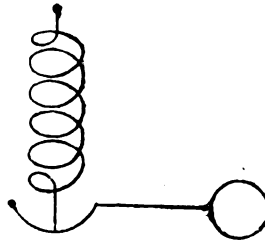



Fig. 4. Fig. 5. Fig. 6.

spostamento, quando si fa il punto d'attacco della molla fuori del piano orizzontale in cui si trovano il fulcro e la massa

(fig. 6). Si può far crescere in questo modo la sensibilità ed il periodo proprio.

Gli apparecchi che servono per la misura della componente verticale si chiamano *sismografi verticali.*

Il movimento della massa rispetto al suolo viene fissato mediante la registrazione. Perciò alla massa si collega un indice il cui estremo appoggia e scrive su una striscia di carta. Questa, mediante un meccanismo di orologeria fissato al suolo, viene mossa perpendicolarmente alla direzione in cui si può spostare l'indice nel moto relativo: così viene disegnata sulla carta la curva $a = F(t)$, che rappresenta questo movimento in assi ortogonali: l'asse dei tempi ha la direzione del movimento della carta, e coincide colla linea $a = 0$, tracciata dall'indice quando la massa è ferma nella posizione di riposo; l'asse degli spostamenti a gli è perpendicolare.

Per rendere più sensibile un sismografo e più agevole l'analisi della curva, gli spostamenti dell'indice si fanno risultare molto più grandi di quelli corrispondenti della massa. L'ingrandimento degli spostamenti si ottiene in diversi modi, che in sostanza sono in generale i seguenti:

1). La penna scrivente, che per lo più è costituita da una punta finissima la quale incide un sottile strato di nero fumo sulla carta, è collegata alla massa per mezzo di sistemi di leve leggerissime, che amplificano il movimento.

2). Fa da indice un fascio di raggi luminosi, il quale viene riflesso mediante uno specchio, che ruota quando la massa si sposta dalla posizione di riposo. Questo fascio luminoso proietta un punto su una striscia di carta sensibile alla luce, mossa al solito da un meccanismo di orologeria, e vi impressiona la curva del moto. L'ingrandimento cresce se si aumenta la lunghezza dell'indice, cioè se si fa maggiore la distanza fra lo specchio e la carta sensibile.

In un ingrandimento molto forte si presentano però dei notevoli inconvenienti: Così se esso è fatto nel primo modo, ora riferito, l'attrito nelle leve e nella punta scrivente, smorza molto irregolarmente il movimento della massa, e nel secondo modo, vien richiesto uno spazio molto grande e risulta molto

indebolita l'azione della luce sulla carta sensibile. Perciò il Galitzin invece degli spostamenti della massa registra fotograficamente le deviazioni di un galvanometro aperiodico sensibilissimo, in cui passano delle correnti che vengono indotte a causa del movimento della massa. Il circuito del galvanometro è collegato con un rocchetto a telaio rettangolare, costituito da molte spire di filo conduttore sottile: questo rocchetto, movendosi colla massa del sismografo alla quale è fissato, si sposta in un campo magnetico uniforme in cui si trova immerso in parte. Il sistema è disposto in modo che le variazioni del flusso magnetico risultano proporzionali ai corrispondenti spostamenti della massa, per modo che è possibile stabilire la relazione che intercede fra il moto della massa e quello del galvanometro, registrato sulla carta sensibile.

Sulla forma della curva che si ottiene registrando il moto della massa rispetto al suolo, hanno notevole influenza il moto proprio del sismografo, e lo smorzamento irregolare per l'attrito nella sospensione, nei perni delle leve, nella punta scrivente, ecc. Onde rendere regolare questo smorzamento, e meno rilevante in ogni punto della registrazione l'effetto degli impulsi precedenti, è opportuno smorzare fortemente il movimento della massa, con una forza della quale si possa conoscere il valore ad ogni istante. Si suole adoperare quindi per lo smorzamento la resistenza che offrono i liquidi o i gas, al movimento di corpi immersi in essi: il mezzo viene contenuto entro recipienti fissati al suolo, ed il corpo immerso in esso è trascinato dalla massa nel suo movimento.

Si ammette che la resistenza così opposta al moto relativo sia proporzionale alla velocità di esso, cioè, per la prima componente ad esempio, alla a'.

Il Galitzin adopera lo smorzamento prodotto dalle correnti di Foucault indotte in una lamina di rame che la massa del sismografo a cui è fissata trascina nel suo movimento; la lamina di rame perciò si muove fra i poli di una elettrocalamita fissa al suolo. Con questa disposizione si ottiene facilmente uno smorzamento fortissimo, e che si può regolare, variando la in-

tensità della corrente necessaria per produrre il campo magnetico.

I sismografi, dunque, comprendono essenzialmente un organo mobile sottoposto all'azione simultanea:

1). Di una forza proporzionale allo spostamento (si può ammettere che sia tale per piccoli spostamenti, quella che tende a ricondurre la massa nella posizione di riposo).

2). Della forza di smorzamento, proporzionale alla velocità.

L'equazione del movimento proprio del sistema, è quindi della ben nota forma:

$$a'' + P a' + Q a = 0 \tag{3}$$

con P e Q si indicano due costanti. Spostata la massa dalla posizione di riposo essa vi ritorna con moto oscillatorio di ampiezze successive decrescenti se lo smorzamento è lieve, cioè se $Q - \frac{P^2}{4} > 0$. Crescendo lo smorzamento, il moto diviene aperiodico quando $Q = \frac{P^2}{4}$ (moto critico): allora la massa si avvicina alla sua posizione di riposo senza oltrepassarla mai. E per smorzamenti più forti, $Q - \frac{P^2}{4} < 0$, il moto aperiodico diviene via via più lento.

Ma quando interviene il movimento del suolo, che noi abbiamo rappresentato con $x = f(t)$, lo spostamento della massa diventa $a + x$, e quindi l'equazione del moto prende la forma:

$$a'' + P a' + Q a = - x''. \tag{4}$$

Da questa equazione lineare del secondo ordine, fondamentale per i sismografi, si dovrebbero ricavare le relazioni che legano a ad x, e che rendono possibile la determinazione del moto del suolo $x = f(t)$, mediante la corrispondente curva $a = F(t)$ registrata da un sismografo.

La equazione (4) viene convenientemente adattata ai varî apparecchi, dando anche gli opportuni valori ai coefficienti. Inoltre, ove si voglia tener conto anche delle perturbazioni che

potrebbero venire dai movimenti di inclinazione, e dalle variazioni della gravità, quella equazione va completata con la aggiunta di opportuni termini.

Per la determinazione delle relazioni che intercedono fra le due funzioni f e F si seguono diverse vie. Facendo delle ipotesi sulla natura della $f(t)$ e poi integrando la equazione differenziale (4), si può ottenere la corrispondente $F(t)$: ma evidentemente ciò può essere fatto solo per pochi casi speciali molto semplici; così il Galitzin ha determinato la F quando la f è sinusoidale semplice e smorzata, oppure aperiodica logaritmica. Inoltre, si può ottenere la $x = f(t)$ integrando due volte l'espressione (4), come fa il Wiechert, e determinando poi il valore dei singoli termini della f ad ogni istante coll'applicazione di metodi grafici e calcoli alle diverse porzioni della curva registrata, $a = F(t)$.

È facile capire come la determinazione del moto del suolo presenti ad ogni modo difficoltà non lievi, e che notevoli cause d'errore all' atto pratico rendono mal sicura ogni conclusione. A proposito, infatti, credo opportuno di fare le seguenti osservazioni. Quando l'accelerazione del suolo è nulla, noi non ci accorgiamo del moto di esso; i sismografi, qualunque sia la loro sensibilità, non danno deviazioni poichè non ricevono impulsi. Ed evidentemente non c'è da pensare che, seguendo in modo continuo il movimento del suolo, si possa dedurre lo stato di questo moto e lo spostamento esistenti in un dato momento; poichè, anche se fosse possibile determinare con buona approssimazione le variazioni del movimento ad ogni istante, una causa d'errore anche lieve, dopo un certo tempo, potrebbe portare a risultati del tutto errati: così, per esempio, le variazioni di moto per cui l'accelerazione è piccola, ed il suo effetto non rientra nei limiti di sensibilità del sismografo, vengono necessariamente trascurate, la velocità di spostamento può assumere quindi lentamente valori molto differenti senza che noi ce ne accorgiamo.

Ed inoltre, siamo ben sicuri che quegli impulsi che noi attribuiamo ad un fenomeno sismico, non possano essere dovuti, anche in parte, all'intervento di forze ignote, invece che a spostamenti?

Risulta chiaro da quanto è stato accennato fin qui, che si presenta più opportuno di determinare la causa immediata di quegli impulsi, piuttosto che gli spostamenti. E appare quindi del massimo interesse il nuovo metodo per la misura dell'accelerazione dei fenomeni sismici, proposto recentemente dal Lippmann.

L'illustre fisico, considerando che nessuno degli apparecchi in uso registra lo spostamento assoluto, propone di registrare invece l'accelerazione assoluta, cioè la x''. Egli perciò si serve di un pendolo al moto del quale è applicabile la solita equazione:

$$a'' + \mathrm{P}\, a' + \mathrm{Q}\, a = -x''. \tag{4}$$

Registrare x'' è lo stesso di registrare la somma dei tre termini che si trovano nel secondo membro, perciò il problema vien ricondotto alla costruzione di un apparecchio che realizzi questa somma. Il Lippmann ha dato del suo apparecchio una descrizione molto succinta, che ritengo opportuno di riportare quasi integralmente.

« Muniamo il pendolo di una lente che proietti su una « carta sensibile l'imagine di un punto luminoso P. Se il punto « P fosse immobile la sua imagine subirebbe degli spostamenti « semplicemente proporzionali a quelli della lente, cioè ad a; « noi non faremmo che registrare a, come nei sismografi in « uso. Ma il punto P è mobile; questo punto è preso sul filo « di un galvanometro a corda, ed in questo galvanometro « può circolare una corrente la di cui forza elettromotrice è « uguale alla somma di un termine in a' e di un termine in a''. « Allora lo spostamento dell'imagine di P sulla carta sensibile « è uguale alla somma di tre termini rispettivamente propor- « zionali ad a, ad a' e ad a''. Occorre inoltre, che i coeffi- « cienti di questi tre termini siano proporzionali a quelli del « trinomio: $a'' + \mathrm{P}\, a' + \mathrm{Q}\, a$.

« Lo spostamento dei rocchetti, in cui si producono le cor- « renti indotte, permette di far variare questi coefficienti in « modo continuo.

« Come si fa a riconoscere se il sistema è regolato, cioè « se la deviazione del punto luminoso è proporzionale al va- « lore del trinomio? Facendo oscillare il pendolo liberamente

« la deviazione del punto luminoso in tal caso deve essere « nulla, in virtù dell'equazione (4). In altri termini l'apparec- « chio è allora insensibile alle oscillazioni proprie della massa « pendolare; esso non registra che l'azione delle forze pertur- « batrici, quali quelle sismiche, e la sua deviazione misura al- « lora, in virtù della equazione (4), l'accelerazione del movi- « mento del suolo ».

Non si può a priori giudicare come e fino a qual punto in pratica la geniale disposizione del Lippmann potrà corrispondere allo scopo; essa rappresenta indubbiamente però un notevole progresso.

Bibliografia.

G. Lippmann. *Appareil pour enregistrer l'accélération absolue des mouvements sismiques*. C. R., t. CXLVIII, 1909, 1° s., p. 148.

B. Galitzin. *Ueber seismometrische Beobachtungen*. Kais. Ak. der Wissensch. St. Petersburg, 1902.

Id. *Zur Metodik der seismometrischen Beobachtungen*. Id., 1903.

E. Wiechert. *Theorie der automatischen Seismographen*. Abhandlungen der Kön. Gesellsch. der Wiss. zu Göttingen, Neue Folge, Band. II, N. 1.

Id. *Die Erdbebenforschung, ihre Hilfsmittel und ihre Resultate für die Geophysik*. Phys. Zeit. 9. Jahr., pag. 36.

Firenze, Laboratorio di Fisica del R. Istituto di Studi Superiori.
Luglio 1909.

A. Lo Surdo.

Le recenti ricerche sulla radiotelegrafia.

La produzione delle onde elettromagnetiche.

1. *Introduzione.* — È noto che per gli scopi della radiotelegrafia si generano delle oscillazioni elettriche in grandi conduttori aerei, che si chiamano antenne, utilizzando la scarica oscillante che si può produrre in un circuito contenente autoinduzione e capacità convenienti. Ora la trasmissione di tali oscillazioni al circuito aereo può essere fatta derivando direttamente sull'antenna la corrente oscillante del circuito (fig. 1); oppure destando induttivamente per mezzo delle oscillazioni del circuito le oscillazioni nell'antenna (fig. 2). Con la prima di-

sposizione, che prende il nome di *accoppiamento diretto,* si possono produrre onde assai smorzate che possono essere rivelate con apparecchi sensibili alle prime oscillazioni e alle più

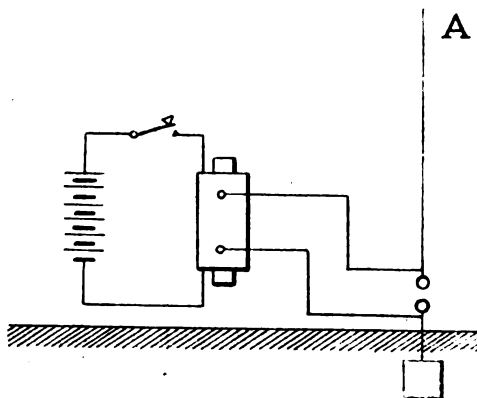



Fig. 1.

ampie *(coherer)*. Però una stazione che potesse segnalare tali oscillazioni rimarrebbe facilmente impressionata da qualunque impulso elettromagnetico, e così potrebbe essere facil-

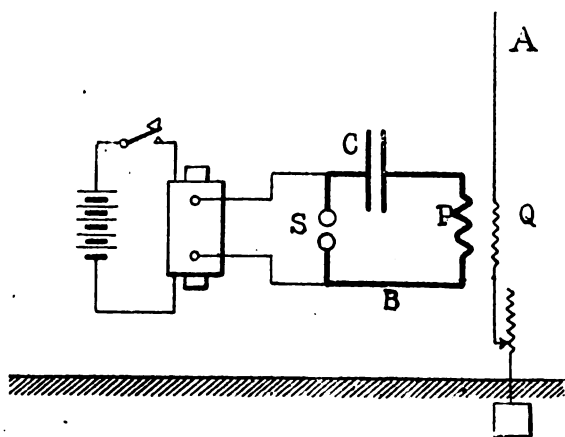



Fig. 2.

mente disturbata da altre stazioni o da perturbazioni atmosferiche. Con la seconda disposizione, ordinariamente chiamata *accoppiamento induttivo,* le oscillazioni riescono assai meno

smorzate che non con l'accoppiamento diretto; e con essa servono bene quei rivelatori che, come il *detector* magnetico di Marconi, operano sotto l'azione di impulsi periodicamente ripetuti. In questo caso il raggio d'azione del trasmettitore sarà più grande che non con l'accoppiamento diretto, di più, potendosi inserire l'apparecchio segnalante in un circuito intonato col circuito emittente, si ha modo così di limitare la possibilità di avere le segnalazioni disturbate da altre stazioni o da impulsi isolati. Per queste ragioni l'accoppiamento induttivo presenta su quello diretto dei vantaggi che lo rendono preferibile a quest'ultimo specialmente quando si debba trasmettere attraverso a lunghe distanze.

Per quanto sarà detto in seguito gioveranno alcune nozioni sull'accoppiamento induttivo. Si chiama sistema primario quello nel quale le oscillazioni sono prodotte comunicando direttamente ad esso l'energia esterna necessaria; si chiama secondario quel sistema nel quale le oscillazioni sono destate soltanto mediante il primario. Nella fig. 2 il primario è rappresentato dal circuito P B S C, il secondario dal sistema A Q.

Nell'accoppiamento induttivo è di grande importanza conoscere l'azione reciproca delle oscillazioni del primario e del secondario. A tale proposito osserviamo che il flusso di induzione magnetica attraverso al primario è proporzionale al coefficiente di autoinduzione p_1 di questo, e che il flusso d'induzione magnetica che il primario trasmette al secondario è proporzionale al coefficiente di induzione mutua dei due circuiti p_{12}. Ne segue che il rapporto fra l'ampiezza dell'oscillazione del secondario e quella del primario sarà proporzionale a $\frac{p_{21}}{p_1}$. Nello stesso modo l'ampiezza dell'oscillazione destata dal secondario nel primario sarà tanto più grande rispetto a quella del secondario quanto più p_{12} sarà più grande rispetto a p_2, ossia quanto più sarà più grande il rapporto $\frac{p_{12}}{p_2}$. Dunque l'azione reciproca fra i due circuiti sarà tanto più grande quanto più sarà grande

$$\frac{p_{21}\,p_{12}}{p_1\,p_2};$$

o, se $p_{21} = p_{12}$,

$$\frac{p_{12}^2}{p_1 p_2}.$$

La radice quadrata di questo rapporto

$$k = \frac{p_{12}}{\sqrt{p_1 p_2}}$$

si chiama *coefficiente di accoppiamento* dei due circuiti. Se tale rapporto è piccolo i due circuiti si influenzeranno poco l'uno coll'altro, e allora si dirà che l'accoppiamento è *sciolto*. Invece se quel rapporto è grande l'azione mutua dei due circuiti sarà grande e l'accoppiamento si dirà *serrato*.

2. *Carattere delle oscillazioni nei sistemi accoppiati induttivamente.* — Nella radiotelegrafia è utile accoppiare i sistemi in modo serrato per ottenere il massimo rendimento. Infatti nell' accoppiamento sciolto il piccolo valore della mutua induzione fa sì che dell' energia del primario una piccola parte soltanto venga utilizzata nel secondario. Però con l' accoppiamento serrato i due circuiti primario e secondario reagiscono l' uno sull' altro e danno luogo a fenomeni che occorre conoscere per comprendere il funzionamento della radiotelegrafia.

Consideriamo due circuiti accoppiati con un coefficiente di accoppiamento k; siano i due circuiti intonati in modo da avere lo stesso periodo di vibrazione corrispondente alla lunghezza d' onda λ, quando vengano considerati separatamente. L' esperienza stabilisce che quando i due circuiti sono accoppiati ognuno è sede di due vibrazioni aventi lunghezze d'onda λ_1 e λ_2 tali che

$$\lambda_1 = \lambda \sqrt{1 + k}$$
$$\lambda_2 = \lambda \sqrt{1 - k}\,.$$

Per capire in qual modo ciò accada ricorriamo ad una analogia meccanica. Si sospendano due pendoli della stessa lunghezza a una fune tesa orizzontalmente e si metta in oscillazione uno di essi. L' altro pendolo comincerà anch' esso a oscillare e l' ampiezza delle sue oscillazioni andrà crescendo;

nello stesso tempo si osserva invece che l'oscillazione del primo pendolo diminuisce d'ampiezza e finisce per fermarsi. Ma il secondo pendolo, che frattanto ha assunto un'ampia oscillazione, rimette in moto il primo pendolo e a sua volta decresce l'ampiezza delle proprie oscillazioni e si ferma, e così via di seguito. L'ampiezza delle oscillazioni dei due pendoli nei varî istanti è rappresentata dalle due curve della fig. 3, nella quale si vede chiaramente come il movimento dei due pendoli sia costituito dalla sovrapposizione di due oscillazioni di periodo diverso.

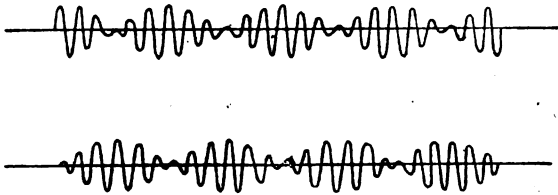



Fig. 3.

Si verifica un passaggio completo dell'energia da un pendolo all'altro e viceversa. Orbene un ugual processo si riscontra nei due sistemi oscillanti delle stazioni radiotelegrafiche.

Ora il sistema della stazione ricevente può essere intonato soltanto con le vibrazioni di un determinato periodo; ne segue che con le disposizioni ordinarie una delle oscillazioni emesse dall'antenna è completamente perduta. Inoltre lo smorzamento delle due oscillazioni risulta la media aritmetica degli smorzamenti che competerebbero ai due circuiti se fossero isolati; e siccome il primario per l'azione della scintilla riesce in generale assai smorzato, così rimane notevolmente aumentato anche lo smorzamento delle oscillazioni emanate dall'antenna e ciò si riflette dannosamente sul raggio d'azione della stazione emittente e sulla sintonia di quella ricevente.

3. *Utilizzazione della radiazione totale emessa da un'antenna.* — Al primo inconveniente ha cercato di ovviare il Fleming proponendo recentemente un ricevitore complesso che permette di assorbire tutte e due le onde emesse dal radia-

tore. A tale scopo all' antenna ricevente (fig. 4) vengono accoppiati due circuiti dotati di capacità e di autoinduzione variabili, per mezzo delle quali i due circuiti vengono sintonizzati l' uno con un sistema, l' altro con l' altro sistema

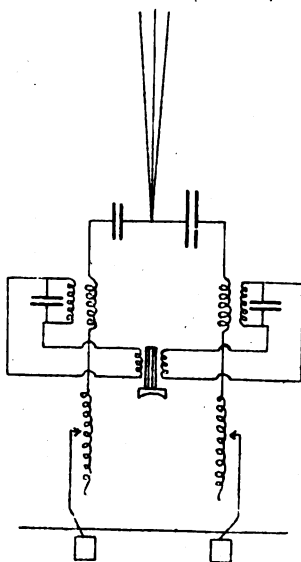



Fig. 4.

d' onde emesse. Ai due circuiti è poi collegato un apparecchio telefonico munito di due avvolgimenti: così il telefono è simultaneamente impressionato dalle due successioni di onde di diversa lunghezza e soltanto da quelle.

4. *La produzione di onde non smorzate. Il sistema Poulsen.* — Ma anche col sistema escogitato dal Fleming resta l' inconveniente del grande smorzamento. Per eliminarlo si è pensato lungamente di sostituire le oscillazioni prodotte dalla scarica ordinaria con oscillazioni non smorzate prodotte con un sistema che non implicasse il fenomeno esplosivo della scintilla. Fallito il tentativo fatto con gli alternatori ad alta frequenza, si presentò una nuova via quando il Duddell potè ottenere delle oscillazioni col suo arco cantante. Ma un progresso reale in questo senso si ebbe soltanto allorchè il Poul-

sen nel 1906 introdusse nella disposizione del Duddell delle modificazioni che permisero di raggiungere frequenze assai elevate. Il Poulsen stabilì l'arco fra un elettrodo di carbone E e uno di rame F (fig. 5) in un'atmosfera di idrogeno e in

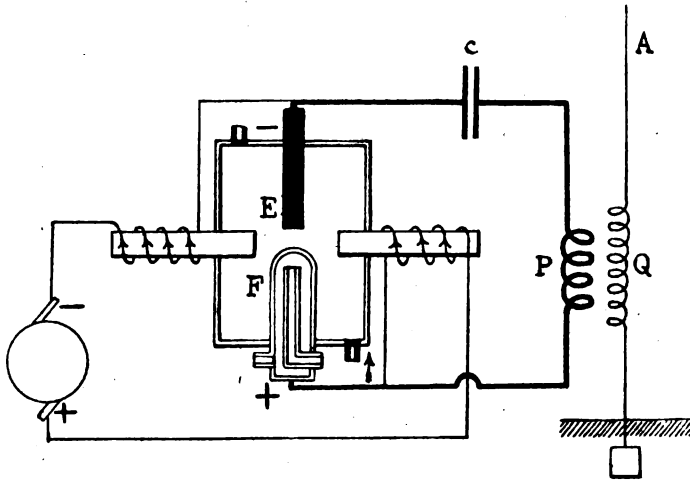



Fig. 5.

un campo magnetico perpendicolare all'arco stesso. L'elettrodo metallico fu collegato col polo positivo e fu raffreddato da una corrente d'acqua circolante in una cavità praticata nel suo interno; l'elettrodo di carbone, collegato col polo negativo, fu mantenuto in lenta rotazione intorno al suo asse. Quando su quest'arco sono messe in derivazione una capacità c e una autoinduzione P convenienti si possono ottenere su questo circuito derivato oscillazioni aventi un milione di frequenza e più. Se un'antenna A intonata col circuito sudetto è con esso induttivamente collegata come mostra la figura, si destano in quella delle oscillazioni prive di smorzamento. Per la formazione dei segnali si può adoperare un manipolatore che permetta di produrre periodicamente dei corti circuiti in una considerevole resistenza inserita nel circuito generatore o sull'antenna.

Con la disposizione del Poulsen sembrò a molti di aver acquistato un potentissimo mezzo per produrre onde adatte alla radiotelegrafia, tanto che si preconizzò la completa sosti-

tuzione della scintilla con l' arco. Però le esperienze fatte e l' esame spassionato del sistema hanno oramai indotto i più a credere che l' arco cantante non potrà mai avere una estesa applicazione alla radiotelegrafia industriale e ciò malgrado gli innegabili pregi che esso possiede.

In primo luogo l' arco di Poulsen presenta difficoltà eccessive per il suo funzionamento. Piccole deficienze nell' aggiustamento determinano la sua estinzione e danno alla corrente fluttuazioni irregolari. Ma anche ammettendo che perfezionamenti successivi possano rendere di facile uso l'arco cantante, resterà sempre l' inconveniente che la frequenza delle oscillazioni che con esso si ottengono dipende, oltre che dalle costanti del circuito, anche dalla lunghezza dell' arco e dalla qualità del carbone. Ora finchè la generazione delle onde non smorzate dipende da un fenomeno così complesso e così capriccioso come quello dell' arco, difficilmente si può credere di poter far funzionare con tali onde un sistema radiotelegrafico di pratica utilità.

Infine dal punto di vista economico il sistema Poulsen presenta grandi svantaggi di fronte al sistema Marconi, giacchè implica una grande dissipazione di energia. Di questa la massima parte viene assorbita nell'arco e nelle resistenze necessarie all'aggiustamento e soltanto una piccola parte, al più un decimo, è convertita in oscillazioni elettriche.

Di fronte a questi gravi inconvenienti del sistema dell' arco si è pensato di cercare se i suoi pregi si potevano realizzare usando il metodo della scintilla, tanto più semplice e tanto più economico. A questo proposito osserviamo che il vantaggio principale delle onde non smorzate sta nel fatto che esse possono essere usate di ampiezza così piccola da non impressionare i rivelatori circostanti non sintonizzati con esse. D'altra parte con la loro azione ripetuta possono supplire con la persistenza alla loro debolezza, e coi loro effetti cumulativi di risonanza possono produrre azioni cospicue anche a grande distanza.

Ma nella pratica il sommarsi delle azioni delle onde successive sui sistemi aventi un periodo di vibrazione identico a quello delle onde stesse ha un limite nel fatto che si stabili-

sce un equilibrio tra l'energia assorbita e quella degradata in calore o irradiata nello spazio dal sistema ricevente. È chiaro che raggiunto questo equilibrio è inutile mantenere le oscillazioni, giacchè esse non sarebbero utilizzate. Dunque dal punto di vista pratico i vantaggi delle onde non smorzate potrebbero essere raggiunti anche con le onde generate per mezzo della scarica attraverso alla scintilla quando fosse possibile con tal mezzo ridurre lo smorzamento a quel valore oltre il quale le onde, quand'anche si mantenessero, non aumenterebbero l'intensità dei segnali alla stazione ricevente.

5. *Metodo Marconi per ottenere onde poco smorzate.* — Il Marconi ha realizzato delle oscillazioni pochissimo smorzate facendo scoccare la scintilla fra elettrodi posti in rapido

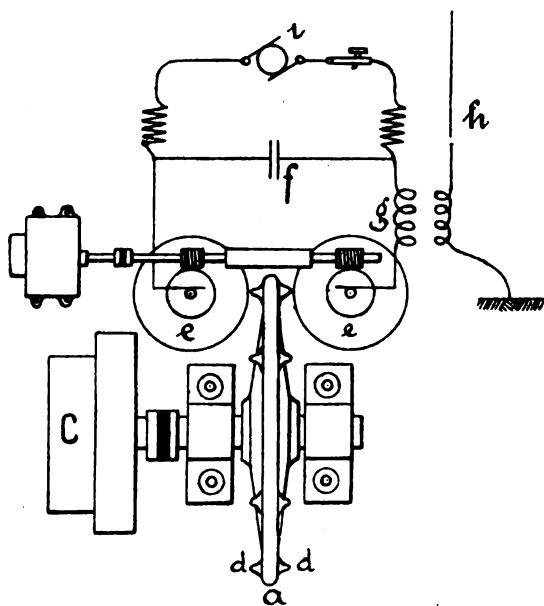



Fig. 6.

movimento. Una delle disposizioni usate dal Marconi per tale scopo è rappresentata nella fig. 6. Il disco di rame *a* è mobile intorno a un asse montato su cuscinetti isolati ed è accop-

piato mediante un giunto isolante a un motore C capace di farlo girare con grande velocità. Sulla periferia del disco sono fissati dei denti *d* di rame disposti a coppie da una parte e dall'altra del disco. Due altri dischi *e*, *e* rotanti anch'essi sono così disposti che i denti *d* nella loro rotazione vengano quasi a lambirne la periferia, e sono connessi per mezzo di convenienti contatti a spazzola a un condensatore *f* e ad una autoinduzione *g*. Ogni lastra del condensatore è poi connessa a una dinamo *i*. Nel movimento della ruota, allorchè i due denti vengono a trovarsi di fronte alle ruote *e*, *e*, scoccano due scintille che determinano nel circuito *f e e g* una scarica oscillante che induce delle oscillazioni nell' aereo *h*.

Probabilmente la scarica in tal caso assume la forma dell' arco, e in tal caso il funzionamento del metodo Marconi sarebbe identico a quello del metodo Poulsen. In ogni caso sembra che il metodo Marconi abbia corrisposto assai meglio di quello di Poulsen, giacchè a carico del primo non stanno i difetti che abbiamo enumerati parlando del secondo.

6. *L'eccitazione per urto.* (*Stosserregung*). — Per capire in qual modo, pur utilizzando l'eccitazione per scintilla, si possano creare oscillazioni assai poco smorzate, riprendiamo l'analogia dei due pendoli che in principio ci ha servito a spiegare l'azione reciproca di due circuiti accoppiati (2). Supponiamo che nell' istante in cui tutta l'energia del pendolo primario è stata trasferita nel secondario, ossia quando il pendolo primario stesso è ridotto in riposo, questo venga reso all'immobilità impedendogli in un modo qualunque di vibrare. Allora l'energia del secondo pendolo non può di nuovo ripassare nel primo e quindi darà luogo nello stesso secondo pendolo ad oscillazioni che avranno la frequenza e lo smorzamento che competono a questo quando è isolato. Soppressa così la mutua azione dei due pendoli, quello che rimane in oscillazione si muove non più con due periodi, ma con uno solo.

Dunque con un sistema induttivamente collegato ed eccitato con la scintilla si potrebbe ottenere che lo smorzamento proprio del secondario non venisse accresciuto dall' azione del primario, purchè si riuscisse ad avere scintille così smorzate

da cessare appena il circuito secondario ha assunto per esse la massima ampiezza di oscillazione. Inoltre in tal caso non si verificherebbe la generazione delle due onde; il secondario continuerebbe a vibrare non solo col proprio smorzamento, ma anche col proprio periodo.

Graficamente il fenomeno che si verificherebbe quando lo smorzamento della scintilla primaria fosse possibile sarebbe rappresentato dalle due curve inferiori della fig. 7, mentre il fenomeno che si verifica con le ordinarie scintille è rappresentato dalle due curve superiori della stessa figura.

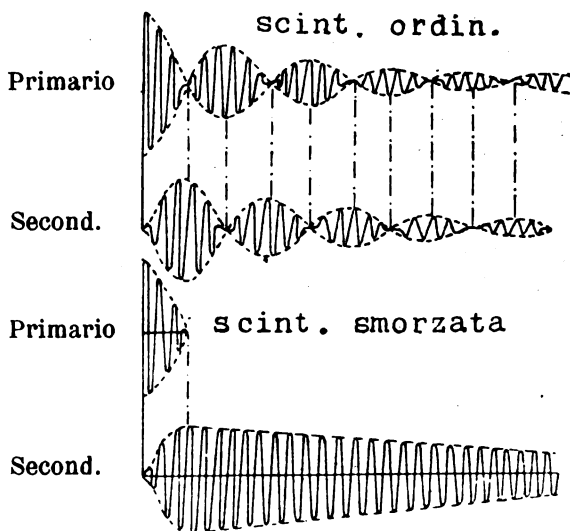



Fig. 7.

Chiameremo con lo Zenneck *eccitazione per urto* (Stosserregung) quella che si realizza con una scintilla sufficientemente smorzata, e ciò per richiamare una evidente analogia meccanica.

7. *Le ricerche del Wien sullo smorzamento delle scintille.* — Nel 1906 il Wien trovò che, mentre con scintille di lunghezza superiore a mezzo millimetro si avevano in due sistemi induttivamente accoppiati le solite due onde molto smor-

zate, con scintille più brevi compariva nel circuito indotto una terza onda avente il periodo proprio del circuito. Di più col diminuire della lunghezza della scintilla le due prime onde si riducevano continuamente di intensità e diventavano sempre più smorzate, la terza invece cresceva rapidamente di intensità e diminuiva di smorzamento. Il Wien stesso osservò che la ragione della presenza di queste tre oscillazioni sta nel fatto che la resistenza di piccolissime scintille cresce assai rapidamente e quindi l'oscillazione del primario si smorza subito. Il secondario poi una volta eccitato « oscilla come un sistema non accoppiato con la frequenza e con lo smorzamento che gli sono propri ».

Dunque l'eccitazione elettromagnetica per urto è realizzabile in modo assai semplice; basta utilizzare nel primario scintille molto corte.

8. *Il sistema Von Lepel.* — I risultati delle ricerche del Wien sono stati applicati in due modi diversi allo scopo di generare onde poco smorzate. Von Lepel al posto degli ordinari elettrodi di scarica pone due lastre metalliche piane raffreddate con un circolo d'acqua e separate da due o tre fogli di carta sottile, muniti di un foro nella regione centrale: cosicchè nel centro le due lastre sono separate soltanto da uno strato d'aria di circa 0,05^{mm}. Le due lastre sono messe in comunicazione coi morzetti di una dinamo a 500 volta a corrente continua o alternata, e in tali condizioni, data la piccolezza dell'intervallo di scarica, questa ha luogo appena il circuito viene chiuso con la chiave d'inserzione e cessa appena si interrompe la comunicazione. In tal modo l'energia non è inutilmente dispersa, giacchè il circuito resta chiuso soltanto durante la trasmissione di un segnale.

La carta che separa gli elettrodi dello scaricatore brucia lentamente dal centro alla periferia, ma questo non costituisce un serio inconveniente perchè essa dura per tre o quattro ore di lavoro continuo e può essere facilmente cambiata. Esperienze fatte da Erkine-Murray hanno mostrato che con lo scaricatore Von Lepel le oscillazioni del circuito primario sono

assai smorzate; e ciò dimostra che esso soddisfa alle condizioni dell'eccitazione per urto.

Con questo sistema l'energia del sistema trasmettente sembra assai grande. Con 800 watt nella corrente primaria si otterrebbero da 250 a 300 watt di energia ad alta frequenza; si avrebbe così un rendimento non mai raggiunto fin qui nelle oscillazioni elettriche. Esperienze con questo sistema si stanno eseguendo in Inghilterra e in Germania. Ad Hunstanton Norfolk sono stati ricevuti forti segnali mandati da 100 Km. sopraterra, e in Germania si è riusciti a comunicare fra 300 Km. Il giudizio di questo sistema potrà essere dato quando si saranno attuate esperienze su più larga scala; si crede che per la grande energia che mette in gioco, il sistema Von Lepel possa permettere l'uso di aerei di piccole dimensioni.

9. *Il nuovo sistema telefunken.* — Per realizzare una corrente primaria assai smorzata secondo le indicazioni del Wien la Gesellschaft für Drathlose Telegraphie non ha ricorso come il Lepel a una sola scintilla ottenuta con un generatore di grande potenza, ma ha usato le scintille ottenute nel solito modo mediante un rocchetto di induzione. Soltanto per arrivare ad una grande differenza di potenziale, ossia per utilizzare una grande potenza ha usato parecchie scintille in serie. Il sistema in discorso si designa col nome di *nuovo sistema telefunken.*

Lo scaricatore *telefunken* è costituito di 12 dischi di rame con la sagoma della fig. 8, aventi una superficie piana nella zona centrale circondata da un solco *a*. I dischi sono sovrapposti e sono separati l'uno dall'altro da anelli di mica *m* di tale spessore da lasciare un intervallo d'aria non più grande di 0,25 $^{m}/_{m}$ fra le due superficie piane. Gli anelli di mica sono disposti in modo che il loro orlo interno occupi la metà circa del solco *a*. Così le scintille che scoccano fra lastra e lastra non vanno a lambire l'orlo della mica.

Quando questo scaricatore è sostituito al posto di un ordinario spinterometro nel circuito primario, esso smorza istantaneamente le scintille ed eccita per urto le oscillazioni libere di un solo periodo nel circuito secondario.

In conseguenza di questo rapido smorzamento è possibile impiegare un alternatore avente una frequenza di 1000 o 2000 per creare un numero corrispondente di scintille primarie di scarica per secondo senza produrre mai l'arco. La successione rapida di queste scintille altamente smorzate crea una ugualmente rapida successione di gruppi di oscillazioni pochissimo smorzate aventi un periodo unico e possedenti molte proprietà delle oscillazioni non smorzate.

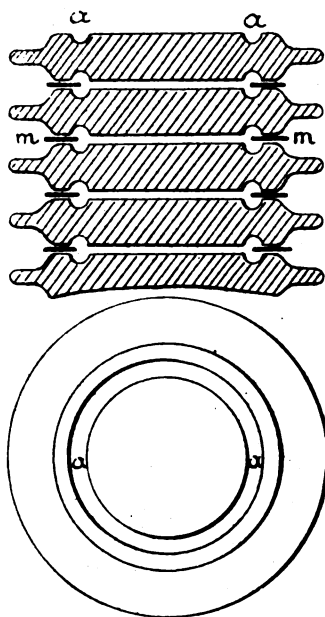



Fig. 8.

Fra i pregi dello scaricatore *telefunken* sono da menzionarsi il debolissimo suo rumore, la possibilità che esso presenta di essere adoperato in una atmosfera infiammabile, per es. negli areostati, e il notevole rendimento che esso possiede in confronto degli ordinari metodi di eccitazione di onde elettromagnetiche.

Forse il più grande vantaggio di questo sistema, secondo il conte Arco, è che i segnali possono essere trasmessi in chiari toni musicali. Le stazioni che ricevono le onde eccitate

con i sistemi ordinari le avvertono al telefono come piccoli colpi. Ma segnalazioni simili si ricevono anche in seguito a perturbazioni elettriche dell'atmosfera, e allora esse riescono incerte e indecifrabili.

Ora quest'inconveniente non si verifica quando le segnalazioni hanno un tono musicale, perchè in tal caso qualunque sia la molteplicità dei segnali ricevuti irregolarmente si può sempre distinguere dal tono qual'è la segnalazione esatta. Inoltre con questo sistema è possibile ridurre alla maggiore semplicità il problema della telegrafia multipla. Infatti supponiamo che due stazioni A e B emettano segnali aventi frequenze di 500 e di 1000 rispettivamente. Una stazione *c* può ricevere con la stessa antenna, con lo stesso circuito ricevente, con lo stesso *detector* tanto le segnalazioni di A quanto quelle di B. Le une si distingueranno perfettamente dalle altre per l'altezza del tono, e la loro registrazione sarà facile anche quando le due stazioni agiranno contemporaneamente; nel qual caso basterà impiegare due operatori dei quali uno raccoglierà i segnali aventi tono più alto e l'altro i segnali che hanno tono più basso.

A proposito dei due sistemi Von Lepel e *Telefunken* ferve ora un'aspra polemica nella quale il primo rivendica a sè stesso la priorità del principio applicato dalla Compagnia *Telefunken* mentre quest'ultima sostiene che il sistema di eccitazione del Lepel non è affatto basato sulle ricerche del Wien ed ha quindi un fondamento diverso da quello dei sistemi della Compagnia.

Il Fleming, intervenendo nel dibattito, ha ammesso buone le ragioni della Compagnia *Telefunken* ed ha espresso il parere che nel sistema Von Lepel agisca un arco vero e proprio e che quindi sia una variante del sistema Poulsen.

A noi sembra che tale asserzione sia ingiustificata; il sistema Von Lepel provoca le oscillazioni per mezzo della scarica, non utilizza quelle permanentemente mantenute in un circuito come si fa nel sistema Poulsen. Si potrà asserire che la scarica il Von Lepel l'ottiene attraverso un arco e non attraverso a una scintilla, ma allora si fa una questione di parole. Che cos'è un arco nel suo periodo iniziale se non

una scintilla? [1]). Il fatto poi osservato da Erskine-Murray che la corrente primaria ottenuta con lo scaricatore Von Lepel è smorzatissima toglie qualunque dubbio sul comune fondamento dei due sistemi. Si potrà discutere se le oscillazioni ottenute con un metodo possiedano qualità meglio adatte alla radiotelegrafia che non quelle ottenute con l'altro metodo: sarà una questione che l'esperienza deciderà presto; ma a noi sembra che tanto il sistema Von Lepel quanto il sistema *Telefunken* non siano che due diversi modi di utilizzare il grande smorzamento verificato dal Wien nelle scintille brevissime.

La radiotelegrafia dirigibile.

10. *L'antenna piegata del Marconi.* — Passiamo ora a considerare un problema di grande importanza pratica, quello cioè di limitare la trasmissione delle onde elettriche o quello di restringere la ricevibilità delle onde a una certa direzione. Anche di tale problema la prima risoluzione pratica spetta al Marconi che raggiunse lo scopo in un modo estremamente semplice ed originale. Egli dà all'antenna una forma dissimmetrica disponendola per la massima parte orizzontale (fig. 9)

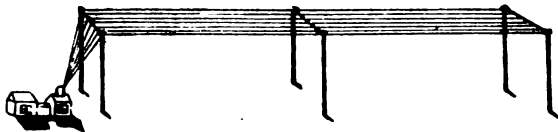



Fig. 9.

e così trova che le radiazioni emesse sono più intense nella direzione opposta a quella in cui l'antenna è stata ripiegata.

Lo studio teorico di questo comportamento è stato fatto dal Fleming e dallo Zenneck. Il Fleming poi ne ha dato una spiegazione elementare che qui riferiamo. Si supponga un circuito rettangolare A B C D posto verticalmente per metà fuori e per metà dentro la terra (fig. 10) e percorso da una corrente

1) Occhialini. *Ricerche sull'arco elettrico.* Nuovo Cimento, luglio-agosto 1909.

nel senso degl' indici dell' orologio. Supponiano poi che parallelamente al lato verticale B C e vicinissimo a questo sia posto un secondo filo E F percorso da una corrente di eguale intensità di quella che percorre B C, ma di senso opposto. Esaminiamo allora il campo magnetico in due punti M, N posti

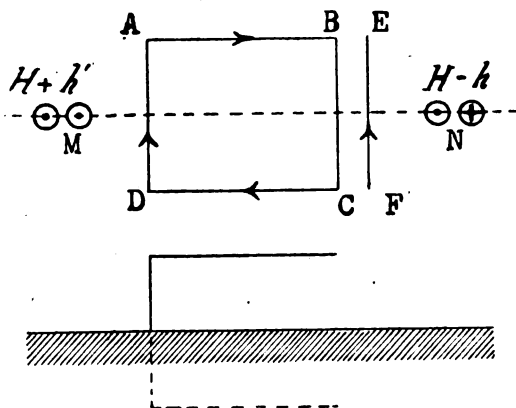



Fig. 10.

nel piano del rettangolo esternamente e simmetricamente a questo. Per quanto proviene dal rettangolo, il campo magnetico nei due punti suddetti è diretto vèrso l' osservatore ed ha la stessa intensità H. Il campo creato dal filo E F ha senso inverso nei punti M N. Precisamente in M esso è concorde col campo dovuto al rettangolo, in N è discorde e così in M il sistema dato genera un campo magnetico più forte che non in N. Ora immaginiamo che il tratto E F venga a sovrapporsi su B C: in quest' ultimo tratto la corrente sarà nulla e il filo potrà essere soppresso; anche la parte che resterebbe immersa nel suolo può essere tolta senza cambiare le condizioni del sistema. Così arriviamo alla conclusione che un' antenna parzialmente verticale e parzialmente orizzontale irradia meno dalla parte in cui è rivolta l' estremità libera che non nel senso opposto.

Il Marconi ha impiegato la sua antenna anche come ricevente e l' ha utilizzata per localizzare la posizione di una stazione emittente. Per questo scopo egli gira l' an-

tenna intorno alla sua parte verticale fino a disporla in una posizione nella quale le segnalazioni riescano più percettibili. La stazione trasmettente si trova allora dalla parte opposta a quella in cui trovasi l'estremo libero dell'antenna ricevente.

Questo sistema è stato già applicato nelle stazioni di Glace Bay e di Clifden che comunicano fra loro esclusivamente; perciò si sono adoperate antenne lunghe 350 m. convenientemente orientate; ma la praticità del sistema appare discutibile quando si pensi che un'antenna così grande non può essere diretta in qualunque senso, giacchè per questo bisognerebbe montarla sopra una piattaforma mobile eccessivamente costosa e ingombrante.

11. *Il sistema Artom.* — Il Prof. A. Artom ha utilizzato per la dirigibilità le interferenze prodotte da sistemi di oscillazioni spostati di fase. In virtù di queste interferenze un aereo perfettamente dirigibile è quello formato da due antenne verticali di cui l'altezza è il quarto della lunghezza d'onda emessa o ricevuta, e distanti di mezza lunghezza d'onda. Un tale aereo irraggia e riceve soltanto nel piano delle antenne. Proprietà simili hanno gli aerei costituiti di fili disposti a triangolo, a forma di V o di X. Con antenne di queste forme l'Artom ha sperimentato con risultati soddisfacenti fra Monte Mario e Becco di Vela (Sardegna). Ma anche per questo sistema si può ripetere quello che è stato detto per il precedente. Esso non potrà essere utile che quando si abbiano da far corrispondere due stazioni fisse, giacchè la grandezza degli aerei impedisce qualunque loro movimento.

12. *Il sistema Bellini-Tosi.* — Recentemente un passo importante in materia di dirigibilità è stato fatto dai signori Bellini e Tosi che hanno utilizzato anch'essi le proprietà dei telai a triangolo, ma hanno superato la difficoltà di poter far corrispondere mediante tali aerei in qualunque direzione. I due inventori adoperano un'antenna consistente di due quadri a triangolo equilatero disposti in piani verticali, perpen-

dicolari l'uno all'altro e con le basi orizzontali (fig. 11). Evidentemente aerei così disposti non hanno azione reciproca.

Se si eccita soltanto uno dei due aerei questo irradierà nel proprio piano; invece eccitando contemporaneamente i due aerei l'emissione si produrrà in una direzione intermedia che si otterrà facilmente con la regola della composizione dei vettori, e che si potrà variare variando il rapporto fra le due eccitazioni.

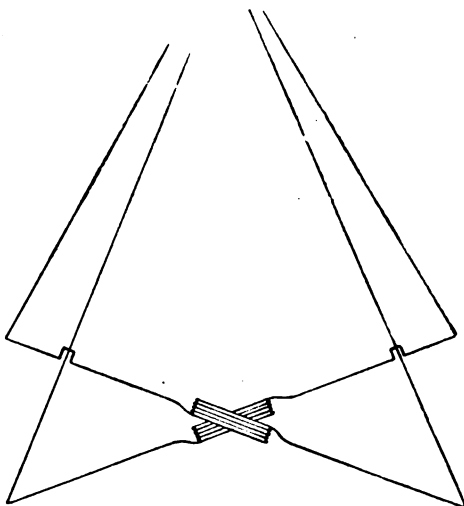



Fig. 11.

Questa simultanea eccitazione dei due aerei in un rapporto variabile è stata ottenuta mediante una disposizione chiamata dagli inventori *radiogoniometro.*

Le due basi orrizzontali A A, A_1 A_1 dei due aerei (fig. 12) sono munite di avvolgimenti *a*, *b* i cui assi posti nello stesso piano orizzontale sono l'uno all'altro perpendicolari. Un piccolo rocchetto *o* trovasi nel centro dei due avvolgimenti suddetti ed è mobile intorno a un asse verticale. Quando questo rocchetto *o* è percorso dalla corrente di scarica di un condensatore i due avvolgimenti fissi e gli aerei ai quali sono collegati sono percorsi da correnti oscillatorie indotte, e i campi elettromagnetici che esse generano nello spazio si compongono in un campo risultante la cui direzione sta nel piano

delle spire del rocchetto inducente O. Il sistema dei due aerei si comporta come un solo aereo della stessa dimensione dei due impiegati e orientato come il rocchetto inducente. Perciò la rotazione dell'aereo è, con la disposizione di Bellini e Tosi, ridotta alla rotazione di un piccolo rocchetto.

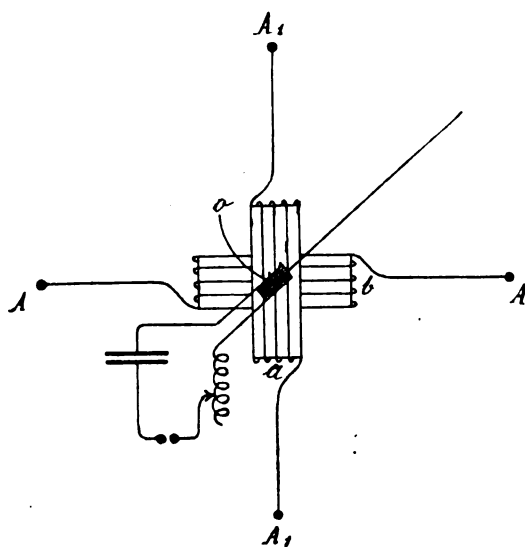



Fig. 12.

Il sistema descritto emette le onde tanto verso la stazione che deve ricevere le segnalazioni, quanto nel senso opposto e per questo viene chiamato dagli inventori sistema *bilaterale*. Ma i signori Bellini e Tosi sono riusciti a costruire anche un sistema *unilaterale*, un sistema cioè che elimina la trasmissione nel senso opposto a quello in cui trovasi la stazione ricevente. Per ciò hanno utilizzato il fatto che le radiazioni di un quadro nei due sensi del suo piano hanno fasi opposte. Talchè combinando l' azione di un quadro con l' azione di un' antenna verticale che emette in tutte le direzioni onde con la stessa fase, si avrà rinforzata l' azione del quadro in una direzione ed eliminata quella nella direzione opposta. Bellini e Tosi hanno messo insieme i due quadri triangolari con

un' antenna verticale e così hanno realizzato l' emissione unilaterale secondo una direzione qualsiasi.

Per il sistema ricevente essi hanno seguito lo stesso principio utilizzato nella trasmissione. La fig. 13 rappresenta lo schema delle connessioni per ricevere le segnalazioni unilaterali.

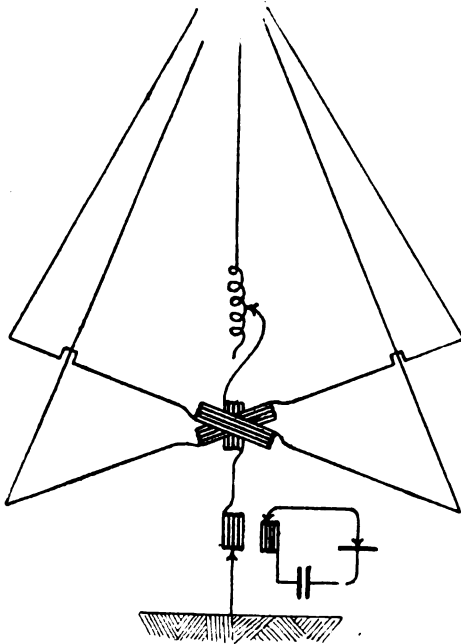



Fig. 13.

Le esperienze del sistema hanno avuto luogo a Dieppe, a Havre e a Barfleur: l'angolo Barfleur Dieppe Havre è di 23°. I risultati delle esperienze furono conformi alle previsioni.

Azione della terra sulla propagazione delle onde elettromagnetiche.

13. *Le ricerche dello Zenneck.* — Nella telegrafia senza filo è di grande importanza conoscere quale funzione ha il suolo nella propagazione delle onde. A questo problema ha portato notevoli contributi recentemente lo Zenneck in una

memoria assai interessante. Riassumeremo qui i risultati principali.

La terra si compone di sostanze conduttrici, come l'acqua del mare, e di sostanze di assai piccola conducibilità come le rocce marmifere, le sabbie secche, ecc. Le onde elettromagnetiche che servono per la radiotelegrafia si propagano in parte nell' aria e in parte penetrano nel suolo. Ora è noto che le oscillazioni elettriche di grande frequenza si mantengono alla superficie dei conduttori e invece penetrano profondamente nelle sostanze di piccola conducibilità. Dovremo dunque aspettarci che le onde della radiotelegrafia si manterranno in gran parte nell' aria quando esse si propagheranno sopra una superficie assai conduttrice, penetreranno invece nella terra quando percorreranno una regione poco conducibile.

D' altra parte a seconda che le onde si propagano nei varî materiali il loro assorbimento è diverso. Lo Zenneck calcola che la profondità alla quale l' ampiezza d' onda è ridotta a 0,367 di quella che si ha alla superficie è minore di un metro per l' acqua del mare, raggiunge i 10 metri per il suolo umido, e per il suolo secco varia da 10 a 100 metri a seconda che la costante dielettrica della roccia è grande o piccola.

Ne segue che un' onda, propagandosi alla superficie della terra, subisce un assorbimento da parte del mezzo in cui essa si muove, ossia in generale dall' aria e dal suolo.

Per giudicare dell' effetto dell' assorbimento sopra un'onda che si propaga alla superficie della terra basta osservare le curve della figura 14 ottenute portando in ascisse le distanze in Km. e in ordinate i logaritmi del rapporto $\frac{A}{A_1}$ dell' ampiezza che ha l' onda alle diverse distanze, all' ampiezza d'onda a un chilometro di distanza.

La curva punteggiata dà le variazioni dell' ampiezza soltanto con la distanza, ossia quando non si ha nessun assorbimento da parte del mezzo.

Lo Zenneck ha calcolato anche le variazioni che la lunghezza d' onda subisce con la distanza per effetto del solo assorbimento, escludendo cioè l' indebolimento che si ha per effetto della sola distanza. Tali variazioni sono rappresentate

nella figura 15, dove in ascisse sono portate le resistenze specifiche del suolo e in ordinate le distanze in Km. alle quali l'ampiezza d'onda è ridotta a 0,367 dell'ampiezza iniziale. Da que-

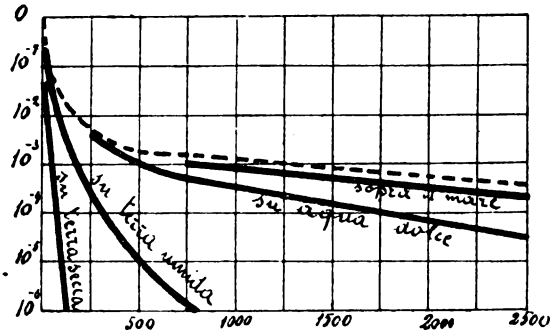



Fig. 14.

sto diagramma si vede che quando un' onda si propaga alla superficie del mare occorrono 10,000 Km. prima che la sua ampiezza sia ridotta nel suddetto rapporto, mentre sopra il

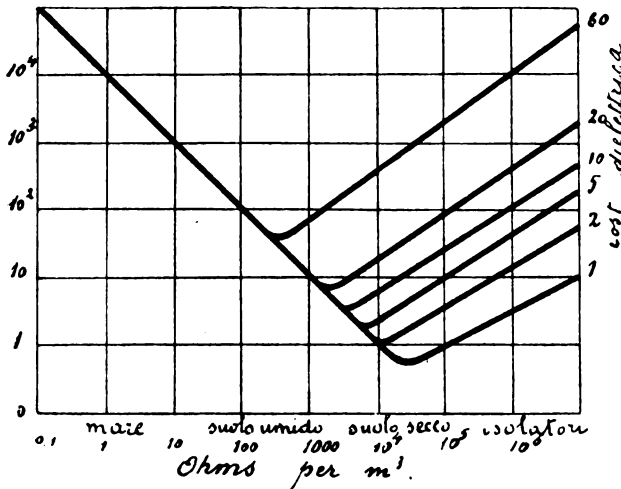



Fig. 15.

suolo molto secco e con piccola costante dielettrica bastano da 1 a 10 Km. Aumentando la resistenza delle roccie torna a

diminuire l' assorbimento, e ciò per il fatto che in tal modo il suolo si avvicina sempre più a un perfetto dielettrico, nel quale non c' è dissipazione di energia.

Lo Zenneck ha trovato poi che la presenza della terra, non solo accresce l' assorbimento delle onde, ma dà anche a quelle onde che si propagano nell' aria un carattere che si deve tener presente nella costruzione delle antenne ricevitrici.

Teoricamente nella radiazione elettromagnetica che parte da un' antenna verticale il campo elettrico è verticale mentre il campo magnetico è orizzontale ed è normale alla linea di propagazione. Questo carattere non è sensibilmente turbato quando la propagazione avviene sopra il mare, nel qual caso

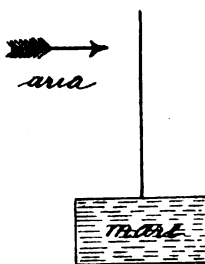



Fig. 16.

l' onda può essere rappresentata mediante la fig. 16 in cui la linea piena dà la direzione del campo elettrico in un punto dello spazio e in ogni istante, e la freccia indica la direzione dell'impulso elettromagnetico. Se però la propagazione avviene sopra la terra ferma, e particolarmente se la terra è asciutta, allora il campo elettrico ha, oltre alla componente verticale, una componente orizzontale nel senso in cui avviene la propagazione dell' onda. Di più le due componenti sono spostate di fase, e per conseguenza la loro risultante ruota in un piano verticale. In un punto dello spazio e nei diversi istanti il vettore che rappresenta la forza elettrica assume posizioni tali che la sua estremità percorre nell'aria un arco di ellisse (fig. 17) con l'asse maggiore inclinato nel senso in cui avviene la pro-

pagazione. Perciò quando una stazione ricevente è costruita in terra ferma, l'antenna, dovendo disporsi secondo la direzione in cui l'ampiezza del campo elettrico è massima, non deve

Fig. 17.

essere verticale, ma inclinata come l'asse maggiore dell'ellisse suddetta. Sopra rocce secche tale inclinazione è di circa 35° e allora con un'antenna verticale si perderebbe circa il 18 % dell'energia utile.

Bibliografia.

Cohen. *The Theory of coupled circuits*. Bull. of the Bur. of Stand. 5, 543, 1909.

A. C. *Metodo per la generazione di onde elettriche continue del Prof. W. Poulsen*. Elettricista, 6, 17, 1907.

Fleming. *The utilisation of the total radiation from a inductively coupled antenna in radiotelegraphy*. The Electrician. 63, 333, 1909.

Eccles. *Recents Patents in wireless telegraphy and telephony*. The Electrician, 62, 128, 1909.

Wien. *Ueber die Intensität der beiden Schwingungen eines gekoppelten Senders*. Physik. Zeit. 7, 871, 1906.

Wien. *Ueber Erzeugung und Anvendung schwach gedämpften elektrischer Schwingungen*. Jahrb. d. drathloso Telegraphie und Telephonie. 1, 469, 1908.

Von Lepel. *The Lepel system of wireless telegraphy*. The Electrician. 63, 174, 1909.

Erskine-Murray. *The Lepel wireless telegraphy system*. The Electrician, 63, 376, 1909.

Graf. Arco. *A New system of wireless telegraphy used by Telefunken Company*. The Electrician, 63, 89. 1909.

Fleming. *The telefunken or quenched spark discharger*. The Electrician, 63, 332, 1909.

Marconi. *On methods wereby the radiations of electrical waves may be mainly confined to certain directions and wereby the receptibility may be restrictet to electrical waves emanating from certain directions*. Proc. Roy. Soc. 77, 413, 1906.

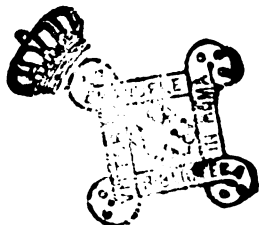
Fleming. *A note on the teory of directive Antennae or unsimmetrical Hertzian oscillators*. Proc. Roy. Soc. 78, 1, 1907.

Zenneck. *Ueber die Wirkungsweise der Sender für gerichtete drathlose Telegraphie.* Phys. Zeit, *9,* 553, 1908.

Artom. *Sistema radiotelegrafico Artom.* Atti Ass. Elet. It., *12*, 503, 1908.

Bellini e Tosi. *Sistema di telegrafia senza fili dirigibile.* Atti Ass. Elet. It. *12,* 687, 1908.

Zenneck. *Ueber die Fortpflanzung ebener elektromagneticher wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drathlosen Telegraphie.* Ann. d. Phys., *23*, 846, 1907.

A. OCCHIALINI.

ATTILIO MARIOTTI, *gerente responsabile.*

Attilio Mariotti

344

Anno LV - Serie V - Vol. XVIII - 2° Semestre - Fasc. 9° - Settembre 1909

(Pubblicazione mensile)

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

DIRETTORI

A. BATTELLI, A. RÒITI, V. VOLTERRA.

DELEGATI DELLA SOCIETÀ

A. GARBASSO E G. P. GRIMALDI.

REDATTORE

O. M. CORBINO

INDICE

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1909.

SULLA COSTITUZIONE DELLE RADIAZIONI ELETTRICHE.

T. LEVI-CIVITA.

Comunicazione presentata al Congresso di Padova della Società italiana di Fisica (Settembre 1909).

Mi sia concesso di intrattenere per brevi istanti i Colleghi. Vorrei chiedere ai loro accorgimenti un responso sperimentale, destinato a orientare verso un assetto definitivo la teoria delle radiazioni elettriche.

***

Pensiamo, per fissar le idee, ai raggi catodici, ovvero ai raggi β del radio.

La veduta più generalmente accettata è che queste manifestazioni sieno dovute ad una specie di bombardamento di proiettilini di *pura* elettricità. Più precisamente le teorie elettroniche (ve ne ha varie, che avrò occasione di ricordare più innanzi) si accordano nell'ammettere che si tratti di cariche identiche, piccole, ma non prive di estensione, le quali si susseguono incessantemente sulla traiettoria sensibile del raggio, pur rimanendo abbastanza spaziate da non influenzarsi mutuamente (in modo sensibile). Quest'ultima ipotesi corrisponde, per dir così, ad un *regime balistico*.

Più generalmente, andrebbe contemplata l'eventualità che le cariche si succedano con una frequenza qualunque, sì che non sia lecito trascurare senz'altro le azioni reciproche. Ciò dà luogo a due casi limiti particolarmente notevoli: quello di una frequenza trascurabile, che è appunto il regime balistico suddetto; e quello, opposto, di una frequenza così grande da poter assimilare il fenomeno ad un flusso continuo *(regime idraulico)*.

Potendo, sarebbe naturalmente desiderabile affrontare la questione in tutta la sua generalità, senza pregiudicarla con ipotesi speciali. Si dovrebbe quindi lasciare affatto indeterminata la frequenza delle cariche, dedurre teoricamente le leggi della deviabilità elettromagnetica del raggio, e far poi il confronto col materiale d'osservazione. Da tale confronto risulterebbe a posteriori il regime, che veramente risponde alle circostanze di fatto, e si riconoscerebbe in particolare se o meno si sia abbastanza vicini ad una delle due ipotesi limiti (regime balistico ovvero regime idraulico) da potersene servire come schematizzazione adeguata.

Disgraziatamente la teoria non sembra oggi in grado di rispondere a tale desiderato.

È già molto se (semplificando ulteriormente con opportuni criteri approssimativi) le riesce di fornire conclusioni concrete per i due casi estremi.

Al primo di essi (regime balistico), e quindi a tutte le teorie elettroniche, si collega la seguente circostanza, che importa fissare con attenzione:

Consideriamo un raggio, originariamente rettilineo, immerso in un campo esterno, per es. in un campo magnetico, normale alla direzione primitiva. Il raggio notoriamente devia.

Fino a che la successione delle cariche è abbastanza lenta da non dar luogo a sensibili azioni reciproche, ogni singola carica (elettrone) rimane deviata per conto proprio. Soltanto, siccome per ipotesi gli elettroni sono identici, se anche le condizioni iniziali sono identiche, gli elettroni stessi descriveranno tutti la medesima traiettoria, che costituirà l'aspetto sensibile del raggio deviato. Se invece le condizioni iniziali variano alquanto da elettrone a elettrone, si stabilirà un fascio di traiettorie, e corrispondentemente, in luogo di un unico raggio, un fascio di raggi deviati. Comunque, avendo per es. riguardo alla massima deviazione, si vede chiaramente che essa è un carattere individuale degli elettroni, o meglio di una parte degli elettroni (quelli dotati di minima velocità iniziale), emessi dalla sorgente. La deviazione non deve quindi mutare ove si alteri, caeteris paribus, il numero degli elet-

troni, che transitano nell'unità di tempo; beninteso, purchè questo numero non divenga così grande da infirmare il regime balistico.

In definitiva possiamo ritenere:

Secondo una qualsiasi delle teorie elettroniche, l'ampiezza delle deviazioni elettromagnetiche è indipendente dalla intensità i del flusso di elettroni, costituente il raggio elettrico, cioè dalla quantità i di elettricità che la sorgente (catodo, particella di radio, superficie metallica opportunamente eccitata ecc.) *emette nell'unità di tempo.*

Questa proprietà cessa di sussistere quando la frequenza delle cariche diviene rilevante, sì che si rendano sensibili le azioni reciproche. Allora la deviazione dipende da *i*, in modo verosimilmente complicato: certo decrescente al crescere di *i*.

Nel caso limite del regime idraulico, si dimostra senza difficoltà che *l'ampiezza della deviazione è, a parità di circostanze, inversamente proporzionale all' intensità i del flusso.*

⁂

Da queste osservazioni emerge la possibilità di discriminare in modo comprensivo se effettivamente vige il regime balistico, come presuppongono tutte le teorie elettroniche: basta esaminare se la deviazione rimane o no sensibilmente la stessa al variare del *solo* elemento *i*.

Se si trovasse che c'è addirittura inversa proporzionalità (o che almeno ci si avvicina) si dovrebbe legittimamente inferirne che l'immagine del flusso continuo meglio risponde alla realtà che non le varie teorie elettroniche.

Così stando le cose, io faccio appello alla sagacità e al buon volere dei fisici, e chiedo loro di ideare ed effettuare una qualche esperienza, intesa a precisare la eventuale influenza di *i* sulla deviabilità delle radiazioni elettriche.

Difficoltà di esecuzione se ne incontreranno certo: ad es. quella di operare con radiazioni, che differiscano *soltanto* per una maggiore o minore intensità di emissione.

Forse potranno all' uopo sfruttarsi i diversi gradi di concentrazione di una stessa sostanza radioattiva. Ma non azzardo indicazioni, che potrebbero anche essere ingenuità dal punto di vista della realizzazione sperimentale.

Aggiungerò piuttosto qualche parola sul compito, che ancora incomberà alla teoria, a norma dell'esito dell' invocata esperienza.

In primo luogo confesso una preferenza soggettiva. Il desiderio mio sarebbe che le deviazioni elettromagnetiche si riscontrassero inversamente proporzionali all'intensità i. Varrebbe allora il regime idraulico, e, concettualmente, tutto sarebbe bene a posto. I fenomeni in questione troverebbero spontanea e adeguata rappresentazione in qnello schema, che ho avuto occasione di stabilire recentemente e che ho denominato teoria asintotica delle radiazioni elettriche [1]).

Non mi dissimulo però che la probabilità di un responso favorevole al regime idraulico è piuttosto piccola.

Il fine intuito di fisici eminenti li ha indotti ad ammettere senza discussione il regime balistico. Lorentz mi disse un giorno che vi rinuncierebbe a malincuore. Il prof. Corbino non deve pensarla in modo diverso. So anzi che egli ha affacciata una specie di pregiudiziale storica; ed è questa: Se veramente le deviazioni dipendessero da i in modo così spiccato, sarebbe ben strano che nessuno se ne fosse accorto finora.

Il dubbio è più che legittimo; nè io lo contesto; chiedo unicamente che si proceda colle debite garanzie.

Intesi su questo punto, vengo all'eventualità (diciamo pure più probabile, in omaggio agli autorevoli apprezzamenti testè riferiti) che un opportuno *experimentum crucis* assodi la effettiva validità del regime balistico. La teoria dovrà allora fare un esame di coscienza, e riconoscere che, se ha saputo mettere insieme molti e preziosi baraccamenti provvisori, non ha per anco costruito il vero edificio. I baraccamenti — sit

1) Cfr. *Rendiconti dei Lincei,* 1° semestre, 1909, pag. 83-93.

venia verbo — stanno qui a designare le varie teorie elettroniche; ed ecco perchè.

Ammesso il regime balistico, la questione da risolvere sarebbe:

« Seguire (entro un assegnato campo elettromagnetico, o « in particolare, in assenza di ogni campo esterno) l'anda« mento di una generica carica (elettrone), cioè i caratteri « salienti del moto di insieme (traiettoria, velocità, accelera« zione) e le eventuali deformazioni della carica stessa (che « non è lecito considerare puntiforme) ».

Le difficoltà analitiche di una tale questione, ove si affronti nella sua interezza, e il desiderio di arrivare rapidamente a conclusioni concrete hanno indotto ad adottare per ora speciali ipotesi semplificatrici. In queste ipotesi addizionali si differenziano le varie teorie elettroniche: di Abraham, di Lorentz, di Bucherer-Langevin e di Poincaré. Esse ammettono a priori uno speciale comportamento cinematico dei singoli elettroni: indeformabilità (Abraham); contrazione nel senso del moto (Lorentz); contrazione longitudinale come nella teoria di Lorentz, accompagnata da dilatazione trasversale in modo che il volume rimanga inalterato (Bucherer-Langevin); contrazione longitudinale, legata in modo assegnato comunque alla dilatazione trasversale (Poincaré).

Coll'introduzione di siffatti legami rimane in ogni caso un numero finito di incognite, funzioni del solo tempo: i parametri del moto di insieme. La loro determinazione può farsi dipendere, mediante un ingegnoso artificio approssimativo ideato dall'Abraham *(quasi-stazionarietà)*, da un sistema di equazioni differenziali ordinarie.

L'artificio di Abraham consente un grado di approssimazione, superiore di gran lunga a quello delle attuali esperienze.

Le ipotesi cinematiche hanno invece un grado di approssimazione che non si sa bene apprezzare là dove (nelle conseguenze quantitative) incomincia il divario dall'una all'altra, e che sopra tutto sembra raggiunto od anche superato dagli ultimi dispositivi.

Tali ipotesi sono tutte perfettamente ragionevoli a titolo d'assaggio, ed hanno avuto — non si può disconoscerlo — brillanti successi.

Ma quando, coi progressi delle misure sperimentali, divengono maggiori le esigenze di rigore nella rappresentazione matematica, sembra doveroso rinunciare all'ausilio di supposizioni più o meno arbitrarie, che possono compromettere ogni successiva illazione.

Conviene quindi non imporre a priori alcun comportamento cinematico alla carica mobile, ma desumerlo dalla natura del problema, che contiene effettivamente tutti gli elementi necessari per la sua risoluzione.

A ciò deve ormai mirare la teoria, o meglio dovrà imprescindibilmente mirare, tostochè rimanga assodata la validità del regime balistico.

Senza queste fasi intermedie, non sembra giustificato richiedere da affinate esperienze un controllo veramente decisivo. Forse, quando si possederà un plausibile criterio direttivo, basterà dare acconcia interpretazione a quelle recentemente istituite da Kaufmann [1]) e da Bucherer [2]). Per ora esse hanno indiscutibilmente precorso la indagine razionale; e così manca la chiave per apprezzarne la portata.

Le varie teorie elettroniche, basate su speciali ipotesi cinematiche (logicamente sovrabbondanti e perciò, a priori almeno, non rigorose) presentano *tutte quante*, secondo ogni probabilità, una approssimazione relativamente grossolana; nè sono quindi mature per esperienze differenziali, intese a stabilire la prevalenza di qualcuna di esse.

Conclusioni come questa:

« La teoria di Abraham sembra meglio rispondere alle « risultanze sperimentali, *quindi* è compromesso il principio « di relatività (che si concilia soltanto colla teoria di Lo- « rentz) »,

1) « Ueber die Konstitution des Elektrons », *Annalen der Physik*, B. 19, 1906, pag. 487-553.

2) « Die experimentelle Bestätigung des Relativitätsprinzips », ibidem, B. 28, 1909, pag. 513-536.

oppure:

« L'esperienza conferma la teoria di Lorentz, e *quindi*
« il principio di relatività, nonchè l'esistenza, nei singoli elet-
« troni, di una forma intrinseca di energia, di origine non
« elettromagnetica »

mi sembrano contrarie ad ogni norma di critica coscienziosa.

Tali conclusioni implicano la tacita premessa che una o l'altra delle teorie elettroniche debba essere la vera. È invece verosimile, come ho detto or ora, che, tutte attendibili in prima approssimazione (le quante volte sia valido il regime balistico), siano poi tutte più o meno condannabili in una approssimazione ulteriore.

Val meglio pertanto non compromettersi con affermazioni frettolose, e attendere che la teoria abbia fornito le indicazioni indispensabili.

Se l'indagine matematica e, per essa, i suoi cultori vanno troppo a rilento, fate un po' udire la vostra voce, egregi Colleghi. Intanto, denunciatene pure l'insufficienza, ma non copritela di pietoso velo a scapito della logica.

D'altra parte, dovete equamente riconoscere che il miglior stimolo ad intraprendere pazienti e faticose ricerche è la fiducia che il resultato, una volta raggiunto, avrà effettivo interesse pratico. Se questa fiducia non c'è, il matematico malvolentieri rinuncia alla attrattiva di speculazioni concettualmente ed esteticamente più elevate.

Consentitemi dunque che, tornando al punto di partenza, io invochi quel tale *experimentum crucis* fra il regime balistico e l'idraulico, che dia agli studiosi tranquillante norma direttiva; o li consigli a cambiar rotta del tutto, se vigesse disgraziatamente un regime intermedio, non assimilabile, con approssimazione sufficiente, nè ad un tiro di artiglieria, nè ad un getto di pompa.

SULL'INFLUENZA DELLA PRESSIONE E DELLA TEMPERATURA SULLA RESISTENZA ELETTROLITICA.

Nota del Prof. SILVIO LUSSANA.

In un lavoro recente [1]) Friedrich Körber, dopo avere brevemente ricordato le ricerche fino ad ora eseguite sull'influenza della pressione sul potere conduttore elettrolitico, espone i risultati dei suoi studi particolari deducendone un complesso di leggi importanti.

A me, che mi occupai a lungo dell'argomento [2]), sia permesso di esporre brevemente alcune idee che mi sorsero nella mente leggendo il lavoro del Körber e di rivendicare al mio lavoro quella parte di merito che gli spetta: tanto più che probabilmente il Körber si limitò a leggerne solo il sunto apparso nei Beiblätter. Che se avesse letto l'originale, certamente non gli sarebbe sfuggito ad esempio che la disposizione speciale di chiusura a coni, quale la descrive a pag. 217, non è affatto dovuta al Tammann ma a me, avendola io adottata nel lavoro che pubblicai nel 1897, mentre nei lavori del Tammann compare solo nel 1898.

I risultati più importanti ai quali io giunsi nel mio lavoro sono i seguenti:

1°. *Possibile* esistenza di una *temperatura di inversione*, cioè di una temperatura alla quale la resistenza è indipendente dalla pressione.

2°. *Probabile* esistenza di una *pressione neutra* (cioè di una pressione sotto la quale la resistenza dell'elettrolita è

1) Friedrich Körber — Ueber den Einfluss des Druckes auf das elektrolytische Leitvermögen von Lösungen (Zeit. f. Phys. Chem. LXVII, 212, 1909).

2) S. Lussana — Contributo allo studio della resistenza elettrica delle soluzioni considerata come funzione della pressione e della temperatura (Nuov. Cim. (4), II, 263, 1895, e V°, 354 e 441, 1897).

eguale a quella che possiede sotto la pressione atmosferica) e di una *pressione di inversione* (cioè di una pressione a partire dalla quale la resistenza dell' elettrolita cresce tanto aumentando quanto diminuendo la pressione).

3°. Il coefficiente di temperatura per la resistenza delle soluzioni elettrolitiche diminuisce con l' aumentare della pressione e tanto più rapidamente quanto più la pressione è elevata per le soluzioni più diluite, tanto meno per le soluzioni sufficientemente concentrate.

4°. La ionizzazione aumenta con la pressione, mentre l' attrito interno diminuisce.

Ora il Körber *ritrova* i risultati indicati sotto i numeri 2 e 4 *senza ricordare le mie ricerche:* non si occupa della questione che si riferisce al numero 3, mentre riporta la *sola* conclusione contenuta nel numero 1 cercando di combatterla.

Il cenno fatto basta per fare rilevare le rivendicazioni che mi preme di fare, mentre è bene che mi soffermi alquanto sulla controversia che si riferisce alla così detta *temperatura di inversione.*

E prima di tutto è d' uopo osservare che, mentre le mie ricerche furono estese a 1000 atmosfere, quelle del Körber lo furono a 3000. Or bene, la *possibilità* dell'esistenza della temperatura di inversione io la dedussi dal fatto che, secondo le mie esperienze, le curve costruite per una data pressione (isobare) prendendo come ascisse le temperature e come ordinate le differenze fra la resistenza alla pressione atmosferica e quella alla quale la curva si riferisce, tendono verso l' asse delle ascisse mostrando evidentemente che a partire da una certa temperatura la resistenza dell' elettrolita deve aumentare con l' aumentare della pressione; ciò che il Körber *conferma*; ma di più a me sembrò che le curve prolungate al di là dei limiti delle osservazioni dovessero presso a poco incontrare *tutte* nello *stesso* punto l'asse delle temperature, ciò che appunto avrebbe portato alla conclusione che dissi.

Ora basta osservare le curve riportate nella fig. 2 a pagina 222 del lavoro del Körber e che si riferiscono ad una soluzione di cloruro potassico 0,01 normale (isoterme) per con-

vincersi facilmente che per una temperatura di poco superiore alla massima da lui raggiunta di 99°,5 la resistenza fra una e mille atmosfere riesce pressochè costante.

Non si può dunque, nel senso largo da me applicatovi, ammettere l'esistenza di una temperatura di inversione, ma conviene ammettere che per una certa temperatura le curve che rappresentano la variazione della resistenza di una data soluzione con la pressione riescono tangenti all'asse delle pressioni di modo che per un intervallo più o meno esteso la resistenza si mantiene *sensibilmente* indipendente dalla pressione incominciando poi a crescere.

Concludendo, le nuove ricerche del Körber estese a pressioni ed a temperature molto più elevate di quelle alle quali io aveva lavorato, mentre *confermano* pienamente le conclusioni a cui io giunsi e ricordate sotto i numeri 2 e 4; modificano quella contenuta nel numero 1 nel senso che le curve, che per varie temperature rappresentano la resistenza di un elettrolita in funzione della pressione, presentano dapprima un minimo a pressione sempre più bassa quanto più elevata è la temperatura (*pressione neutra*) per incontrare poi nuovamente l'asse delle pressioni (*pressione di inversione*); per una certa temperatura sufficientemente elevata (*temperatura di inversione*) questa curva riesce tangente all'asse delle pressioni (coincidendovi materialmente per un certo tratto) mentre che per temperature superiori a questa le curve restano tutte al di sopra dell'asse delle pressioni.

Siena, 15 Agosto 1909.

CONTRIBUTO ALLA TEORIA DELLE SOLUZIONI COLLOIDALI.

Nota di LUIGI ROLLA [1]).

1. In un calcolo che Jean Perrin [2]) ha fatto per fornire nuovi argomenti alla teoria cinetica delle soluzioni colloidali, egli ha utilizzato la formula di Stockes che dà la legge della caduta di una sfera in un liquido viscoso. Ciò diede luogo a una critica di Duclaux [3]), al quale sembra che l' esistenza del moto browniano menomi la legittimità del ragionamento di Perrin. E difatti, le condizioni di continuità ammesse da Stockes sono ben lungi dall' essere verificate, sebbene per i diametri dei granuli, che sono enormi per rapporto a quelli delle molecole, si possano applicare le formule della viscosità. Ma la prova sperimentale che ha dato il Perrin [4]), rispondendo alle obbiezioni di Duclaux, mostra legittimo l' uso della formula di Stockes. Del resto l' utilizzò già Bloch [5]) per trovare il diametro degli joni di piccola mobilità ottenuti nell' emanazione del fosforo e in certi gas recentemente preparati.

2. Io ho istituito una serie di esperienze preliminari sui colloidi metallici affine di determinare la carica dei granuli e il rapporto tra la carica e la massa, valendomi appunto della formula di Stockes. E mi sono servito dell' oro e del platino colloidale preparato col metodo di Bredig e delle varie specie di oro ottenuto col metodo di Zsigmondy.

Il problema di determinare con una buona approssimazione le dimensioni dei granuli colloidali non può essere risoluto allo stato attuale dei nostri mezzi. Quando coi metodi

1) Atti della R. Accademia dei Lincei, Vol. XVII, 5a, 2° sem., fasc. 11.
2) Comptes Rendus, (1908), pag. 967, (1° sem).
3) Comptes Rendus, (1908), pag. 131, (2° sem).
4) Comptes Rendus, (1908), pag. 475, (2° sem).
5) Ann. de Chimie et de Physique, (1905), pag. 142.

diretti proposti da Siedentopf e Zsigmondy [1]), si determina il diametro di un granulo, non si ha che un limite superiore. Infatti una parte del colloide si trova allo stato di *amicrone*, benchè, ad una sufficiente diluizione, il numero dei *submicroni* debba diventar massimo, ed è grande l'influenza dell'intensità della luce colla quale si osservano le soluzioni, in modo che il numero osservabile delle particelle è ad essa addirittura proporzionale [2]). E poi si può ammettere soltanto in via di approssimazione che il peso specifico dell'oro allo stato colloidale sia eguale a quello dell'oro comune, nè si può sempre escludere la presenza di specie chimiche complesse nei granuli [3]). D'altra parte, tutti gli altri metodi adoperati e proposti arrivano soltanto a stabilile l'ordine di grandezza, pressochè costante, dei granuli metallici colloidali.

3. Le esperienze furono eseguite adoperando un microscopio Leitz, grande modello, a cui adattai un condensatore a specchio per osservazioni in campo scuro, fornitomi dalla stessa ditta. Ottenevo l'illuminazione con una lampada ad arco; i cui raggi passavano attraverso a una boccia di cristallo piena d'acqua.

Preparai dapprima i liquidi colloidali di platino e di oro col metodo di Bredig. Nell'acqua distillata purissima facevo brillare l'arco fra due fili (di un millimetro circa di diametro) del metallo di cui volevo ottenere l'idrosolo. La corrente era quella stradale a 110 volts e l'intensità era ridotta a 8-10 ampères.

Le soluzioni ottenute, filtrate su carta, contengono dei granuli agitati da un vivo movimento browniano, e aventi, come è noto [4]), un raggio di circa $1{,}5.10^{-5}$ cm., tanto nel caso dell'oro come nel caso del platino.

Determinavo la velocità che acquistano ponendoli in un campo elettrico, secondo il metodo descritto da Cotton e Mouton. Facevo dunque una preparazione di notevole spessore, per modo che potessero rimanervi immersi due elettrodi di

1) Ann. der Physik, (1903), X, 16.
2) Ann. der Physik, (1908), XXVII, 195.
3) Hanriot, Bull. Soc. Chim. de Paris, (3), (1904), XXXI, 573.
4) Burton, Phil. Mag., Vol. 11, (sesta serie), 1906, pag. 425.

platino costituiti da sottilissime laminette. Lo spazio percorso da una particella sotto l' influenza del campo elettrico veniva misurato col micrometro oculare diviso in decimi di millimetro, e il tempo contato con un contasecondi di Perrelet. Determinato, una volta per tutte, l' ingrandimento del sistema ottico adoperato, notavo il tempo che impiegavano a percorrere le 50 divisioni del micrometro le particelle animate dalla velocità massima, in regime costante. Infatti, per le osservazioni di Cotton e Mouton [1]), si sa che quando si misura il trasporto elettrico dei granuli, si distinguono tre strati nella preparazione ultramicroscopica, nei quali il movimento avviene alternativamente in senso opposto. Osservando la preparazione, di mano in mano in tutto il suo spessore, si notano due minimi della velocità nei due strati in cui la direzione dei granuli cambia senso. Nello strato di mezzo, non influenzato dalla vicinanza delle pareti, i granuli si dirigono soltanto in forza della loro carica elettrica. Qui si ha il massimo della velocità.

Le misure fatte sui colloidi di Bredig dimostrano la bontà e la sicurezza del metodo, perchè dànno dei risultati pienamente concordanti con quelli che Burton [2]) ottenne per altra via. Difatti, con una differenza di potenziale di 13 volts, essendo gli elettrodi alla distanza di un centimetro, per percorrere di moto uniforme 0,125 millimetri, i granuli d' oro impiegano 4",0 e quelli di platino in media, 4",3.

Ciò corrisponde a una *mobilità* ossia a una velocità per un campo di un volt per centimetro, espressa in centimetri per secondo, di

$24{,}03 \times 10^{-5}$ per l' oro
$22{,}3 \times 10^{-5}$ per il platino.

Le misure di Burton, davano:

$21{,}6 \times 10^{-5}$ per l' oro
$20{,}3 \times 10^{-5}$ per il platino.

1) Les ultramicroscopes, Paris, Masson, (1906), 147 e segg.
2) Phil. Mag., (1906), 439, (1° sem.).

Estesi allora le ricerche all' oro colloidale preparato col metodo di Zsigmondy [1]) ossia riducendo il cloruro d'oro in soluzione diluitissima colla formaldeide. Ottenni delle soluzioni rosse, violette e bleu che furono sottoposte alla dialisi. Per le esperienze, queste soluzioni venivano ancora grandemente diluite fino a portarle a un volume 100 volte maggiore del primitivo. Prima di eseguire il trasporto elettrico dei granuli, ne misuravo l'ordine di grandezza adoperando una specie di ematometro, e contandone il numero contenuto in un millimetro cubo di soluzione di cui conoscevo la concentrazione.

Ebbi i seguenti valori del raggio dei granuli, supposti sferici:

oro rosso: $r = 1,2 \times 10^{-6}$ cm.
oro violetto: $r = 1,7 \times 10^{-5}$ cm.
oro bleu: $r = 2,0 \times 10^{-6}$ cm.

Le esperienze in campo elettrico fatte sopra queste soluzioni dettero i seguenti risultati:

per una differenza di potenziale di 12 volts, essendo gli elottrodi a una distanza di 0,8 centimetri, le tre specie d'oro, che si muovono sensibilmente colla stessa velocità, per percorrere 0,125 millimetri, impiegano un tempo compreso tra $2^s,9$ e $3^s,2$;

per una differenza di potenziale di 10 volts, cogli elettrodi, alla distanza di 0,5 centimetri, impiegano da $2^s,3$ a $2^s,5$; e infine, riportando la differenza di potenziale a 12 volts e aumentando la distanza degli elettrodi fino a un centimetro, impiegano in media $4^s,0$.

La temperatura variò sempre tra 19°,0 e 21°,0.

La mobilità dunque si mantiene assai vicina a $26,10^{-5}$, e precisamente, nel primo caso essa è

$$27,3 \times 10^{-5}$$

e negli altri, rispettivamente

$$26,04 \times 10^{-5}$$
$$26,04 \times 10^{-5}.$$

1) Liebig's Annalen 301, (1898) pag. 29. Zeitschrift für analytische Chemie XXXX, (1901), 697.

Non ho osservato alcuna variazione sensibile nella velocità dei granuli di oro colloidale, aggiungendovi, secondo le prescrizioni di Zsigmondy [1]) una certa quantità di gelatina al 0,01 % e al 0,001 % sufficiente per stabilizzarlo.

Preparando, anzichè in acqua distillata, in soluzioni di gelatina dializzata al 0,01 % e al 0,001 % l'oro rosso, si ottengono delle soluzioni quasi omogenee. A parità d'intensità luminosa, circa un decimo delle particelle sono visibili all'ultramicroscopio. Però, in un campo elettrico, queste particelle corrono colla stessa velocità che anima quelle di oro non stabilizzato. Diminuendo la concentrazione della gelatina, l'omogeneità va diminuendo e torna di mano in mano quella specie di fluorescenza carateristica dell'oro colloidale rosso.

La difesa dunque del colloide metallico per parte di quello organico non è legata alla variazione della carica dei granuli.

Queste osservazioni suggeriscono uno studio ottico dei colloidi metallici stabilizzati.

4. Se i granuli si muovono in un campo elettrico d'intensità Φ, per il fatto che portano una carica e essi vengono ad essere sottoposti ad una forza $e\Phi$, e la loro velocità è data da $k\Phi$, essendo k la loro mobilità. Questa dipende solo dagli attriti, e nel nostro caso, tenendo conto della dialisi e della grandissima diluizione (gr. 0,00006 di oro per ogni cm^3), l'attrito è sensibilmente quello che i granuli proverebbero se il liquido in cui sono immersi fosse acqua pura. Allora, ammettendo la loro forma sferica, noi potremo senz'altro applicare la formola di Stockes. Potremo dunque dire che la velocità che prende la nostra sferetta di raggio r, che si sposta nel mezzo il cui attrito interno è η, sotto l'influenza di una forza $f = e\Phi$, è espressa dalla relazione:

$$v = \frac{e\Phi}{6\pi\eta r},$$

ossia, essendo $v = k\Phi$,

$$e = 6\pi\eta k r.$$

1) Zur Erkenntnis der Kolloide, Jena, Fischer, 1905, pag. 118.

Le determinazioni sperimentali dànno

$$\eta = \frac{0,01782}{1+at},$$

e, ricordando l'ordine di grandezza della particella di oro di Bredig, si ha dunque

$$e = 11,3.10^{-10} \text{ [unità elettrostatiche]}.$$

Ritenendo, per la mobilità dell'oro preparato col metodo di Zsigmondy, come più sicuro il valore 26.10^{-5}, si ha per l'oro rosso

$$e = 9,7.10^{-10}$$

per il violetto $e = 13,8.10^{-10}$

e per il bleu $e = 16,2.10^{-10}$.

Per il platino infine si ha

$$e = 10,5.10^{-10}.$$

Le misure eseguite dànno evidentemente per il raggio dei granuli un valore che è un limite superiore. Altre determinazioni, fatte da altri autori e segnatamente da Zsigmondy, attribuiscono alle particelle di oro delle dimensioni lineari oscillanti da 6 e 130 $\mu\mu$, a seconda che se ne considerano le varie specie. La particella di platino colloidale, preparato col metodo di Bredig, ha, secondo alcune misure, una dimensione di 44 $\mu\mu$.

E se noi assumiamo dunque un valore medio tra questi, e quelli da me determinati, l'ordine di grandezza della carica dei granuli si mantiene uguale a quello di un jone [1]).

1) Le recentissime esperienze di Ehrenhaft (Phys. Zeitjchrift, 1909, fascicolo del 1° Maggio), estese al caso dei colloidi metallici, permetteranno forse di decidere in modo definitivo questa quistione. Egli infatti ha determinato la carica delle particelle metalliche che si trovano nell'aria atmosferica quando si produce un'arco con corrente continua, fra elettrodi metallici, sotto una campana di vetro, applicando successivamente la formula di Stockes per la caduta dovuta alla gravità e per quella dovuta al campo elettrico. In tal modo ottiene due espressioni dalle quali può eliminare la r.

Viene ad avere così un appoggio sperimentale l'ipotesi enunciata dal Righi secondo la quale i granuli metallici colloidali sembrano offrire delle « grossolane imitazioni » dei grossi joni studiati da Langevin e da Bloch.

Nel caso dei colloidi metallici, noi possiamo determinare l'ordine di grandezza del rapporto tra la carica e la massa dei granuli potendo ritenersi nota la loro costituzione chimica.

Per i colloidi inorganici, preparati per doppia decomposizione o con altri processi, la costituzione chimica dei granuli, non del tutto chiarita, c'impedisce di applicare un metodo semplice e diretto. Il metodo approssimato di Duclaux [1]) e la relazione teorica ricavata da Cotton e Mouton in seguito alle loro esperienze sul trasporto elettrico dei granuli in campi alternativi [2]) possono dare un' idea della grandezza del rapporto da determinare.

Istituto fisico della R. Università di Genova.

---

1) C. R. (1905), pag. 1468, (1° sem.). C. R. (1908), pag. 131, (2° sem.).
2) Les ultramicroscopes, pag 156.

NUOVO METODO PER DETERMINARE I CRISTALLI MISTI DEPOSTI DALLE LEGHE A VARIE TEMPERATURE,

per DOMENICO MAZZOTTO.

(Con una tavola).

Allorchè si abbassa la temperatura di una lega liquida di due metalli, si raggiunge in generale, come nelle altre miscele binarie, un punto di saturazione al quale incomincia a depositarsi una fase solida; questa può, a seconda dei casi, esser costituita o da uno dei metalli allo stato di purezza o da cristalli misti di esso e del secondo componente. Nel primo caso la natura del deposito rimane, naturalmente, costante col procedere del raffreddamento, ma nel secondo caso avviene in generale che coll' abbassarsi della temperatura aumenti in modo continuo nei cristalli misti depositati la proporzione del secondo componente rispetto al primo fino a raggiungere un maximum al punto eutetico.

Se fosse possibile separare completamente ad una data temperatura la parte liquida dalla parte solida della miscela, si potrebbe riconoscere, coll' analisi chimica, la composizione dei cristalli misti in equilibrio colla soluzione a detta temperatura, ma nel far ciò, oltre alla difficoltà meccanica di tale separazione, si incontra la difficoltà che la massa dei cristalli raccolta a detta temperatura sarebbe mescolata ai cristalli di concentrazioni differenti depositati alle temperature superiori, a meno che quella temperatura non abbia persistito un tempo tanto lungo da aver permesso che, per lento processo di diffusione solida, tutti i cristalli si sieno trasformati in quelli in equilibrio alla temperatura stessa.

Oltre al detto metodo di separazione meccanica molti altri metodi furono tentati per determinare la composizione dei cri-

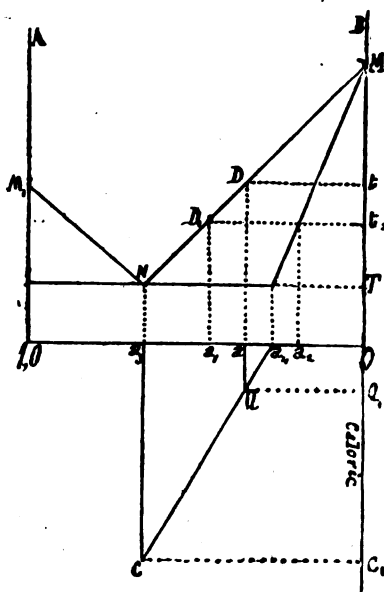
stalli misti depositati dalle leghe [1]) quali: il metodo fondato sulla ricerca della concentrazione limite della lega che presenta punto eutetico, i metodi fondati sulla determinazione della dilatabilità, della conduttività elettrica, della densità e della forza elettromotrice delle leghe solide o liquide, il metodo micrografico, quello della determinazione delle calorie di formazione delle leghe solide, il metodo fondato sull'abbassamento del punto di solidificazione dei due metalli puri e finalmente il metodo dell'analisi termica proposto più recentemente dal Tammann [2])

In generale questi metodi non diedero risultati molto soddisfacenti nè concordanti ed in alcuni casi diedero perfino risultati contradditori, in parte per difficoltà ed incertezze inerenti ai metodi stessi, in parte per complicazioni che sorgono all'atto di applicarli ai casi particolari. Fra questi, il metodo che pare debba condurre a risultati più sicuri è quello dell'analisi termica, metodo che nel corso di questa nota verrà applicato ad alcune leghe da me studiate; tale metodo però, come la maggior parte dei metodi sopra indicati, riguarda solo la composizione dei cristalli misti che si depositano al punto eutetico.

Avendo io studiato un metodo che può applicarsi alla determinazione dei cristalli misti che si depositano, non solo al punto eutetico ma anche a temperature superiori ad esso, ed è quindi applicabile anche alle leghe che non presentano punto eutetico, credo opportuno di descriverlo, per quanto debba esso pure lottare nella sua applicazione con difficoltà che ne limitano la precisione.

Il metodo può chiamarsi « metodo delle calorie di fusione » poichè si fonda sulla conoscenza delle calorie di fusione svolte dai cristalli misti nel solidificarsi. Da queste si può dedurre il peso dei cristalli stessi, e conoscendosi inoltre la variazione di concentrazione subita dalla lega liquida nel depositare quei cristalli, è facile calcolare la composizione dei cristalli depositati.

1) Vedi B. Roozeboom — Die heterogenen Gleichgewichte II parte pag. 204 (Braunschweig 1904).
2) G. Tammann — Zeitschrift f. anorg. Chemie. Vol. 47° pag. 306 (1905).

Sia infatti (fig. 1) M N M' il diagramma di solidificazione delle leghe di due metalli A e B, le cui concentrazioni, rispetto al componente A, sono indicate sull' asse orizzontale da 0 ad 1, e consideriamo la lega di concentrazione a che incomincia a solidificarsi al punto D della linea M N, corrispondente alla temperatura t. Quando la temperatura di detta lega si sarà abbassata fino a t_1 il punto figurativo si sarà portato al punto D_1 cui corrisponde la concentrazione a_1, e supponiamo sia p il peso dei cristalli deposti fra le temperature t e t_1.

L' unità di peso della lega si sarà divisa in due parti:

1°) un peso p di cristalli di composizione incognita a_2.

2°) un peso $1-p$ di lega liquida di composizione a_1.

Il peso del componente A contenuto nella porzione (1) sarà $p\,a_2$; il peso dello stesso componente contenuto nella porzione (2) sarà $(1-p)\,a_1$ e dovendo la loro somma essere uguale ad a si avrà

$$p a_2 + (1-p) a_1 = a$$

$$a_2 = \frac{a - a_1}{p} + a_1 . \qquad (1)$$

Il peso p sarà dato dalla formula

$$p = \frac{Q}{c} \qquad (2)$$

nella quale Q esprime le calorie sviluppate nella solidificazione parziale avvenuta fra le temperature t e t_1, e c il calore di fusione medio del solido deposto, che potrà dedursi nel seguente modo:

Siano Q_1 il numero di calorie sviluppate dalla lega al punto eutetico e c_1 le calorie di fusione dalla lega eutetica; il peso dell' eutetica contenuta nella lega da noi considerata sarà Q_1/c_1 e quello totale dei cristalli misti $1 - Q_1/c_1$. Se inoltre indichiamo con c_2 il calore totale di fusione della lega, sarà $c_2 - Q_1$ il numero totale di calorie svolte dalla solidificazione dei cristalli misti e quindi il calore di fusione medio di questi sarà

$$c = \frac{c_2 - Q_1}{1 - Q_1/c_1} \qquad (3)$$

valore che potrà, entro i limiti di approssimazione consentiti dal metodo, introdursi nella (2) e con esso calcolare p da introdursi nella (1).

Evidentemente se questa darà $a_2 = 0$ ciò significherà che il componente B si deposita puro dalle leghe che rispetto all' eutetica hanno un eccesso del componente B, e se si avrà $a_2 = 1{,}00$ ciò indicherà che si deposita puro il componente A dalle leghe con eccesso di A.

Nei casi in cui la lega solidifichi completamente al disopra del punto eutetico, sarebbe $Q = 0$ e perciò:

$$c = c_2 .$$

Un importante caso particolare di applicazione della formula (1) è quello in cui la temperatura t_1 corrisponda alla temperatura T del punto eutetico; in tal caso indicando con a_3 la composizione dell' eutetica, e con a_4 quella dei cristalli

misti che si depongono a quella temperatura, la (1) assumerà la forma

$$a_4 = \frac{a - a_3}{p} + a_3 \tag{4}$$

ed il peso p dei cristalli misti sarà dato semplicemente, come sopra si è veduto, da

$$p = 1 - \frac{Q_1}{c_1}. \tag{5}$$

Il valore di a_4 può quindi in questo caso determinarsi indipendentemente dal valore di c.

Osserveremo che sostituendo nella (4) a p il valore dato dalla (5) si ottiene la relazione

$$\frac{Q_1}{c_1} = \frac{a - a_4}{a_3 - a_4}$$

e riferendosi alla fig. 1 si riconosce che la differenza $a - a_4$ è rappresentata dal segmento $\overline{a\,a_4}$ e la differenza $a_3 - a_4$ è rappresentata dal segmento $\overline{a_3\,a_4}$, si ha quindi

$$\frac{Q_1}{c_1} = \frac{\overline{a\,a_4}}{\overline{a_3\,a_4}}.$$

Da questa relazione risulta che il punto a_4 si può determinare graficamente tirando dai punti a_3 ed a due ordinate a_3 C, a Q rispettivamente uguali a c_1 e Q_1 e prolungando $\overline{CQ}$ fino al suo incontro coll'asse delle concentrazioni. Dovendo poi le varie leghe che compiono la solidificazione al punto eutetico dare per a_4 lo stesso valore, i punti Q corrispondenti alle varie leghe dovranno trovarsi sulla linea retta $\overline{C\,a_4}$.

Se adunque si tirano dai punti rappresentanti le concentrazioni delle varie leghe con eccesso dell' uno o dell' altro metallo delle ordinate rispettivamente proporzionali alle calorie (Q_1) sviluppate dalle singole leghe al punto eutetico, le estremità di tali ordinate si troveranno su di una linea retta che incrontrerà l' asse delle concentrazioni nel punto (a_4) indicante la composizione dei cristalli misti deposti dalle dette leghe al punto eutetico.

È questa appunto la costruzione indicata dal Tammann (l. c.) sotto il titolo di « analisi termica », colla differenza che il Tammann rappresenta colle dette ordinate le durate dell'arresto del termometro al punto eutetico, invece delle calorie sviluppate che sono evidentemente ad esse proporzionali.

Farò una prima applicazione del metodo alle leghe Pb—Sn, traendo i valori necessari al calcolo da una mia precedente memoria [1]) nella quale determinai, col metodo del raffreddamento, le calorie di fusione sviluppate di 5° in 5° da una serie di dette leghe.

Nella tabella I, sono indicati i valori esperimentali, estratti o dedotti dalla pag. 23 della suddetta memoria, nonchè i valori di c, a_2 ed a_1, con essi calcolati per mezzo delle formule indicate accanto ai valori stessi.

A maggior schiarimento dirò:

I valori di a indicano la concentrazione iniziale della lega rappresentata dal peso del componente più fusibile contenuto nell' unità di peso di essa:

I valori di t sono le temperature alle quali si ebbe il primo rallentamento massimo del termometro:

Le temperature t_1 alle quali si riferisce la cercata composizione dei cristalli misti, furono scelte in modo che fra le temperature t e t_1 fossero comprese le più forti erogazioni di calorie di solidificazione da parte dei cristalli misti, pur prendendo t_1 abbastanza vicino a t da far ritenere che i cristalli deposti nell'intervallo abbiano composizione sensibilmente costante:

I valori di c_2 non comprendono le calorie sviluppate nella trasformazione allo stato solido, che trovai avvenire in dette leghe al di sotto del punto eutetico:

I valori di Q_1 furono dedotti dalle tabelle grafiche unite alla detta memoria tenendo anche calcolo delle curve ottenute col riscaldamento:

1) D. Mazzotto — ***Determinazione delle calorie di fusione delle leghe binarie di piombo, stagno, bismuto e zinco.*** — **Memorie del R. Istituto Lombardo Vol 16° pag. 1. 1886.**

I valori di Q si ottengono sommando le calorie di fusione sviluppate dalle rispettive leghe dal principio della solidificazione alla temperatura t_1:

I valori di a_1 furono letti sulla linea di solidificazione riprodotta in piccola scala nella Tavola I, fig. 1 e costruita col mezzo dei valori di t e di a.

Furono escluse dal calcolo le leghe più prossime all' eutetica perchè contenendo piccole quantità di cristalli misti non servono a determinarne la composizione.

Tabella I. *Leghe di piombo e stagno.*

Eutetica { punto di solidificazione T = 180°; composizione $a_2 = 0{,}63$ Sn; calorie di fusione $c_1 = 9{,}5$.

	Lega	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	Sn =	0,941	0,889	0,800	0,667	0,571	0,500	0,428	0,333	0,200	0,111	0,059
t		218°	210°	200°	184°	192°	205°	219°	240°	268°	289°	304°
c_2		13,2	12,5	11,5	10,3	9,4	8,7	8,1	7,0	6,0	5,7	5,8
Q_1		1,1	2,5	5,0	8,5	8,4	7,0	5,5	3,8	1,2	0	0
c	(3)	13,7	13,6	13,7	—	—	6,5	6,2	5,4	5,5	5,7	5,8
t_1		205°	195°	185°	—	—	185°	205°	225°	245°	265°	285°
Q		8,94	7,62	5,66	—	—	1,54	1,47	1,86	3,13	4,30	4,88
a_1		0,84	0,75	0,66	—	—	0,60	0,51	0,41	0,31	0,21	0,13
a_2	(2) (1)	**0,99**	**1,00**	**1,00**	—	—	**0,18**	**0,16**	**0,17**	**0,12**	**0,08**	**0,05**
a_4	(5) (4)	**0,98**	**0,98**	**0,99**	—	—	**0,14**	**0,15**	**0,13**	**0,14**	—	—

Riguardo ai valori calcolati di c osserveremo che le leghe più ricche di stagno 1, 2, 3 diedero valori che poco differiscono dal calore di fusione dello stagno (13,6) il che fa già ritenere che il metallo in eccesso da esse depositato sia dello stagno

puro o quasi tale; le altre leghe hanno un calore di fusione molto minore, ma in generale maggiore del calore di fusione del piombo (5,4) il che fa presumere che unitamente al piombo si depositi dello stagno.

La concentrazione (a_2) dei depositi ottenuti dalle leghe più ricche di stagno sono prossime all'unità il che conferma che il metallo depositato è dello stagno puro; quelle delle leghe più ricche di piombo aumentano abbastanza regolarmente col diminuire della temperatura t_1 indicando così che si depositano dei cristalli misti sempre più ricchi di stagno, fino ad una concentrazione di circa 18 °/₀ di stagno.

Nell'ultima riga della tabella I sono registrati i valori calcolati per a_4. Le tre leghe più ricche di stagno danno per a_4 dei valori molto vicini all'unità il che conferma il risultato precedente, che il deposito sia di stagno puro; le leghe 6, 7, 8, 9, più ricche in piombo dell'eutetica ma che compiono la loro solidificazione al punto eutetico, danno, come la teoria fa prevedere, per la composizione dei cristalli deposti a questo punto, dei valori da a_4 sensibilmente costanti, la cui media $a_4 = 0,14$ non differisce molto dal valore 0,18 verso cui tendono i valori sopra trovati di a_2.

Le leghe 10 ed 11 che si solidificano completamante al di sopra del punto eutetico non possono servire alla determinazione di a_4.

Nella parte inferiore della fig. 1 Tav. I è eseguita la costruzione del Tammann usando i valori di Q_1 registrati nella tab. I. I punti si allineano sensibilmente sopra due linee rette, che da una parte si incontrano in un punto che dà la concentrazione ed il calore di fusione dell'eutetica, e dall'altra incontrano l'asse delle concentrazioni in due punti corrispondenti ai valori di a_4 poco differenti da quelli trovati col mezzo delle formule (4) e (5).

Nella figura stessa sono segnati anche i punti rapprentanti le concentrazioni (a_2) dei cristalli misti depositati dalle leghe con eccesso di piombo a temperature superiori al punto eutetico.

Il valore limite (0,18 Sn) verso cui tende la linea che li congiunge, prolungata fino al punto eutetico, dovrebbe coincidere col valore (0,14 Sn) trovato per a_4 coll'altro metodo.

Per valore comune si può prendere il valore medio (0,16 Sn) e ciò è tanto più giustificato inquantochè, uno di questi valori si deduce dalla determinazione del peso dei cristalli misti e l'altro dalla determinazione del peso dell'eutetica, pesi che sono in certo modo l'uno complementare l'altro, poichè molte cause d'errore che tendono ad aumentare il primo diminuiscono l'altro e viceversa.

Detto valore medio si accorda con quello recentemente adottato da Rosenhain e Tucker [1]) nel loro scrupoloso studio sulle leghe eutetiche di stagno e piombo.

Essi infatti dopo aver riconosciuto, con ricerche termiche, che il piombo deponeva al punto eutetico dei cristalli misti di composizione prossima al 16 %, mantennero per sei settimane, a temperatura costante di 180° delle leghe contenenti il 15, 16, 17, 18 % di stagno onde avessero agio di assumere il meglio possibile lo stato di equilibrio. Osservatele poscia col metodo micrografico, constatarono che la lega al 16 % presentava fra le altre il massimo grado di omogeneità e dovea quindi considerarsi come il limite di saturazione dello stagno e piombo solidi alla temperatura del punto eutetico.

Potremo ora estendere il metodo ad altre leghe.

Le leghe di Sn Zn da me studiate non formano una serie completa, essendomi dovuto arrestare alla concentrazione 0,667 Sn perchè le leghe più ricche di zinco si fondevano oltre i 300°, temperatura che non poteva oltrepassare coll'apparecchio da me usato. I valori da esse forniti presentano quindi qualche incertezza.

La tabella II fornisce i valori esperimentali dedotti dalla pag. 25 della citata mia memoria, colle stesse norme indicate per dedurre i corrispondenti valori della tabella I, ed i valori c, a_2, a_4 calcolati in base ad essi.

1) W. Rosenhain e P. A. Tucker Royal Society Transactions. Vol. 209, pag. 89 (1908).

TABELLA II. *Leghe di stagno e zinco.*

Eutetica { punto di solidificazione T = 196°
composizione a_3 = 0,93 Sn
calorie di fusione c_1 = 15,6.

	Lega	1	2	3	4	5	6
a	Sn =	0,952	0,941	0,923	0,889	0,800	0,667
t		210°	205°	200°	210°	260°	305°
c_2		15,3	15,8	16,3	17,7	20,8	22,8
Q_1		8,8	11,6	14,9	15,0	13,5	11,4
c	(3)	15,0	16,0	—	—	54,1	42,4
t_1		—	—	—	—	210°	265°
Q		—	—	—	—	5,39	5,83
a_1		—	—	—	—	0,89	0,78
a_2	(2)(1)	—	—	—	—	**— 0,01**	**— 0,02**
a_4	(5)(4)	**1,00**	**0,98**	—	—	**— 0,03**	**— 0,03**

Osserveremo che i valori di c dalla parte delle leghe con eccesso di stagno e più ancora dalla parte di quelle con eccesso di zinco, sono riusciti più elevati dei rispettivi valori del calore di fusione dello stagno e dello zinco puri; è probabile che questo fatto si colleghi colla grande quantità di calore *assorbito* da queste leghe nel formarsi, dimostrata in altra mia nota [1]).

I valori di a_2 per le leghe 1 e 2 più ricche di stagno non si poterono calcolare perchè tali leghe si solidificano a pochi gradi di distanza dal punto eutetico; si poterono però calcolare i valori di a_4 che, risultando vicini all'unità, indicano che lo stagno si deposita puro.

1) D. Mazzotto. *Fenomeni termici nella formazione delle leghe.* Rendiconti R. Istituto Lombardo, Vol. 18°, pag. 165 (1885).

Dalle leghe più ricche di zinco, 6 e 7, si ebbero per a_2 e per a_4 dei valori vicini a zero il che indicherebbe che anche lo zinco si deposita puro.

Anche la costruzione del Tammann (Tav. I. fig. 2) eseguita coi valori sopra registrati, indica che le leghe con eccesso di stagno depositano stagno puro, e quanto alle leghe con eccesso di zinco, benchè la retta congiungente i tre punti esperimentali sia ancora piuttosto lontana dalla intersezione coll' asse delle concentrazioni, pure dimostra tale direzioni da far ritenere che l' incontro avvenga presso lo 0 e che quindi anche lo zinco si depositi puro.

La tabella III e la fig. 3 della Tavola I si riferiscono alle leghe di stagno e bismuto.

I valori di c sono poco differenti come lo sono i calori di fusione dei due metalli componenti.

TABELLA III. *Leghe di stagno e bismuto.*

Eutetica { punto di solidificazione $T = 137°$; composizione $a_2 = 0,42$ Sn; calorie di fusione $c_1 = 9,8$.

	Lega	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	Sn =	0,941	0,889	0,800	0,667	0,571	0,500	0,428	0,333	0,200	0,111
t		222°	214°	200°	180°	160°	150°	138°	160°	200°	225°
c_1		12,8	12,6	11,7	10,7	10,5	10,6	10,6	10,7	10,8	11,2
Q_1		0,0	0,0	1,2	3,9	6,3	7,9	9,7	7,8	4,3	2,2
c	(3)	12,8	12,6	12,0	11,3	11,8	—	—	—	11,6	11,6
t_1		205°	185°	165°	150°	140°	—	—	—	165°	195°
Q		10,80	10,56	8,76	5,78	4,15	—	—	—	4,38	5,83
a_1		0,82	0,69	0,59	0,50	0,44	—	—	—	0,32	0,22
a_2	(2) (1)	**0,96**	**0,93**	**0,88**	**0,83**	**0,80**	—	—	—	**0,003**	**0,008**
a_4	(5) (4)	—	—	**0,85**	**0,83**	**0,84**	**0,83**	—	**0,006**	**0,03**	**0,02**

I valori a_1, ottenuti dalle leghe con eccesso di stagno, indicano il depositarsi di cristalli misti in cui la proporzione del bismuto va gradatamente aumentando fino al 17-20°/₀; questo valore limite deve essere però, come nel caso delle leghe di Pb-Sn, un po' troppo elevato perchè i valori di a_4 (che danno una media, 0,84 Sn), indicano pei cristalli misti deposti al punto eutetico una composizione del 16°/₀ di bismuto.

Dando maggior peso a questo valore che risulta come media di quattro determinazioni con leghe differenti, e tenendo pur conto che la costruzione del Tammann dà per a_4 il valore 15°/₀ Bi; terremo come composizione definitiva dei cristalli misti al punto eutetico 16°/₀ Bi.

Le leghe con eccesso di bismuto danno valori di a_2 di poco inferiori a zero, però i valori di a_4 forniti dalle due ultime leghe pare accennino alla formazione di cristalli misti con piccole quantità (2°/₀), di stagno, e ad eguale risultato condurrebbe la costruzione del Tammann; ad ogni modo si può conchiudere che lo stagno si deposita sensibilmente puro, perchè l' accertamento di differenze così piccole, sorpassa i limiti di precisione del metodo.

Finalmente osserveremo la tabella IV e la relativa fig. 4 della Tavola I nelle quali sono indicati i risultati forniti dalle leghe di bismuto e piombo.

TABELLA IV. *Leghe di bismuto e piombo.*

Eutetica { punto di solidificazione T = 125°; composizione $a_3 = 0{,}60$ Bi; calorie di fusione $c_1 = 5{,}0$.

	Lega	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	Bi =	0,889	0,800	0,667	0,571	0,500	0,429	0,333	0,200	0,111
t		230°	199°	146°	130°	147°	170°	200°	255°	285°
c_2		10,35	8,59	6,32	4,75	4,05	3,72	3,64	4,36	4,98
Q_1		1,4	2,5	4,2	4,6	3,0	1,2	0,0	0,0	0,0
c	(3)	12,5	12,2	13,1	—	—	3,29	3,60	4,36	4,98
t_1		200°	170°	135°	—	—	130°	150°	200°	255°
Q		6,70	4,77	1,67	—	—	2,60	3,31	3,60	4,20
a_1		0,79	0,705	0,62	—	—	0,57	0,49	0,33	0,19
a_3	(2) (1)	**0,98**	**0,96**	**0,99**	—	—	**0,39**	**0,31**	**0,17**	**0,09**
a_4	(5) (4)	**1,00**	**1,00**	**1,04**	—	**0,35**	**0,38**	—	—	—

I valori di c ottenuti dalle leghe con eccesso di bismuto differiscono poco dal calore di fusione di questo metallo, ma quelli delle altre leghe, come pure il valore c_1 dell' eutetica sono molto bassi in confronto a quelli dei componenti (Bi 12,6; Pb 5,4). È questo un fatto opposto a quello osservato colle leghe di Sn Zn e pare in relazione col fatto che queste leghe, come dimostrai nella nota citata a pag. 189, *sviluppano* molto calore all' atto della loro formazione.

Le leghe con eccesso di bismuto depositerebbero, tanto secondo i valori di a_4 come secondo la costruzione del Tammann, il bismuto puro, mentre i valori di a_3 indicherebbero che il deposito contiene una piccola parte di piombo; potremo ad ogni modo conchiudere che il bismuto si deposita sensibilmente puro.

Nelle leghe con eccesso di piombo, invece, i valori di a_2 dimostrano che vi è deposizione di cristalli misti di concentrazione crescente fino al maximum, assai elevato, di 39 % di Bi, ed un valore poco differente (38 %) assegnano alla concentrazione dei cristalli deposti al punto eutetico tanto i valori di a_4 quanto la costruzione del Tammann.

Nella seguente tabella V sono raccolti, insieme ai miei, i risultati ottenuti, dagli altri esperimentatori che determinarono con differenti metodi la composizione dei cristalli deposti dalle leghe studiate in questa nota.

Siccome la massima parte di detti metodi si riferiscono alla composizione del deposito che si forma al punto eutetico, così, dei miei risultati non ho riprodotto nella tabella che quelli che si riferiscono al detto punto. Solo i risultati delle esperienze di Heycock e Neville si riferiscono a temperature superiori al punto eutetico, e precisamente a temperature assai vicine al punto di solidificazione del metallo puro; ma siccome non forniscono risultati quantitativi, sono indicati con un *si* i casi in cui l' abbassamento del punto di fusione (maggiore del teorico) indica la probabile formazione di cristalli misti e con un *no* i casi contrari.

I metodi sono tra quelli già citati a pag. 181, cioè:

I. Limiti dell' eutetica	IV. Abbassamento punto di fusione
II. Analisi chimica	V. Micrografico
III. Forza elettromotrice	VI. Analisi termica.

TABELLA V. *Cristalli misti al punto eutetico.*

I numeri indicano la quantità del primo metallo in 100 del totale.

Autori	Metodi	Pb in Sn	Sn in Pb	Sn in Zn	Zn in Sn	Sn in Bi	Bi in Sn	Bi in Pb	Pb in Bi
Kapp [1])	I	0	6	—	—	0	8	—	—
Shepherd [2])	II	—	0	—	—	—	0	5	4
detto [2])	III	—	—	—	—	tracce	tracce	10	10
Heycock e Neville [3])	IV	si	si	no	si	no	si	si	no
Herschkowitsch [4])	III	—	—	10	2	—	—	—	—
Rosenhain e Tucker [5])	V	0	16	—	—	—	—	—	—
Mazzotto	VI	0	16	0	0	0	16	38	0

1) Kapp. — Annalen der Physik. Vol. 6° pag. 754 (1901).
2) Shepherd. — Journal of Phys Chem. Vol. 7° pag. 15 (1903).
3) Heycock e Neville. — Journal Chem. Society. Vol. 61-71. Vedi anche Beiblätter Vol. 17° pag 289 (1893).
4) Herschkowitsch. — Zeitschr. Physik. Chemie. Vol. 27° pag. 123 (1898).
5) Rosenhain e Tucker. — l. c. a pag. 191.

Riepilogando diremo che, per quanto non possa attendersi da queste determinazioni un grado elevato di precisione, sia perchè il raffreddamento delle leghe è molto lontano dal soddisfare alle condizioni teoriche che lo suppongono tanto lento da permettere lo stabilirsi, ad ogni singola temperatura, dell'equilibrio fra la lega liquida ed i cristalli deposti, sia perchè le calorie sviluppate nella solidificazione dei cristalli misti non si possono sempre separare completamente da quelle dovute alla solidificazione dell'eutetica ed alle trasformazioni allo stato solido che quasi generalmente avvengono in queste leghe, etc. si può tuttavia con sufficiente sicurezza conchiudere:

Il piombo contenuto nelle *leghe di piombo e stagno* si solidifica sotto forma di cristalli misti il cui contenuto di stagno va aumentando coll'abbassarsi della temperatura di solidificazione fino a raggiungere, se la quantità di stagno presente lo permette, il maximum del 16 °/₀ circa al punto eutetico (180°). Lo stagno in eccesso si solidifica puro.

La lega eutetica contenente in massa 63 °/₀ di stagno è perciò costituita da:

56 °/₀ di stagno puro
44 °/₀ di cristalli misti contenenti 37 di piombo e 7 di stagno.

Le *leghe di stagno e zinco*, non diedero indizio di deposizione di cristalli misti e l'eutetica (196°) è costituita da:

7 °/₀ di zinco
93 °/₀ di stagno.

Lo stagno contenuto nelle *leghe di bismuto e stagno* si solidifica in cristalli misti il cui contenuto in bismuto va aumentando coll'abbassarsi della temperatura di solidificazione fino a raggiungere, se vi è bismuto in quantità sufficiente, un maximum di circa 16 °/₀ al punto eutetico (137°). Il bismuto in eccesso si solidifica sensibilmente puro.

La lega eutetica contenente in tutto 43 °/₀ di stagno risulta quindi composta da:

47,5 % di bismuto puro

52,5 % di cristalli misti contenenti 43 di Sn. e 9,5 di Bi.

Il piombo contenuto nelle *leghe di piombo e bismuto* si solidifica in cristalli misti il cui contenuto in bismuto va aumentando coll' abbassarsi della temperatura di solidificazione raggiungendo, al punto eutetico (125°) il maximum notevole di circa 38 % se la quantità di bismuto non è inferiore a questo limite.

Il bismuto in eccesso si deposita sensibilmente puro.

La lega eutetica contenente in tutto 60 % di bismuto è quindi costituita da:

35,5 % di bismuto puro

64,5 % di cristalli misti contenenti 24,5 di bismuto e 40 di piombo.

Istituto Fisico R. Università Modena
Marzo 1909.

SULLA NATURA CORPUSCOLARE DELLE RADIAZIONI ELETTRICHE.

ORSO MARIO CORBINO.

(Estratto da una lettera al prof. T. Levi-Civita).

Palermo, 13 settembre 1909.

. . . .

. . . .

Le sono grato d'avermi inviato le bozze della comunicazione che Ella si propone di fare al Congresso di Padova. Non essendo sicuro di poter prender parte alla discussione orale, desidero presentarle alcune considerazioni, che svolsi più estesamente in una conferenza fatta alla Società di Fisica in Roma « Sulla natura corpuscolare della materia, dell'elettricità e dell'energia raggiante ».

A mio parere i Fisici avevano già da tempo ragioni sufficienti per preferire la concezione *balistica* sulla natura delle radiazioni elettriche. Dall'osservazione immediata della deviabilità elettrica e magnetica dei raggi catodici e dei β si deducono per l'*ipotetico* corpuscolo valori di $\frac{e}{m}$ in perfetto accordo con quelli ottenuti per gli ioni fotoelettrici (nel vuoto) e per gli altri cui è dovuta l'emissione della luce a righe (fenomeno Zeeman); e la coincidenza non può esser casuale. Or appunto gli ioni fotoelettrici, capaci di agire come nuclei di condensazione del vapore, e quelli che danno origine agli spettri a righe, sono indubbiamente molto spaziati, e i primi appariscono anche a vista d'occhio distribuiti in modo discreto. In particolare l'elettrone luminoso, nella sua orbita entro l'atomo, non può esser sostituito da un anello continuo rotante, poichè con ciò cesserebbe ogni emissione di luce.

Ma se questi fatti non si ritengon sufficienti, ogni incertezza deve sparire dopo che Rutherford e Geiger hanno dimo-

strato, per i raggi α, la struttura indubbiamente discontinua e granulare, ottenendo come numero delle particelle α totalmente emesse dal radio il valore previsto e constatando che la loro espulsione nello spazio e nel tempo avviene disordinatamente, secondo le leggi della probabilità. Essi dimostrarono inoltre che a ogni particella α corrisponde un guizzo di luce nello spintariscopio di Crooks.

L'esperienza non è stata ancor fatta pei raggi β; poichè l'azione isolata d'una particella β, cioè dell'elettrone, non è abbastanza energica per potere essere svelata come si riuscì a fare con le α. Ma l'analogia tra le proprietà dei due tipi di radiazione è troppo stretta perchè l'uno sia a regime balistico e l'altro a regime idraulico, per quanto uno dei flussi sia *materiale* e l'altro no. E in ogni modo hanno un gran peso le recenti osservazioni di Regener il quale ha trovato che anche i raggi β danno luogo allo scintillamento dello schermo in platino-cianuro, per quanto più debolmente degli α.

Quanto alla mia pregiudiziale storica, essa si fondava sul fatto che il valore di $\frac{e}{m}$ risulta lo stesso (a parte l'influenza calcolata su m della velocità v, trascurabile quando v non è troppo grande) tanto ricorrendo a flussi elettrici di pochi microampere, come nei tubi ad alto vuoto e a elettrodi freddi, quanto coi flussi elettrici parecchie migliaia di volte più intensi quali si ottengono nei tubi Wehnelt con alto vuoto ma con elettrodi roventi ricoperti d'ossido di calcio o magnesio. Vi corrispondono valori di v molto diversi; ma con la contemporanea misura della deviazione elettrica e magnetica l'influenza grossa di v viene eliminata (il valore ottenuto per v concorda con quello prevedibile data l'entità della caduta catodica di potenziale) e resta solo il suo effetto, ben piccolo, su m. Or dai molti *milliampere* fluenti nei tubi di Wehnelt, alle correnti appena misurabili con l'elettrometro e dovute all'effetto fotoelettrico nel vuoto, il rapporto $\frac{e}{m}$ conserva sensibilmente lo stesso valore, cosicchè per i flussi elettrici che corrispondono al campo nostro d'osservazione non mi pare si possa mettere in dubbio il carattere granulare, con frequenza

trascurabile delle singole particelle. Anzi, se non m' inganno, questo carattere non è contradetto nemmeno dal confronto della teoria di Drude sulla conduzione metallica con l'esperienza. Eppure in questo caso il movimento disordinato delle cariche elettriche nei *vari* sensi implica il tragitto di quantità enormi di elettricità; e una *lieve* prevalenza in un senso, per virtù d' una forza e. m. esterna, determina già lo stabilirsi di correnti intensissime, quali quelle che permettono di fondere il metallo senza che cessi d' esser valida ia legge di Ohm. Ciò non toglie che il campo cui è sottoposto un elettrone per virtù degli altri elettroni presenti possa avere un' influenza nel modificare ad esempio le forze quasi-elastiche che determinano le vibrazioni luminose. Scrivendo ciò penso allo spostamento delle righe spettrali con la pressione del gas; e allo spettro continuo emesso dai solidi e dai liquidi, invece dello spettro a righe dei gas.

Ma che tale addensamento possa sospettarsi nelle radiazioni catodiche e β mi sembra estremamente improbabile.

Cosicchè, a mio parere, i Matematici possono ormai, fiduciosi nella nozione del discontinuo che si sprigiona sicura dall' insieme delle ricerche sperimentali, trasformare il loro meccanismo meraviglioso, per adattarlo alle mutate esigenze della teoria. Noi Fisici non possiamo che attendere; e desiderare che i legami coi teorici si faccian sempre più intensi ed efficaci.

. . . .

. . . .

CONSIDERAZIONI CRITICHE SULLE RADIAZIONI ELETTRICHE,

di M. ABRAHAM [1]).

Mi pare che la teoria *balistica* dei raggi catodici abbia le sue radici non solamente in una specie d'intuito dei fisici. Certe esperienze avevano già tratteggiata la via; ad esempio Kaufmann ha studiato la deviazione magnetica dei raggi catodici prodotta da varie differenze di potenziale P. La deviazione risultò inversamente proporzionale a $\sqrt{P}$. Per spiegare le esperienze di Kaufmann mediante la teoria *idraulica* si dovrebbe invece ammettere che la corrente fosse proporzionale a $\sqrt{P}$, e di ciò manca una spiegazione intuitiva.

Dunque credo che nel caso dei raggi catodici si sia molto vicini al regime balistico.

Ma forse vi sono altri casi della scarica. (ad es. l'arco voltaico) nei quali l'influenza reciproca degli elettroni potrebbe non essere trascurabile, e dove l'experimentum crucis proposto dal Sig. Levi-Civita mostrerebbe una influenza della intensità della corrente sulla deviabilità.

Lo stato attuale della dinamica degli elettroni non è molto soddisfacente. Le varie teorie proposte, che differiscono per la natura dei legami cinematici ammessi fra le cariche, sono così poco dissimili, che una esperienza veramente decisiva fra le teorie stesse non pare possibile. Sarebbe certamente un progresso il potersi liberare dai legami cinematici, ma io non vedo come questo sarà possibile. L'elettrone in riposo sarebbe impossibile senza questi legami e l'elettricità si diffonderebbe in poco tempo.

È appunto a cagione dei legami che si introduce, nella teoria dei campi elettromagnetici, l'ipotesi atomistica.

---

1) Questa Nota e le altre due dei Professori Levi-Civita e Corbino contenute in questo fascicolo furono esposte e discusse nel Congresso di Padova della Società Italiana pel progresso delle Scienze, nella seduta del 22 settembre 1909.

SULLE OSSERVAZIONI SISMICHE.

Nota I del Dott. A. LO SURDO [1]).

Condizioni alle quali debbono soddisfare i sismografi per registrare l'accelerazione sismica.

Abbiamo rilevato recentemente l'importanza di determinare l'accelerazione sismica come la causa immediata del moto impresso alla massa inerte del sismografo [2]); ed ora ci proponiamo di ricercare se sia possibile che un sismografò registri direttamente l'accelerazione anzichè, come si è tentato di fare finora, lo spostamento del suolo.

Indichiamo con a lo spostamento della massa dalla sua posizione di riposo, con Ω l'accelerazione $-x''$ sulla componente x dello spostamento del suolo, e scriviamo l'equazione del moto sotto la forma:

$$a'' + 2\alpha a' + \beta^2 a = \Omega \tag{1}$$

le costanti α e β hanno un significato ben definito.

L'accelerazione della forza antagonista per unità dello spostamento a è uguale a β^2, e quindi se le indicazioni del sismografo fossero esatte noi dovremmo avere:

$$\beta^2 a = \Omega.$$

Dobbiamo dunque ricercare le condizioni più opportune affinchè lo spostamento della massa dalla posizione di riposo differisca in ogni istante il meno possibile da quello corrispondente al valore dell'accelerazione sismica Ω, cioè da $\frac{\Omega}{\beta^2}$.

1) Dai Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Vol. XVIII, 2° sem. 1909.

2) N. Cimento, Serie V, Vol. XVIII, Fasc. di Luglio-Agosto 1909.

Sia τ un intervallo di tempo abbastanza piccolo perchè si possa ritenere che Ω vari linearmente di una quantità w, cioè che il tratto di curva corrispondente all'intervallo di tempo τ sia rettilineo, e potremo porre:

$$\Omega = \Omega_0 + \frac{w}{\tau} t$$

per cui la nostra equazione diventa:

$$a'' + 2\alpha a' + \beta^2 a = \Omega_0 + \frac{w}{\tau} t. \tag{2}$$

L'integrale generale di questa equazione lineare del secondo ordine risulta costituito dalla somma di due parti:

1) un integrale particolare dell'equazione completa.

2) la funzione complementare, ossia l'integrale generale dell'equazione ridotta omogenea.

Introduciamo nella (2) il simbolo operatore $D = \frac{d}{dt}$ che si può trattare come una quantità algebrica [1], ed essa prende la forma:

$$(D^2 + 2\alpha D + \beta^2)\, a = \Omega_0 + \frac{w}{\tau} t$$

dalla quale si ricava:

$$a = \frac{1}{D^2 + 2\alpha D + \beta^2} \left(\Omega_0 + \frac{w}{\tau} t \right).$$

Sviluppando poi in serie $\frac{1}{D^2 + 2\alpha D + \beta^2}$, e facendo le opportune eliminazioni si ottiene:

$$a = \frac{1}{\beta^2} \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta^2} D \right) \left(\Omega_0 + \frac{w}{\tau} t \right)$$

cioè:

$$a = \frac{1}{\beta^2} \left(\Omega_0 + \frac{w}{\tau} t - \frac{2\alpha}{\beta^2} \frac{w}{\tau} \right) \tag{3}$$

che è un integrale particolare della (2).

1) V. A Russell Forsyth: *Trattato sulle equazioni differenziali.* — Traduzione del Dott. Arbicone (Livorno, Ediz. Giusti); pag. 35 a 40.

La funzione complementare è l'integrale generale dell'equazione:

$$a'' + 2\alpha a' + \beta^2 a = 0.$$

Questo integrale rappresenta il moto proprio del sistema oscillante, e, com'è noto, prende diverse forme secondo che l'equazione caratteristica ammette due radici imaginarie, una doppia reale, o due reali e distinte. Il moto quindi è oscillatorio di ampiezze successive decrescenti:

$$(4) \qquad a = e^{-\alpha t}\left[A_1 \cos\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}\,t + B_1 \operatorname{sen}\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}\,t\right]$$

se $\beta^2 > \alpha^2$; crescendo lo smorzamento, il pseudo periodo

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\beta^2 - \alpha^2}}$$

va aumentando finchè il moto non diviene aperiodico:

$$(5) \qquad a = A_2 e^{-\alpha t}[1 + B_2 t],$$

il che si ha quando $\beta^2 = \alpha^2$. Continuando a crescere lo smorzamento, il moto, ancora aperiodico:

$$(6) \qquad a = e^{-\alpha t}\left[A_3 e^{+\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\,t} + B_3 e^{-\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}\,t}\right]$$

(per $\beta^2 < \alpha^2$), diviene sempre più lento.

È evidente il vantaggio che si può ricavare mettendosi in condizioni tali che la funzione complementare abbia la forma (5) cui corrisponde il moto critico, poichè allora la massa si avvicina alla posizione che le compete con moto aperiodico, il più rapidamente possibile.

Possiamo dunque ritenere che lo smorzamento critico sia il più conveniente, e stabiliamo perciò di fare $\alpha = \beta$.

Sommando la (3) e la (5) si ottiene l'integrale generale dell'equazione completa:

$$(7) \qquad a = A e^{-\beta t}(1 + B t) + \frac{1}{\beta^2}\left(\Omega_0 + \frac{w}{\tau} t - \frac{2}{\beta}\frac{w}{\tau}\right).$$

Le condizioni iniziali siano:

$$a = \frac{\Omega_0}{\beta^2}; \qquad \frac{da}{dt} = 0;$$

cioè si supponga che per $t=0$ la massa si trovi ferma nella posizione alla quale corrisponde esattamente il valore Ω_0 dell' accelerazione in quell' istante; valga cioè il sistema di equazioni

$$\frac{\Omega_0}{\beta^2}=A+\frac{1}{\beta^2}\left(\Omega_0-\frac{2}{\beta}\frac{w}{\tau}\right)$$

$$0=-\beta A+BA+\frac{1}{\beta^2}\frac{w}{\tau}.$$

Da esso si ricavano i valori:

$$A=\frac{2}{\beta^3}\frac{w}{\tau}; \qquad B=\frac{\beta}{2};$$

che riducono la (7) alla forma:

$$(8) \qquad a=\frac{1}{\beta^2}\left(\Omega_0+\frac{w}{\tau}t\right)+\frac{1}{\beta^2}\frac{w}{\tau}\left[\left(\frac{2}{\beta}+t\right)e^{-\beta t}-\frac{2}{\beta}\right].$$

Osserviamo che la espressione contenuta nel secondo membro si compone di due parti; la prima:

$$(9) \qquad \frac{1}{\beta^2}\left(\Omega_0+\frac{w}{\tau}t\right)$$

darebbe in ogni istante lo spostamento che corrisponde esattamente al valore dell' accelerazione: essa quindi rappresenterebbe la soluzione idealmente perfetta del problema. E se noi vogliamo che la massa segua il più da vicino possibile questo moto, dovremo fare in modo che la seconda parte:

$$(10) \qquad \frac{1}{\beta^2}\frac{w}{\tau}\left[\left(\frac{2}{\beta}+t\right)e^{-\beta t}-\frac{2}{\beta}\right]$$

abbia un valore piccolissimo. Allora evidentemente, β dev'essere tanto più grande per quanto più repentine sono le variazioni di Ω, cioè per quanto più grande è il valore di $\frac{w}{\tau}$.

È bensì vero che aumentando β, diminuendo cioè il periodo proprio del sistema oscillante non smorzato $T=\frac{2\pi}{\beta}$, si viene a diminuire la sensibilità del sismografo ossia lo sposta-

mento per unità di accelerazione che è dato da $\frac{1}{\beta^2}$; ma si vede subito che la parte perturbatrice (10) al crescere di β tende più rapidamente a zero che non lo spostamento idealmente perfetto (9) della massa.

Concludendo possiamo dire che *nei sismografi, quando si vuole che la registrazione rappresenti il più fedelmente possibile l'andamento dell'accelerazione sismica, bisogna che il periodo proprio del sistema oscillante sia il più piccolo possibile.*

Supponiamo ora Ω periodica e sviluppabile mediante la serie di Fourier:

$$\Omega = \Omega_0 + \Omega_1 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \varepsilon_1\right) + \qquad (11)$$
$$+ \ldots + \Omega_n \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{n\,t}{T} - \varepsilon_n\right) + \ldots$$

La rapidità con cui varia ad ogni istante l'accelerazione corrispondente all'armonico n.^{mo} è:

$$\left(\frac{d\,\Omega}{d\,t}\right)_n = \Omega_n \frac{2\pi n}{T} \cos 2\pi \left(\frac{n\,t}{T} - \varepsilon_n\right).$$

essa raggiunge valori tanto più grandi per quanto maggiore è il prodotto $\Omega_n \frac{n}{T}$. Quindi volendo che la registrazione rappresenti bene la (11), è necessario fare il periodo proprio di oscillazione del sismografo tanto più piccolo per quanto più grande è il prodotto $\Omega_n \frac{n}{T}$, cioè più importanti gli armonici elevati. Alla identica conclusione per questo caso speciale, avremmo potuto giungere anche applicando le considerazioni fatte da Cornu e da Blondel per gli oscillografi.

I sismologi, allo scopo di aumentare il più possibile la sensibilità, fanno il periodo proprio dei sismografi molto grande. A dire il vero, si verrebbe a registrare esattamente lo spostamento del suolo qualora si potesse disporre di un si-

stema la cui sensibilità fosse infinitamente grande, cioè si disponesse di un corpo che al suolo non fosse collegato. Ma in pratica non è possibile andare oltre un certo limite nell'aumentare la sensibilità, e quindi le curve che si ottengono non rappresentano nè lo spostamento nè l'accelerazione.

Volendo che i sismografi registrino l'accelerazione, si va incontro ad una difficoltà per il fatto che, se si diminuisce il periodo proprio conformemente alle conclusioni cui siamo giunti, viene a diminuire anche la sensibilità. Contrariamente a quanto avviene in molti altri apparecchi registratori, come ad esempio gli oscillografi, nei sismografi la forza proporzionale alla quantità fisica che si vuol registrare dipende dalla massa materiale del sistema oscillante, quindi non è possibile evitare la diminuzione di sensibilità, senza modificare il periodo di questo. Ne consegue che nel caso nostro gli spostamenti della massa devono essere necessariamente molto più piccoli che nei sismografi ordinari. Però siccome la parte mobile di un sismografo si può ridurre molto semplice è facile far sì che quei piccoli spostamenti non vengano alterati a causa delle imperfezioni meccaniche, inevitabili nei sistemi complicati. Ed allora si comprende facilmente che la mancanza di sensibilità possa venir compensata mediante l'applicazione di un fortissimo ingrandimento.

Non è quindi arrischiato l'affermare che in pratica si possa registrare l'accelerazione sismica mediante sismografi di piccolo periodo.

Firenze, Laboratorio di Fisica del R. Istituto di Studi superiori,
Agosto 1909.

ALCUNI NUOVI FATTI SULLA VISIONE DEGLI OCCHI ASTIGMATICI E NORMALI; LORO INTERPRETAZIONE.

Nota del Dott. M. LA ROSA [1]).

Osservando una montagna o un altro oggetto di grandi dimensioni sufficientemente lontano, ed inclinando lateralmente la testa in modo da portare le due visuali all'incirca in un piano verticale, si nota un cambiamento sensibile delle dimensioni e della distanza apparenti dell'oggetto osservato. Ciò ho verificato sempre ed in modo evidente sperimentando su me stesso e ricorrendo all'osservazione di un centinaio di persone in maggior parte dotate di vista eccellente.

L'effetto riesce meglio apprezzabile, se da un'aperta pianura si guarda una montagna non molto distante, perchè vi si possano distinguere numerosi particolari. La grandezza dei mutamenti osservati varia da persona a persona, ma il loro senso, salvo rarissime eccezioni, rimane costante, e precisamente guardando con la testa inclinata nel modo precedentemente detto, l'oggetto osservato appare più basso, dilatato secondo l'orizzontale normale alla visuale e più lontano. Però il mutamento apparente della distanza è sempre più notevole di quello delle dimensioni.

Ripetendo la prova con oggetti vicini, si osservano solo i mutamenti apparenti delle dimensioni, come ho accertato per mezzo di uno schermo bianco di forma quadrata su cui era segnata una croce a braccia uguali, e posto ben simmetrico rispetto all'osservatore. Le braccia verticali, venivano giudicate più lunghe delle orizzontali, quando l'osservatore teneva la testa in posizione naturale, salvo poche eccezioni (cinque o sei sopra un centinaio); il contrario avveniva quando l'osservatore teneva la testa inclinata nel modo già detto.

1) Istituto fisico della R. Università di Palermo.

Tali mutamenti divenivano sempre meno apprezzabili quando la distanza fra l'osservatore e lo schermo veniva sempre più diminuita.

I fatti restavano gli stessi, osservando con ciascun occhio separatamente.

Si presenta immediata l'idea di attribuire questi mutamenti all'astigmatismo da cui sempre o quasi, l'occhio umano è affetto; sebbene, per lo più, in grado debole abbastanza per non produrre disturbi notevoli nella visione.

In accordo con quest'ipotesi ho potuto riconoscere che i mutamenti apprezzati da occhi normali sono certamente meno spiccati di quelli apprezzati da occhi fortemente astigmatici, e che per questi l'entità dei mutamenti (almeno di quello relativo alla distanza) diminuisce quando se ne corregga, con le opportune lenti cilindriche, approssimatamente il difetto.

Mi propongo, pertanto, di esaminare fino a qual punto e con quali limitazioni, i fatti riferiti possono trovare una spiegazione sufficiente in questa ipotesi. Tale esame presenta un certo interesse principalmente pel complesso problema della visione negli occhi astigmatici, ed è appunto perciò che mi sono deciso a riferire i fatti osservati e le considerazioni che mi hanno suggerito.

Come è noto, l'astigmatismo dell'occhio umano dipende, in generale, dalla forma della cornea, che si accosta a quella di un ellissoide a tre assi (astigm. regolare), con l'asse maggiore coincidente col diametro antero-posteriore, e con i meridiani di massima e di minima curvatura rispettivamente verticale e orizzontale. A causa di questo astigmatismo un fascio di raggi omocentrico che colpisce l'occhio non resta più tale dopo la rifrazione, ma assume la nota forma del conoide di Sturm [1]), che ha come sezione normale un'elisse, la quale può ridursi ad un cerchio, ovvero ad un segmento di retta. Quest'ultimo caso avviene per due particolari posizioni del piano secante, fra le quali è compresa quella che dà luogo al cerchio.

1) La forma del fascio rifratto da un sistema astigmatico coincide con quella del conoide di Sturm soltanto fino alle quantità di 2ª ordine. Ma tale grado di approssimazione è senza dubbio più che sufficiente nello studio delle proprietà ottiche dell'occhio.

I due segmenti giacciono rispettivamente nei piani principali dell'ellissoide. Essi rappresentano le sezioni di massima convergenza del fascio e portano il nome di rette focali; il più vicino alla superficie è più corto e giace nel meridiano di minima curvatura.

Fra il cerchio e ciascuna retta focale, le sezioni ellittiche hanno sempre il grand'asse nella direzione di questa; perciò sezioni ellittiche che si trovano da bande opposte del cerchio hanno i grand'assi normali fra loro.

Ogni punto luminoso può dunque avere come coniugato sulla retina, o un'ellisse, con l'asse maggiore giacente nell'uno o nell'altro dei meridiani principali, o un cerchio, ovvero l'una o l'altra delle rette focali; fra queste sezioni l'occhio in virtù dell'accomodazione potrebbe scegliere la più conveniente. Ora alcuni ritengono (Fick, Helmholtz. Javal) che l'occhio preferisca accomodare sempre per una delle due rette focali, e veramente per la verticale; altri che esso debba preferire l'accomodazione per il cerchio; e vi è infine chi crede (p. es. Hess) che l'occhio caso per caso scelga fra questo e le due rette focali.

I mutamenti delle dimensioni apparenti, osservati nelle condizioni precedentemente riferite, si possono facilmente spiegare (almeno, dal punto di vista qualitativo) col primo modo di vedere, o quanto meno ammettendo che l'occhio accomodi per una sezione prossima ad una retta focale (sempre la stessa). Infatti l'immagine retinica di un oggetto qualsiasi, sarà in quest'ipotesi deformata in modo da presentare un allungamento diverso nelle diverse direzioni, massimo secondo uno dei due piani principali, nullo secondo l'altro. La deformazione della figura si potrà nettamente apprezzare, se la si fa girare di 90° nel suo piano; ovvero se si gira l'occhio di un angolo uguale.

Quanto al mutamento della distanza apparente dobbiamo rilevare che non è possibile far dipendere questo effetto completamente dalla variazione delle dimensioni, e veramente dell'altezza; giacchè fra loro non sussiste la relazione di proporzionalità, che in tal caso sarebbe necessaria, essendo — come fu detto — il mutamento della distanza più notevole di

quello delle dimensioni se l'oggetto è lontano, ed inapprezzabile se l'oggetto è vicino.

Si potrebbe piuttosto pensare che l'apparente mutamento della distanza sia dovuto all'insolita orientazione dell'osservatore e del suo occhio; cioè ad un effetto in qualche modo analogo a quello che ci fa apparire all'orizzonte la luna ed il sole come più grandi che al meridiano, e la vôlta celeste più lontana all'orizzonte che allo zenit.

Però, pur non escludendo del tutto una tale influenza, è certo che l'astigmatismo interviene per una parte notevole nell'effetto in parola, giacchè questo viene indubbiamente diminuito dalla correzione approssimativa di quel difetto, quando non è piccolo.

Volendo renderci conto di quest'altro effetto prodotto dall'astigmatismo, facciamo notare che se si osservano attentamente i particolari della figura, si riconosce che la nettezza delle immagini ottenute nelle due diverse posizioni della testa è diversa; e precisamente quando questa è in posizione naturale l'immagine è sempre più netta ed i particolari più decisi che nell'altro caso.

Questa differenza di nettezza può bene darci ragione dei mutamenti apparenti della distanzà; giacchè la nettezza delle immagini degli oggetti lontani è, come si sa, un elemento importante nel giudizio della distanza (fenomeno della *prospettiva aerea*). Siamo così ridotti a cercare le cause, legate all'astigmatismo, che producono tale differenza di nettezza.

Chi accomoda per una determinata retta focale, sempre la stessa (o per una sezione ad essa molto prossima) dev'essere abituato a dare importanza, nei giudizî che si connettono con la sensazione visiva, ai particolari rettilinei orientati secondo questa retta, perchè son quelli più nettamente apprezzati, cioè ai particolari che *obbiettivamente* hanno una determinata orientazione; scambiando quindi le posizioni dei meridiani principali dell'occhio, l'immagine deve apparire meno netta e l'oggetto più lontano, perchè questi particolari passano dalla massima nettezza all'intorbidamento massimo.

E si può osservare che le deformazioni dei particolari sono più grandi di quelle dei contorni dell'intera figura; giac-

chè a tutti i segmenti di retta che hanno in questa una stessa orientazione, corrispondono immagini astigmatiche con la medesima deformazione assoluta, qualunque sia la loro lunghezza. Si conclude che il cambiamento di nettezza dell'immagine, prodotto dello scambio delle posizioni dei meridiani principali dell'occhio, dev'essere più esagerato del cambiamento delle dimensioni apparenti; e quindi più esagerato di questo dev'essere quello della distanza dell'oggetto.

Che veramente, nelle condizioni da noi dette, debba avvenire un mutamento di nettezza dell'immagine, ho potuto mettere in evidenza, in modo obbiettivo, per mezzo di prove fotografiche astigmatiche.

Sono in fine riprodotte due di tali fotografie, ottenute anteponendo all'obbiettivo di una camera fotografica (distanza focale 12 cm.) una lente piano cilindrica di 50 cm. di distanza focale: nella prima di esse l'asse della lente era orientato in modo da avere nette le verticali, nell'altra le orizzontali.

Un occhio che accomodi sempre in modo da vedere più nette, per es. le verticali, vedrà la prima più netta della seconda; e girando di 90° il piano delle figure osserverà per entrambe un mutamento di nettezza. Però l'intorbidamento delle prima è più spiccato del miglioramento dell'altra; ciò si comprende bene: quella, infatti, contiene quei particolari rettilinei che l'occhio, nella visione ordinaria, suole meglio apprezzare e che apprezza male dopo la rotazione (per il cambiamento della loro orientazione); questa contiene bene a fuoco quei particolari che l'occhio suole male apprezzare, a cui perciò attribuisce scarso interesse.

Il guadagno che si ha mettendo bene a fuoco questi ultimi particolari, che nella visione ordinaria quasi sfuggono all'occhio, non compensa dunque la perdita prodotta dall'aver portato fuori fuoco i particolari a cui l'occhio è abituato; e perciò se nella figura sono egualmente netti i particolari nelle due direzioni, si avrà una diminuzione di chiarezza nell'immagine, quando si giri di 90° la figura nel suo piano, ovvero si scambiano fra loro le posizioni dei meridiani principali dell'occhio.

Le considerazioni fin qui svolte, si appoggiano implicitamente su due ipotesi riguardo all'occomodazione degli occhi

astigmatici; si suppone, cioè, non solo che l'occhio accomodi sempre per una stessa retta focale (o una sezione ad essa prossima), ma che l'occhio non *possa* accomodare altrimenti, anche quando venga mutata la sua orientazione; senza di che, in questo caso, accomodando per l'altra retta focale potrebbe ripristinare all'incirca le medesime condizioni di visione a cui è abituato nella sua posizione naturale.

Ciò avviene veramente, ed ognuno può convincersene osservando una serie di tratti rettilinei, sottili, alternativamente bianchi e neri, o ancora meglio, dei punti neri segnati in linea retta a piccolissima distanza fra loro sopra un foglio bianco: essi riescono più distinti, e per ciò apprezzabili separatamente a maggior distanza dall'occhio, quando giacciono sopra uno dei due piani principali di questo; e se si gira di 90° la figura *non è possibile ripristinare le medesime condizioni di nettezza di prima*, anche quando il grado di astigmatismo è molto debole (quello comune dell'occhio normale), cioè anche quando la variazione dell'accomodazione a ciò necessaria è molto piccola. Il piano della migliore visione varia da persona a persona e nella stessa persona può variare (circostanza importante) anche colla distanza dell'oggetto osservato [1]).

La deduzione è dunque conforme alla realtà dei fatti; ma rimane oscura la ragione che costringe l'occhio a non mutare il suo stato d'accomodazione, anche quando un tale mutamento sarebbe doppiamente vantaggioso, giacchè (come in alcuni casi avviene) il miglioramento della visione può corrispondere ad una diminuzione dello sforzo di accomodazione.

La spiegazione dei fatti riferiti, ricavata immediatamente dall'esistenza dell'astigmatismo, può lasciare dei dubbî per i seguenti fatti:

In certi casi i mutamenti di dimensione osservati sembrano troppo grandi perchè possano ascriversi solamente a piccole deformazioni astigmatiche dell'immagine.

1) Questo fatto richiama alla mente l'ipotesi di Sturm; quella di un intervento dell'astigmatismo come mezzo di accomodazione.

Essi non sembrano abbastanza influenzati dalla correzione approssimativa dell'astigmatismo quando questo difetto è notevole.

E vi è di più. Dalla stessa spiegazione deriva come conseguenza necessaria, che l'allungamento massimo nell'immagine astigmatica di una figura, deve avvenire nella direzione della linea focale per cui l'occhio accomoda, e viceversa; e poichè, come abbiamo visto in principio, il massimo allungamento avviene per lo più per le linee verticali, l'occhio dovrebbe accomodare per la retta focale verticale, conformemente all'opinione di Helmholtz, Fick, Javal.

Risulta però da apposite osservazioni da me fatte, che questa conseguenza si trova in taluni casi in difetto.

Per tutti mi basta citare due esempî: Il prof. Corbino accomoda il suo occhio sinistro, affetto da un astigmatismo di 3 D., per la retta focale orizzontale, nella visione sia a piccola che a grande distanza, eppure vede le verticali più lunghe delle orizzontali; lo stesso avevo con meraviglia constatato per i miei occhi, entrambi astigmatici di 3 e di 5 D. rispettivamente.

Queste anomalie, non rare, sono importanti perchè non immediatamente conciliabili con le idee correnti sulla formazione delle immagini, e ci possono perciò condurre a deduzioni su particolari di struttura o di funzionamento dell'occhio che finora ci sono sfuggiti.

Evidentemente esse non possono ascriversi ad irregolarità del sistema diottrico oculare; con qualunque forma e posizione relativa dei diversi sistemi rifrangenti, si ottiene infatti un fascio rifratto astigmatico, che in prima approssimazione coincide sempre col conoide di Sturm, e quindi sempre gli allungamenti massimi delle immagini dovrebbero avvenire nella direzione della migliore visione.

Le anomalie osservate perciò debbono riferirsi a proprietà dell'organo ricevitore, cioè della retina.

Le nostre conoscenze su questa membrana sono ben poche e quasi rudimentali. Essa è di struttura complicatissima, risulta da elementi anatomici di diverse specie, dei quali non si conosce la funzione. Generalmente vi si sogliono distinguere dieci strati; ad uno solo dei quali, e veramente al penultimo

incontrato dai raggi luminosi, strato dei coni e dei bastoncini, si attribuisce una funzione precisa.

Per spiegare le particolarità della visione avanti riferite si può fare questa prima ipotesi sulla struttura della retina: si può pensare, che la sezione normale dei coni e dei bastoncini, nell'occhio astigmatico, abituato ad accomodare sempre per una stessa retta focale, si sia gradatamente allungata nel senso di questa, e schiacciata nel senso normale. Questa deformazione potrebbe migliorare molto le condizioni della visione dell'occhio astigmatico, anzi se la sezione degli elementi percettori potesse completamente copiare la forma dell'intersezione del fascio rifratto colla retina, le condizioni di visione di un occhio astigmatico si ridurrebbero uguali, o quasi, a quelle dell'occhio normale.

Però se si può ammettere un certo adattamento, non si può concedere che esso sia completo; vi saranno certamente dei limiti per questa ipotetica deformazione, imposti specialmente dalla piccolezza delle dimensioni degli elementi percettori della retina, per cui l'adattamento sarà incompleto, specialmente se il grado di astigmatismo è notevole.

Ora, poichè si può ritenere, che gli elementi percettori sono sempre quasi a contatto, come conseguenza della deformazione, sarà il numero di quelli che si trovano sopra un dato segmento, tracciato orizzontalmente sulla retina, minore di quello degli elementi che stanno sopra un segmento verticale della stessa lunghezza. Si può in tal modo spiegare come venga apprezzata più grande la dimensione di un oggetto la quale sia normale alla direzione della migliore visione.

Ragioniamo sopra un esempio concretto che ci permette di esprimere in modo più chiaro, per quanto grossolano, il nostro pensiero: supponiamo che un occhio astigmatico (meridiano di curvatura massima verticale) guardi una croce a braccia uguali, e giacenti rispettivamente nei piani principali dell'occhio. Questo accomodi per la retta focale orizzontale, la quale abbia p. es. la lunghezza di 6 μ; mentre le lunghezze dei diametri della sezione degli elementi sensibili secondo i meridiani principali siano 3 e 2 μ rispettivamente. Supponiamo ancora che la lunghezza dei due segmenti immagini

delle braccia della croce (prescindendo dall' astigmatismo) sia uguale e 600 μ.

Per l'astigmatismo l'immagine del segmento orizzontale diventerà uguale a 606 μ, mentre l'altra immagine resterà uguale a 600 μ. Il numero di elementi sensibili eccitati sarà per la prima 606 : 3, e per l'altra 600 : 2. Dunque il segmento verticale della croce potrà apparire notevolmente più lungo dell'altro (se la lunghezza apparente è proporzionale al numero degli elementi eccitati), sebbene in realtà la sua immagine sia più corta di quella dell'altro. Si spiega ancora bene la differenza fra la nettezza delle due immagini, giacchè mentre la seconda (orizzontale) eccita elementi che stanno sopra una sola fila, l'altra può eccitare elementi di due o di tre file contigue.

Questa stessa ipotesi si presta a chiarire ancora le incertezze messe in rilievo precedentemente. Dicemmo allora che i mutamenti apparenti delle dimensioni e della distanza di un oggetto, apprezzati scambiando le posizioni dei meridiani principali dell' occhio sono spesso assai esagerati, perchè si possano esclusivamente attribuire alle deformazioni; l' esempio precedente mostra facilmente come l'effetto osservato possa diventare molto più esagerato delle deformazioni astigmatiche.

Essa ci spiega perchè la correzione dell'astigmatismo, se forte, non altera sensibilmente i mutamenti apparenti delle dimensioni, giacchè questi dipenderebbero dalla deformazione degli elementi sensibili, non da quella delle immagini.

Essa ci spiega anche un altro fatto precedentemente riferito: ogni occhio vede più netti i particolari paralleli ad una data retta focale, e non riesce a vedere egualmente netti i particolari rettilinei ad essa normali, anche quando per ciò basterebbe una piccola variazione dell'accomodazione; si comprende infatti, nella nostra ipotesi, che la forma assunta dagli elementi sensibili costringe l' occhio ad accomodare sempre per la stessa retta focale; giacchè l'accomodazione per l'altra, lungi dal migliorare, guasterebbe molto l'immagine della figura osservata.

Una seconda interpretazione delle anomalie in parola si può dare, partendo da un' altra ipotesi; cioè, ammettendo che

la sensazione visiva abbia sede in uno strato di spessore notevole, e non soltanto alla superficie dei coni e dei bastoncini, o in un piccolissimo tratto della loro lunghezza [1]).

Quest' ultima opinione, da tutti ammessa, almeno implicitamente, non sembra per altro abbastanza fondata; la sola prova sperimentale che possa addursi è la determinazione, fatta dal Müller, della distanza tra lo strato sensibile della retina ed i vasi retinici. Egli proiettava l'ombra dei vasi sulla retina per mezzo di un fascio di luce, fortemente concentrato sulla sclerotica, e misurava gli spostamenti di quest' ombra (riportati dall' occhio all' osterno sopra una scala graduata), prodotti da noti spostamenti laterali impressi alla sorgente.

Ma evidentemente questa esperienza, se può servire a mostrare che lo strato in cui avveniva l' apprezzamento dell'ombra è distante dallo strato dei vasi da 0,19 a 0,32 mm., distanza trovata all' incirca uguale a quella fra questo strato e quello strato dei coni, non basta, come osserva lo Charpentier [2]), per provare che, nella visione ordinaria, in quest' ultimo strato ed in esso solo avviene la percezione. L' accordo fra i risultati delle due misure va accettato, infatti, con cautela: sia per la difficoltà di far l' una di esse, l' indiretta, e sia perchè l' altra misura, la diretta, si può fare solo sopra un preparato anatomico, che può benissimo aver subito variazioni di dimensioni.

E si può inoltre pensare che l' apprezzamento di questa immagine diffusa e incerta, prodotta con la piccola quantità di luce rossastra, che filtrava attraverso il globo oculare illuminato dall'esterno, avesse sede solo in alcuni degli elementi anatomici impegnati nella visione ordinaria.

Non è nemmeno decisivo l' argomento dell' Helmholtz ? e dello stesso Müller in favore della localizzazione della percezione nello strato dei coni e dei bastoncini, argomento basato

1) Nello studio del funzionamento dell' occhio non si è fin qui tenuto conto dell'influenza che può esercitare nella visione lo spessore dello strato sensibile, sebbene in qualche trattato di fisiologia si assegni a questo strato lo spessore non trascurabile di 0.006 mm. Cfr. p. es. Nagel, Handbuch des Physiol. des Menscheu, vol. III, parte I, pag. 49.

2) Cfr. D'Arsonval, *Traité de Phys. Biologique,* pag. 942.

sulla considerazione che l'apprezzamento distinto dei singoli punti richiede organi percettori suddivisi, cioè una struttura a mosaico con elementi isolati, giacchè una tale struttura non è esclusiva dello strato suddetto.

In sostanza le conoscenze anatomo-fisiologiche sulla retina sono troppo scarse per potere con buon fondamento escludere che altri elementi, oltre ai coni ed ai bastoncini, possano prendere parte alla visione. Il campo rimane adunque aperto ad altre ipotesi, ed il Fick nel 1879 (circa un ventennio dopo dei lavori del Müller e dell'Helmholtz) credeva ancora che alle cellule pigmentarie fosse piuttosto da attribuire il primo posto nella visione, e più recentemente König ha ritenuto queste cellule come gli elementi della percezione, almeno di alcuni colori.

Ad ogni modo, anche ammettendo che la parte sensibile sia limitata nello strato dei coni e dei bastoncini, si può sempre attribuire ad essa uno spessore non piccolo, giacchè i coni nella fovea dell'uomo raggiungono la notevole lunghezza di 0,1 mm. [1]).

Tenendo conto di questo spessore si possono spiegare le anomalie in discussione, almeno per gli occhi non fortemente astigmatici.

Infatti in quest'ipotesi, l'occhio viene impressionato da un tronco del conoide di Sturm, e può avvenire che particolari rettilinei della figura aventi orientazione diversa, sieno percepiti in piani paralleli diversi dello strato sensibile.

Per fissare meglio le idee, torniamo a riferirci ad un occhio affetto da astigmatismo (col meridiano di curvatura massima verticale) il quale guardi la solita croce. Si può allora pensare che l'immagine delle braccia orizzontali venga nettamente disegnata sulla faccia più interna dello strato sensibile (faccia d'entrata dei raggi) mercè sezioni ellittiche, prossime alla retta focale orizzontale, che è la più corta e la più vicina al cristallino; a misura che il fascio penetra all'interno dello strato sensibile, l'eccitazione avviene secondo ellissi meno schiacciate, le quali, per la maggior parte della loro esten-

1) D'Arsonval, op. cit., pag. 1132 (nota).

sione, investono sempre gli stessi elementi colpiti all' entrata del fascio, ed in parte eccitano elementi vicini. In totale l'eccitazione degli elementi, a tutta prima investiti, sarà molto più grande di quella che può essere comunicata in seguito agli elementi vicini, si vedrà quindi una linea ben marcata con delle debolissime sfumature, forse inapprezzabili [1]).

Il contrario avverrebbe per le braccia verticali della croce. Di esse si può formare una immagine netta sulla faccia più esterna dello strato, cioè quella di uscita del fascio, se la distanza fra le due rette focali è presso a poco uguale allo spessore dello strato sensibile (ciò può avvenire se l'astigmatismo è molto debole); essa risulterà però più lunga dell' immagine delle braccia orizzontali, giacchè la seconda retta focale è più lunga della prima. Se la distanza interfocale è maggiore dello spessore dello strato sensibile, su entrambe le faccie di questo le immagini si disegneranno per ellissi meno schiacciate che nel caso precedente, entrambe saranno perciò meno nette, ma può sempre avvenire che quella delle braccia orizzontali sia meno diffusa e più corta dell'altra; giacchè nel fascio di Sturm, sezioni ellittiche, poste simmetricamente rispetto alla circolare, hanno dimensioni diverse; e sono minori quelle della più vicina alla superficie rifrangente.

Con un esame analogo si riconosce che rette diversamente inclinate rispetto ai meridiani principali hanno immagini meno diffuse in piani diversi dello strato sensibile; così le rette inclinate di 45° sui piani principali hanno le migliori immagini in corrispondenza della sezione circolare del fascio di Sturm; ecc.

Ma se l'astigmatismo è forte, la distanza interfocale diventa troppo grande rispetto allo spessore della retina, e le differenze di dimensioni delle sezioni ellittiche, che cadono nello strato sensibile appaiono insufficienti per spiegare i notevoli allungamenti degli oggetti osservati.

Per questi càsi la spiegazione più probabile sembra quindi la prima. Non si deve però concludere che la seconda sia da

1) In queste considerazioni ammettiamo sempre, come è naturale, che ogni elemento non trasmette distinte ai centri nervosi le eccitazioni ricevute nei diversi piani, ma un' unica impressione.

rigettare del tutto; tanto più che una sua immediata conseguenza è confermata completamente dall'osservazione diretta.

Ammesso che la sensazione luminosa avvenga in uno strato di spessore apprezzabile, si può ritenere che la parte più profonda di questo, cioè la prima ad essere incontrata dai raggi luminosi, dev'essere preferita nella visione. Infatti nello strato sensibile devono certamente avvenire delle trasformazioni dell'energia raggiante luminosa, che determinano quelle modificazioni sconosciute, dalle quali dipende la sensazione: tale strato deve essere perciò dotato di assorbimento per le radiazioni a cui è sensibile, e l'energia trasportata da esse diventa perciò sempre più piccola, quanto più profondamente esse penetrano. Lo stimolo più energico, a parità delle condizioni rimanenti, deve perciò aver luogo sulla faccia dello strato per cui penetra la luce.

Fissando dunque un punto, l'occhio cerca di portare la sua immagine (o una certa retta focale del fascio rifratto) sulla faccia d'entrata dello strato sensibile, ma se questo ha uno spessore apprezzabile, l'occhio potrà ancora vedere bene gli altri punti della stessa visuale vicini al primo, e situati tra esso e l'occhio, perchè le loro immagini si formano nette in piani più profondi dello strato sensibile; al contrario, i punti più lontani di quello fissato non potranno dare in questo strato immagini nette, ma solo cerchî di diffusione più o meno grandi.

In altri termini, se lo strato sensibile della retina ha un certo spessore, si può prevedere l'esistenza di una dissimmetria nella profondità di fuoco dell'occhio, essa deve essere più grande per i punti che stanno al di qua del punto fissato, più piccola per gli altri.

L'esperienza conferma questa deduzione: Se si fissa infatti una lettera di uno stampato, guardato in direzione molto inclinata (è bene far la prova con un solo occhio), si riconosce che la lettera sottostante a quella è abbastanza visibile mentre la soprastante si distingue molto male. Anzi per la buona riuscita dell'osservazione è necessario un certo esercizio (caratteristica già segnalata dall'Helmholtz in questa specie di fenomeni soggettivi) giacchè l'ultima lettera è così mal

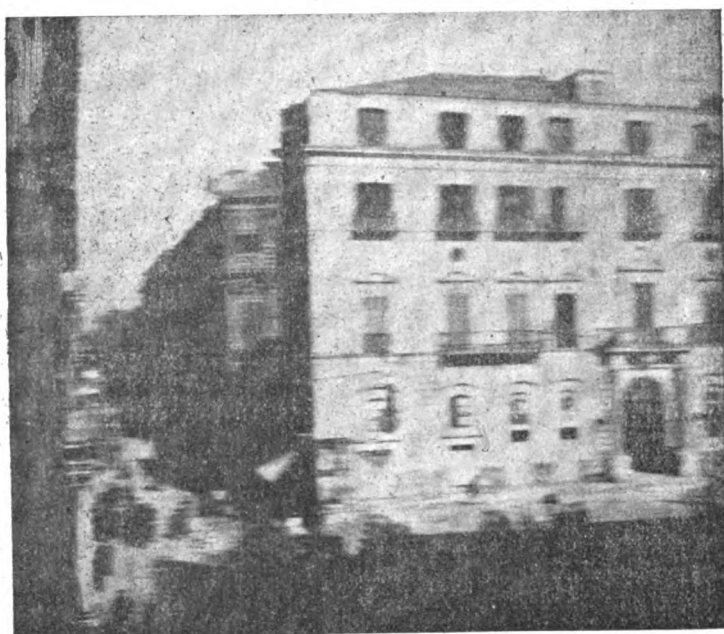
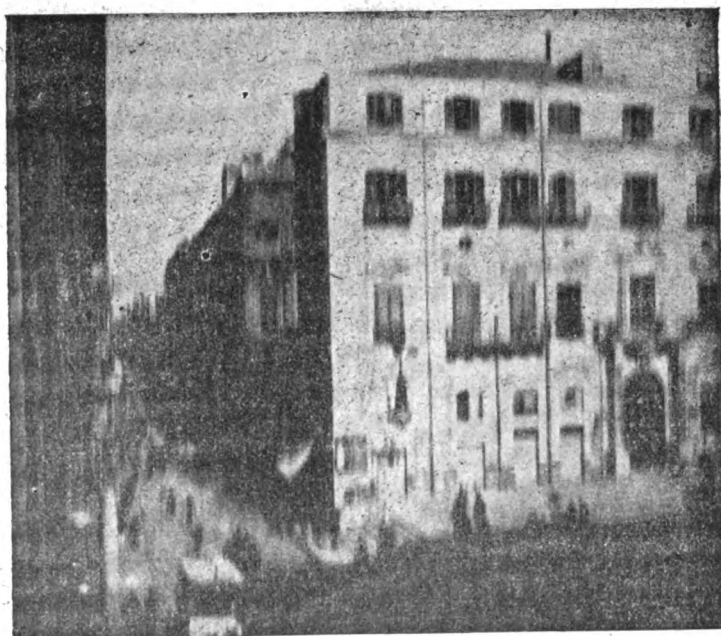
distinta, che l'occhio cerca istintivamente di accomodare per essa, quando vi si rivolge, l'attenzione.

La stessa osservazione può farsi con tre lettere uguali, tolte da uno stampato, ed attaccate agli estremi di tre aghi, conficcati in un sughero in modo che il piano di ciascuna sia normale alla visuale, e che si trovino a distanze dall' occhio che differiscano di 6 a 8 mm. Così pure guardando un grande stampato ad alcuni metri di distanza attraverso ad una sottile rete metallica, posta ad un metro circa dall'occhio, si possono vedere discretamente i fili, quando si accomoda per lo stampato, mentre questo si vedrà assai confuso se si fissano quelli.

È bene avvertire che una piccola dissimmetria nella profondità di fuoco si può anche prevedere se l' immagine si formasse in un piano, come in una camera fotografica; risulta dal calcolo che i cerchietti di diffusione prodotti da punti simmetrici rispetto al punto bene a fuoco, e poco distanti da esso, hanno raggi leggermente diversi, ed è più piccolo il raggio del cerchio prodotto dal punto più lontauo; dunque in questo caso la dissimmetria dovrebbe essere inversa di quella sopra constatata.

Possiamo quindi ritenere anche la seconda ipotesi, la quale può utilmente servire, oltre che a spiegare i fatti avanti riferiti, a chiarire meglio alcune proprietà importantissime dell'occhio [1]: specialmente la sua grande profondità di fuoco e la visione acromatica, sebbene esso stesso sia uno strumento cromatico.

Del resto le due ipotesi possono bene coesistere; esse sono entrambe ammissibili, perchè ciascuna non è contradetta dai fatti finora noti; ognuna porta a conseguenze verificate dalle osservazioni dirette, ed insieme spiegano i fatti nuovi, che hanno formato oggetto delle nostre osservazioni.

1) Potrebbe anche servire a spiegare il senso della profondità nella visione monoculare.

ESPERIENZE SULLA DISPERSIONE DELL' ELETTRICITÀ ATMOSFERICA.

Nota di ADOLFO CAMPETTI.

1. Le esperienze relative agli elementi determinanti le condizioni elettriche dell' atmosfera, vale a dire la ionizzazione, la conducibilità elettrica e il campo elettrico in prossimità del suolo od anche a qualche distanza da esso, si sono moltiplicate in questi ultimi anni, specie dopo le ricerche di Exner e dopo che Elster e Geitel [1]), Ebert [2]) ed altri introdussero e adoperarono per le misure apparecchi semplici e facilmente trasportabili. Tuttavia i risultati di indole generale a cui le numerose esperienze hanno condotto sono finora assai limitati, poichè, come accade spesso nelle osservazioni meteorologiche, i fattori locali od accidentali nascondono ben di frequente le variazioni regolari.

Se per la misura della conducibilità elettrica dell' aria ci si riferisce alle esperienze di dispersione secondo il metodo e adoperando l' apparecchio di Elster e Geitel e se si ammette la validità della legge di Coulomb: $Q = Q_0 e^{-\alpha t}$ relativa alla dispersione di una carica Q da un conduttore di capacità costante, si ricava subito: $V = V_0 e^{-\alpha t}$, essendo V_0 il potenziale iniziale e V il potenziale al tempo t del conduttore considerato ed α un coefficiente che prende il nome di coefficiente di dispersione che è quindi dato da:

$$\alpha = \frac{1}{t} \log \frac{V_0}{V} .$$

1) Elster e Geitel, " Phys. Zeit. „, 1899, etc.
2) Ebert, " Phys. Zeit. „, 1901.

Quando però si tenga conto delle perdite di carica nell'interno dell'elettroscopio il coefficiente di dispersione può essere rappresentato da:

$$e = \frac{1}{t}\left\{\log\frac{V_0}{V} - n\log\frac{V_0'}{V'}\right\} \tag{1}$$

ove V_0' e V' si riferiscono alla dispersione nell'elettroscopio durante il tempo t ed n è una costante dell'istrumento che si può facilmente determinare.

Quando però si adoperi, in luogo del comune elettroscopio degli apparecchi di Elster e Geitel, il tipo usato nell'apparecchio di Gerdien, in cui cioè l'isolante (ambra) è sottratto all'azione del campo elettrico mediante un involucro metallico quasi chiuso posto in comunicazione colle pareti esterne dell'elettroscopio e quindi col suolo (secondo fu indicato da Schering [1])) e qualora si abbia cura di tenere costantemente secca l'aria nell'interno dello strumento mediante un pezzetto di sodio, il secondo termine della (1) porta in generale una correzione inferiore agli errori di lettura e si può quindi prendere come misura del coefficiente di dispersione l'espressione

$$e = \frac{1}{t}\log\frac{V_0}{V}. \tag{2}$$

Ordinariamente per comodità di scrittura, si prende per *coefficiente di dispersione* il valore di $a = 100\,e$; e poichè tale coefficiente ha in generale un valore diverso secondo che il corpo disperdente è carico positivamente o negativamente, si useranno i due simboli a_+ ed a_- e il rapporto dei due coefficienti di dispersione si indicherà con q: si porrà cioè

$$q = \frac{a_-}{a_+}.$$

I logaritmi che figurano nelle (1) e (3) sono logaritmi naturali: si può tuttavia per comodità fare il calcolo coi logaritmi

1) Schering, " Phys. Zeit. ", 1904.

a base dieci, e con ciò restano a_- e a_+ moltiplicati per un fattore costante. Propriamente Ebert ha trovato che, adoperando il cilindro di protezione nell' apparecchio di Elster e Geitel, la legge di Coulomb non è più esattamente verificata: tuttavia si può ancora definire in via approssimativa il coefficiente di dispersione mediante la (2), purchè si supponga che il potenziale iniziale del cilindro di dispersione sia il medesimo in tutte le esperienze.

Spesso in luogo del rapporto $q = \frac{a_-}{a_+}$ dei due coefficienti di dispersione si considera il rapporto $Q = \frac{I_+}{I_-}$ delle ionizzazioni positive e negative, vale a dire delle quantità di elettricità positiva e negativa presente sugli ioni contenuti in un dato volume di aria; il rapporto Q non è però in generale uguale a q per causa della diversa mobilità degli ioni positivi e negativi e per la presenza dei cosidetti grossi ioni, i quali hanno poca influenza nella dispersione.

Quanto alla determinazione del potenziale atmosferico si adopera per lo più il collettore a getto di acqua, posto ad altezza fissa sul suolo e collegato ad un elettroscopio di cui la custodia esterna è in comunicazione colla terra.

I risultati più sicuri riguardo alle relazioni tra il coefficiente di dispersione e le condizioni atmosferiche sono i seguenti: *a*) La dispersione è tanto maggiore quanto maggiore è la chiarezza dell' aria, vale a dire, quanto minore è il contenuto di nebbie o polveri nell' atmosfera del luogo di osserzione. *b*) In generale col crescere dell' umidità relativa diminuiscono entrambi i coefficienti di dispersione: quanto al rapporto q niente si può asserire di preciso, dipendendo la variazione di q dalle cause che producono l' umento di umidità relativa. *c*) Generalmente la dispersione cresce col crescere della temperatura (e quindi spesso anche col crescere dell' umidità assoluta). *d*) Per quanto riguarda la relazione tra la dispersione e la caduta di potenziale, quando si considerino le medie delle osservazioni fatte per un periodo di tempo molto lungo, si trova che col crescere della caduta di potenziale diminuiscono tanto a_+ quanto a_-, ma a_+ più rapidamente di

a_-, di guisa che q cresce col crescere della caduta di potenziale.

Ad ogni modo però le varie serie di osservazioni eseguite in località ed epoche diverse conducono spesso a risultati contradittori; e per conseguenza lo studio della dispersione atmosferica in località opportunamente scelte presenta sempre qualche interesse.

2. Le esperienze riferite in questa nota sono state eseguite lungo l'alta valle del Ticino ad altitudine di circa 1000 metri sul mare presso la borgata di Varenzo a mezza strada circa tra Rodi e Ambrì; non già però sul fondo della valle, ma sul fianco della montagna in un prato spoglio di alberi e a qualche distanza dall'abitato, dove in nessuna occasione poteva giungere il fumo proveniente dai camini delle abitazioni, ecc.

La valle essendo assai stretta e a fianchi molto ripidi da ambe le parti e senza terrazze laterali, le superficie equipotenziali del campo terrestre al disopra della valle devono essere molto ravvicinate in vicinanza delle creste delle catene laterali e molto distanti invece verso il fondo della vallata; o in altre parole nella località scelta per le osservazioni la caduta di potenziale atmosferico deve essere di regola assai piccola (come risultò effettivamente dalle esperienze) e solo eccezionalmente potranno verificarsi cadute di potenziale più elevate dovute a cariche elettriche trasportate dai venti, ecc.

Si può dire dunque che *le esperienze di dispersione eseguite hanno questo di particolare che si riferiscono ad una regione in cui il campo terrestre ha valori assai bassi e spesso prossimi a zero.*

Per la forma assai stretta della valle il vento, qualunque ne fosse la direzione in alto, veniva incanalato in basso presso a poco nella direzione dell'asse della vallata, cioè da S-E a N-O, dimodochè non si ebbe mai vento di N-E o di S-O.

Le esperienze di dispersione furono eseguite con un apparecchio del tipo Elster e Geitel con cilindro protettore, usando però l'elettroscopio dell'apparato di Gerdien, riparando il tutto dai raggi diretti dal sole e dalla pioggia. L'inconveniente principale dell'apparecchio di Elster e Geitel sta nel fatto che esso dà indicazioni dipendenti dalla velocità del vento, anzi secondo

il Simpson [1]) le sue indicazioni sarebbero proporzionali al prodotto della velocità del vento e del numero di ioni presenti nell'atmosfera; tuttavia, poichè l'applicazione di queste relazioni empiriche lascia sempre luogo a molti dubbi, sarebbe sempre preferibile l'adoperare apparecchi di altra forma, per es., ad aspirazione. Ma poichè nel nostro caso sarebbe riuscito assai incomodo il trasportare e mettere a posto tale apparecchio nella località scelta per le osservazioni, si preferì di ricorrere alla semplice disposizione di Elster e Geitel e ridurre mediante apposito ostacolo la velocità del vento in vicinanza dell'apparecchio a circa 100 metri al minuto; in questo modo si operò (in prima approssimazione) con velocità del vento costante, per l'apparecchio, in pressochè tutte le esperienze, poichè solo rarissimamente la velocità del vento risultò inferiore notevolmente a questo valore; essa veniva determinata mediante un anemometro tarato.

Per la caduta di potenziale atmosferico si usò un collettore a getto di acqua a 4 metri di altezza sul suolo; durante le forti pioggie però l'isolamento non era sufficiente per una buona misura e, non avendo a disposizione altro apparecchio, si dovette in tali casi rinunziare a questa determinazione.

Le osservazioni furono eseguite per un periodo di circa due mesi, dal 26 luglio al 24 settembre (con alcune interruzioni dovute a necessarie assenze) e due volte al giorno cioè alle 10 e alle 17; si esclusero le osservazioni nelle prime ore del mattino e nelle ultime della sera, poichè in prossimità del tramonto e del levar del sole le perturbazioni locali hanno influenza preponderante (specie in un'alta valle alpina) e d'altra parte una osservazione fatta, ad esempio, alle 7 del mattino o della sera è in condizioni troppo diverse rispetto al corso del sole dal luglio alla fine di settembre. Contemporaneamente al coefficiente di dispersione si determinò la pressione, la temperatura, la direzione e la velocità del vento esternamente all'apparecchio, e lo stato igrometrico.

Quanto alla caduta di potenziale, molto spesso essa, ammontando a pochi Volt per metro, cambiava di segno durante

1) Simpson, " Phil. Trans. of London ", 1905.

l'esperienza a seconda dei colpi di vento, il quale, come si sà, non soffia quasi mai regolarmente nelle vallate alpine: in questo caso non se ne tenne conto nel riferire i risultati. Molte altre volte la caduta di potenziale atmosferico risultò o addirittura nulla o inferiore ad un Volt per metro, in modo che non se ne poteva avere una misura esatta coll'elettroscopio adoperato; in tal caso si considerò essere tale caduta di potenziale (indicata con π nelle tabelle) uguale a zero: gli altri valori trovati sono riferiti nell'ultima colonna col segno positivo o negativo secondochè il potenziale del collettore era superiore od inferiore al potenziale del suolo.

Prima di fare qualsiasi considerazione relativamente ai resultati delle esperienze eseguite è opportuno riferire per disteso i risultati stessi, come è fatto nelle annesse tabelle; in esse non è riferita la pressione barometrica, poichè non fu possibile riconoscere alcuna relazione tra le variazioni di pressione e i coefficienti di dispersione.

Data	Ora	t	S. igr.	Dir. Ven.	Veloc.	a_+	a_-	q	Osservazioni
Luglio 26	10	20,4	0,494	N-O	185	0,68	1,49	2,21	Cielo nebbioso
» »	17	20,9	0,430	O-NO	255	0,40	1,14	2,85	1/2 coperto
» 27	10	21,3	0,464	N-O	85	0,39	1,54	3,93	1/2 coperto
» »	17	21,5	0,638	O-NO	220	1,59	1,86	1,17	sereno
» 28	10	21,2	0,640	S-SE	200	0,97	1,40	1,44	quasi sereno $\pi = +5,7$
» »	17	22,0	0,604	S-SE	216	0,64	1,21	1,73	1/2 coperto
» 29	10	16,1	0,774	S-SE	30	0,44	1,19	2,70	coperto, pioggia
» »	17	17,2	0,700	O-NO	126	0,51	0,73	1,43	coperto
» 30	10	19,3	0,636	S-SE	92	0,37	0,76	2,05	quasi sereno $\pi = +6,3$
» »	17	20,1	0,585	S	182	0,87	1,15	1,33	parte coperto
Agosto 2	10	19,8	0,561	S-SE	145	0,74	1,05	1,42	sereno $\pi = +3,2$
» »	17	20,3	0,546	O-NO	213	1,47	1,90	1,29	sereno
» 3	10	18,8	0,532	S-E	186	1,37	1,53	1,12	sereno $\pi = +3,2$
» »	17	19,4	0,539	S-E	140	1,33	1,51	1,13	sereno
» 4	10	19,4	0,463	O-NO	190	1,82	1,89	1,04	sereno $\pi = +5,2$
» »	17	21,1	0,372	O-NO	230	1,78	1,59	0,89	sereno, qualche nube
» 5	10	17,4	0,664	S-E	187	0,68	0,73	1,07	pioggia, qualche tuono
» »	17	15,6	0,650	S-SE	185	0,73	1,26	1,72	coperto, nubi basse $\pi = -54$
» 6	10	14,0	0,850	S-SE	150	1,23	0,73	0,59	coperto, pioggia dalle 20 del 5
» »	17	13,4	0,920	S-SE	170	0,71	0,47	0,66	coperto, pioggia
» 7	10	15,6	0,751	O-NO	96	0,54	1,50	2,78	coperto $\pi = 0$
» »	17	15,4	0,708	N-O	270	1,73	1,70	0,98	1/2 coperto
» 8	10	16,3	0,650	N-NO	342	1,62	1,55	0,96	coperto $\pi = 0$
» »	17	16,6	0,668	N-O	269	1,98	1,91	0,96	1/2 coperto
» 10	10	17,6	0,555	S-E	145	0,58	0,86	1,48	sereno $\pi = +8,7$

Data	Ora	t	S. igr.	Dir. Ven.	Veloc.	a_+	a_-	q	Osservazioni
Agosto 10	17	19,6	0,612	S-SE	127	0,84	1,32	1,57	Cielo sereno $\pi = +9,6$
» 11	10	18,5	0,601	S-E	90	0,83	1,30	1,57	sereno $\pi = +8,7$
» »	17	21,0	0,405	N-O	214	0,84	1,51	1,79	sereno, qualche nube
» 17	10	16,6	0,435	N-O	123	0,97	1,14	1,17	sereno (ultima pioggia il 15)
» »	17	17,1	0,380	S-E	187	0,94	0,83	0,89	sereno, qualche nube $\pi = +3,7$
» 18	10	16,9	0,503	S-SE	188	0,90	1,07	1,19	sereno, qualche nube $\pi = +8,7$
» »	17	17,3	0,633	S-SE	237	1,20	2,46	2,05	sereno, qualche nube $\pi = +8,6$
» 19	10	15,3	0,614	E-SE	166	1,21	1,47	1,21	coperto $\pi = -4,6$
» »	17	16,3	0,675	E-SE	180	1,32	1,59	1,20	sereno, qualche nube
» 20	10	17,6	0,647	S-SE	90	1,76	1,62	0,92	quasi coperto $\pi = +8,7$
» »	17	19,2	0,604	S-SE	205	1,54	1,65	1,07	sereno, qualche nube
» 21	10	18,2	0,695	S-SE	206	1,42	1,71	1,20	sereno, qualche nube $\pi = +3,8$
» »	17	19,3	0,720	S-SE	227	2,21	2,18	0,99	coperto, pioggia ore 18
» 22	10	15,5	0,855	S-SE	130	0,96	1,14	1,18	coperto, pioggia
» »	17	15,5	0,865	S-SE	90	0,45	0,36	0,80	coperto, pioggia dal mattino
» 27	10	20,4	0,325	S-SE	205	1,31	1,53	1,17	sereno (ultima pioggia il 22)
» »	17	20,1	0,522	S-SE	241	1,36	1,67	1,23	$^1/_3$ coperto $\pi = +4,2$
» 28	10	19,2	0,665	S-SE	213	1,17	1,31	1,12	quasi coperto $\pi = +8,4$
» »	17	19,6	0,700	S-SE	225	1,20	1,49	1,24	» »
» 29	10	19,2	0,725	S-E	190	0,44	0,77	1,75	comincia pioggia $\pi = +31$
» »	17	17,6	0,858	S-SE	139	0,46	0,25	0,54	pioggia violenta con tuoni
» 30	10	12,5	0,940	N-NO	205	2,86	1,68	0,59	pioggia violenta
» »	17	13,4	0,794	S-O	140	1,13	0,64	0,57	pioggia
» 31	10	15,3	0,301	O-NO	415	2,02	2,07	1,02	sereno $\pi = +8,7$
» »	17	16,0	0,573	N-NO	70	0,79	0,86	1,09	sereno

Data	Ora	t	S. igr.	Dir. Ven.	Veloc.	a_+	a_-	q	Osservazioni
Sett. 1	10	11,8	0,683	E-SE	35	0,31	0,43	1,40	Cielo coperto. $\pi = +29$
» »	17	14,3	0,588	E SE	40	0,41	0,43	1,05	coperto
» 2	10	14,4	0,401	N-NO	320	1,84	1,38	0,75	sereno, qualche nube $\pi = +52$
» »	17	16,3	0,410	N-NO	254	1,72	1,29	0,80	sereno
» 3	10	14,1	0,426	N-NO	161	2,39	2,08	0,87	sereno, qualche nube $\pi = -71$
» »	17	17,3	0,387	N-NO	198	1,26	1,66	1,40	sereno
» 4	10	16,1	0,448	S-SE	210	1,20	1,45	1,28	sereno $\pi = -37$
» »	17	16,9	0,503	S-SE	123	0,47	0,98	2,08	$^1/_2$ coperto, pioggia nella notte
» 5	10	17,9	0,530	N-NO	208	1,71	1,80	1,05	sereno, qualche nube $\pi = -23$
» »	17	17,1	0,425	N-NO	180	0,79	1,68	2,12	sereno, qualche nube
» 6	10	14,8	0,350	S-SE	199	1,24	1,57	1,27	sereno $\pi = 0$
» »	17	16,5	0,546	S-SE	140	1,02	1,43	1,41	sereno
» 7	10	15,4	0,619	S-SE	147	0,81	1,18	1,45	sereno $\pi = +23$
» »	17	17,5	0,542	E-SE	138	0,56	1,08	1,93	sereno
» 8	10	17,1	0,538	E-SE	149	0,77	1,46	1,89	sereno $\pi = +2$
» »	17	17,3	0,590	E-SE	155	0,63	1,19	1,89	sereno
» 9	10	17,5	0,554	E-SE	212	1,62	1,81	1,11	sereno $\pi = 0$
» »	17	18,0	0,657	E-SE	135	0,69	1,29	1,87	$^1/_3$ coperto
» 10	10	18,1	0,624	S-SE	248	0,83	0,96	1,15	coperto $\pi = +3$
» »	17	15,1	0,840	S-SE	210	0,66	0,56	0,85	pioggia dalle 16
» 11	10	10,0	0,940	N-O	80	0,91	0,82	0,90	pioggia
» »	17	7,2	0,898	N-NO	250	1,91	0,31	0,16	pioggia
» 12	10	9,2	0,420	N-O	270	1,86	1,72	0,93	sereno $\pi = -2$
» »	17	10,5	0,395	N-O	260	1,14	1,23	1,08	$^1/_3$ coperto
» 13	10	10,6	0,275	N-O	261	1,01	1,17	1,16	$^1/_3$ coperto

Data		Ora	t	S. igr.	Dir. Ven.	Veloc.	a_+	a_-	q	Osservazioni
Sett.	13	17	11,2	0,298	N-O	285	0,90	0,95	1,06	Cielo $^1/_3$ coperto
»	14	10	12,8	0,162	S-E	200	0,47	0,66	1,62	sereno $\pi = -28$
»	»	17	11,0	0,196	S-E	190	0,59	0,81	1,37	sereno
»	15	10	13,6	0,403	S-E	248	0,91	1,08	1,19	sereno $\pi = -19$
»	»	17	14,0	0,448	S-E	206	1,00	0,97	0,97	sereno, qualche nube
»	16	10	13,3	0,677	N-O	149	2,08	1,25	0,60	quasi sereno (pioggia nella notte)
»	»	17	18,5	0,488	N-O	107	1,81	1,54	0,85	sereno $\pi = -14$
»	17	10	18,4	0,428	O-SO	203	2,21	2,50	1,13	sereno (rapido aumento di temperatura)
»	»	17	16,3	0,524	O	219	1,47	1,83	1,24	quasi sereno $\pi = -21$
»	18	10	20,0	0,405	S-E	118	0,69	0,82	1,18	sereno $\pi = 0$
»	»	17	18,0	0,531	S-E	89	0,67	0,81	1,22	sereno
»	19	10	13,3	0,670	S-E	135	0,58	0,80	1,38	coperto (pioggia leggiera al mattino) $\pi = -37$
»	»	17	15,4	0,677	S-E	140	0,71	0,97	1,36	coperto
»	20	10	13,4	0,726	E-SE	156	0,69	1,20	1,74	$^2/_3$ coperto, nubi basse $\pi = 0$
»	»	17	14,3	0,699	E-SE	148	0,73	0,84	1,15	coperto
»	21	10	11,0	0,926	S-E	167	0,68	0,65	0,95	ceperto, pioggia, nubi basse
»	»	17	11,6	0,915	S-E	155	0,58	0,65	1,12	» » »
»	22	10	10,2	0,896	S-E	142	0,50	0,43	0,86	pioggia violenta
»	»	17	10,7	0,914	S-E	140	0,53	0,65	1,24	pioggia leggera
»	23	10	11,8	0,946	S-E	90	0,49	0,84	1,72	coperto, senza pioggia $\pi = -19$
»	»	17	12,7	0,852	S-E	105	0,43	0,77	1,79	coperto
»	24	10	10,6	0,878	S-E	131	0,38	0,59	1,55	pioggia
»	»	17	11,5	0,915	S-E	120	0,42	0,52	1,24	pioggia

3. Per quanto le osservazioni eseguite in un periodo di tempo relativamente così breve non permettano di trarre quelle conclusioni che meglio si possono ricavare dalle medie di lunghissime serie di esperienze, è tuttavia possibile enunciare qualche risultato di indole gonerale e cioè:

a) Con cielo sereno e spesso anche con tempo coperto, purchè senza pioggia, si ha $q > 1$ vale a dire $a_- > a_+$ il che indica che gli ioni positivi prevalgono nell' atmosfera del luogo di osservazione sugli ioni negativi; qualche volta con tempo coperto, ma senza pioggia (7 ed 8 agosto, 17 agosto, 20 agosto, 2, 3 settembre) q risulta minore, ma solo per poco, all' unità; se però si tien conto del fatto che la mobilità degli ioni negativi è superiore a quella dei positivi si può concludere che *nei giorni senza pioggia la concentrazione degli ioni positivi è spesso superiore, non mai inferiore a quella degli ioni negativi.*

Un tale andamento così regolare, assai più regolare di ciò che si verifichi ordinariamente in altre località di osservazione, si spiega assai facilmente quando si pensi che, per causa del vento che sempre soffia nella valle e per il fatto che la porzione della vallata ove si trovava la stazione di osservazione è chiusa da S-E e N-O da alte catene montuose, l' aria che occupa in un dato istante le parti più basse proviene sempre dalle vette che ha abbandonato da tempo relativamente assai breve; ora poichè in vicinanza delle vette il campo elettrico ha valori molto elevati e quivi si accumulano per conseguenza in grande quantità gli ioni positivi, le masse d' aria trasportate verso il basso della valle si presentano ancora in queste condizioni.

Date queste circostanze locali, si capisce facilmente come i valori di a_+ e a_- variino in modo assai irregolare, nè sia quindi facile di scoprire una relazione tra i coefficienti di dispersione e gli altri fattori meteorologici (temperatura, stato igrometrico, umidità assoluta, ecc.), giacchè la concentrazione degli ioni positivi e negativi nel luogo di osservazione è determinata specialmente dalle condizioni atmosferiche in prossimità delle vette da cui il vento discende. Ora è assai comune in montagna che, anche con tempo quasi sereno, abbiano luogo

sulle vette formazioni di nebbie o piccole precipitazioni (pioggia o neve) e le perturbazioni nello stato elettrico dell' atmosfera quivi prodotte in conseguenza si risentono poi, per causa del trasporto delle masse d' aria, verso il basso della valle.

b) Nei giorni piovosi l' andamento della dispersione non è molto regolare; tuttavia si può dire che (tolto il caso di alcune pioggie brevi e di carattere locale) tanto a_- quanto a_+ diminuiscono con tempo piovoso: per lo più q risulta minore e talvolta notevolmente minore di uno, cioè il coefficiente di dispersione è più forte per la elettricità positiva che per la negativa, per quanto ciò non sia senza eccezione.

Probabilmente si deve qui tener conto dell'influenza di due fattori e cioè della pioggia per sè e dell' umidità relativa assai elevata dell'atmosfera che perciò si produce. Durante le pioggie sia per effetto analogo a quello osservato da Elster e Geitel in vicinanza delle cascate, sia anche per trasporto di cariche elettriche in senso verticale, il coefficiente di dispersione aumenta per cariche positive, vale a dire si ha eccesso nell' aria di ioni negativi [1]); invece un aumento di umidità relativa (al disopra di 0,80) diminuisce specialmente la concentrazione degli ioni negativi, come risulta dalla maggior parte delle osservazioni sin qui eseguite; quando però, come nella località nostra di osservazione, i valori molto alti dell' umidità relativa si hanno solo in giorni piovosi, l' influenza diretta della pioggia prevale il più spesso e perciò, come nelle esperienze di Mazelle [2]) in Trieste, si ha nella maggior parte dei casi diminuzione più rapida di a_- che di a_+.

c) Una relazione tra la velocità o la direzione del vento ed i coefficienti di dispersione non appare dalle esperienze qui riferite: si può solo dire che valori elevati dei coefficienti di dispersione si hanno più di frequente con forti velocità anzichè con piccole velocità del vento.

d) È pure degno di nota il fatto *che non esiste alcuna relazione tra i coefficienti di dispersione o il loro rapporto* q *e la grandezza e il segno di caduta di potenziale atmosfe-*

1) Pochettino, " Rendiconti Lincei ", 1901.
2) Mazelle, " Wiener Berichte ", 1905.

rico, il che è stato riscontrato anche in altre località di osservazione (Vedi, ad es., Pochettino, l. c.).

Veramente secondo alcune serie di osservazioni come quelle di Gockel in Friburgo [1]), di Conrad in Sonnblick [2]), di Zölss in Kremsmünster [3]) ecc., apparirebbe, come già abbiamo detto in principio che, *quando si tenga conto delle medie annuali*, la dispersione diminuisce col crescere della caduta di potenziale non solo, ma a_- diminuisce meno di a_+, di guisa che $q = \frac{a_-}{a_+}$ cresce col crescere della caduta di potenziale; ma è da osservare che tali relazioni non possono stabilirsi colle determinazioni eseguite in un periodo di tempo assai limitato e che inoltre nella località cui le osservazioni della presente nota si riferiscono si avevano (nell'epoca da luglio a settembre) generalmente cadute di potenziale assai piccole e quindi anche piccole variazioni nel valore di tale caduta.

È pure notevole il fatto che assai di frequente si ebbe a fare con cadute di potenziale negative, malgrado che le esperienze di dispersione indicassero una maggior concentrazione degli ioni positivi: tale segno della caduta di potenziale può essere determinato da masse d'aria con forti cariche negative presenti a qualche distanza dal suolo. Tuttavia è sempre bene insistere nel fatto che le esperienze di dispersione possono servire come misura solo della concentrazione degli ioni di grande mobilità, mentre una gran parte dell'elettricità positiva o negativa presente nell'aria (e specialmente di quest'ultima, perchè gli ioni negativi sono i primi a funzionare da nuclei di condensazione) si può trovare nelle condizioni di ioni di grande massa, i quali poco influiscono sui valori del coefficiente di dispersione.

Con caratteri analoghi a quelli posti in luce nelle osservazioni *a*), *b*), *c*), *d*) si presenteranno probabilmente molto spesso i fenomeni di elettricità atmosferica in un gran numero di valli alpine.

1) " Phys. Zeit. ", 1903.
2) " Wiener Berichte ", 1905.
3) " Phys. Zeit. ", 1904.

4. Come conclusione credo utile di osservare che, per quanto le numerose esperienze che vanno ripetendosi su questo argomento forniscano sempre qualche dato interessante relativamente al problema delle condizioni elettriche dell'atmosfera, sarebbe tuttavia desiderabile che, affine di scoprire e precisare tutte le relazioni esistenti tra i fenomeni elettrici e meteorici, in luogo di moltiplicare le osservazioni, si concentrasse il lavoro in pochi osservatorî che dovrebbero possibilmente soddisfare alle condizioni seguenti: 1. Essere situati a notevole distanza da qualunque catena montuosa e preferibilmento sopra qualche collina isolata in mezzo ad una vasta pianura affine di ridurre al minimo le perturbazioni locali. 2. Essere provvisti di strumenti a registrazione continua per la misura della caduta di potenziale; per il quale scopo si hanno già modelli assai perfezionati. 3. Eseguire contemporaneamente, e quindi con due coppie di apparecchi identici, le misure della dispersione e dell'ionizzazione positiva o negativa; e procurare di costruire anche per queste misure degli apparecchi a registrazione, in modo che le determinazioni possano essere estese anche alle ore della notte.

Le esperienze poi in locatità speciali, vale a dire in profonde vallate o su vette assai elevate, in luoghi cioè dove alcuni dei fattori meteorologici subiscono le variazioni più brusche e d'altra parte il campo elettrico della terra ha in media i valori più bassi e più elevati rispettivamente, come pure le osservazioni a grande altezza nell'atmosfera mediante i palloni, potranno sempre fornire utili indicazioni, specialmente per lo studio e l'esame delle cause delle perturbazioni accidentali.

Torino. Marzo 1909.
Istituto di Fisica della R. Università.

ASSORBIMENTO E MOBILITÀ DEGLI IONI DI DIDIMIO.

Nota di ADOLFO CAMPETTI.

1. In un lavoro ben noto pubblicato nel 1905 negli Annali di Fisica [1]) il Lenard esamina in modo particolare l'*incandescenza colorata dei sali alcalini fusi* che si può facilmente osservare allorquando essi vengono posti su fili di platino nella fiamma del becco Bunsen, in guisa da formare delle perle e trova che, eccezion fatta per i fosfati e i borati, la colorazione della luce emessa da dette perle (colorazione verde pei sali di potassio, azzurra pei sali di sodio, ecc.) è determinata dal solo metallo del sale. E poichè si sa che essi sali allo stato di fusione sono in parte dissociati nei loro ioni (come risulta dalla loro conducibilità) possiamo nel modo più semplice spiegare questo fatto attribuendo quella colorazione al medesimo costituente dei varî sali dissociati di uno stesso metallo, cioè al catione.

Il fatto poi che, mentre questi cationi dànno luogo a vibrazioni proprie nelle perle fuse, sono invece senza colore, cioè senza assorbimento caratteristico, nelle loro soluzioni acquose si può spiegare ammettendo col Kohlrausch (1902) che gli ioni in soluzione spesso non siano assolutamente liberi, ma uniti a un certo numero di molecole di solvente (*idratazione degli ioni* nel caso delle soluzioni acquose) insieme colle quali si muovono sotto l'azione di un campo elettrico; in queste condizioni le vibrazioni proprie di ciascun ione più non si manifesterebbero. Per contrapposto agli ioni assolutamente liberi o indipendenti diremo tali ioni essere caricati (*belastet*) o meglio *vincolati*.

Con ciò però non resta escluso che anche in soluzione, e in particolare in soluzione acquosa, possano presentarsi anche

1) Lenard, *Ueber die Lichtemission der Alkalimetalldämpfe und Salze und über die Zentren dieser Emissionen* (Annalen der Physik, 1905, vol. 17).

ioni liberi e a questo proposito il Lenard osserva che, seguendo il precedente ordine di idee, si dovrebbe ritenere che gli ioni di didimio si presentino sempre come ioni liberi, poichè manifestano le stesse vibrazioni caratteristiche in tutte le soluzioni dei sali di didimio, nel vetro di didimio, come pure in molti sali di didimio allo stato solido, cristallizzati o no.

Queste considerazioni mi hanno per conseguenza condotto a voler determinare la mobilità degli ioni di didimio in soluzione acquosa, a fine di riconoscere se, rispetto alla loro valenza e al loro peso atomico, essi presentino mobilità normale od anormale; ma, indipendentemente da ogni idea teorica al riguardo, la determinazione di tale mobilità presenta per sè qualche interesse, anche perchè non è possibile di determinare in alcun modo la mobilità della maggior parte dei cationi trivalenti comuni per causa dell' elevata idrolisi dei loro sali.

2. A fine di determinare la mobilità di un dato ione si può partire dalla misura della sola conducibilità equivalente limite per le soluzioni di un sale contenente quell' ione, purchè sia nota la mobilità dell'altro ione; ma i risultati si possono ritenere più sicuri quando, insieme colla conducibilità equivalente limite, si determini anche il numero o coefficiente di trasporto di un sale contenente il detto ione e le due misure non conducano a risultati contradditorî.

Per quanto riguarda le misure di conducibilità, già l'Aufrecht [1]) aveva eseguito alcune determinazioni per le soluzioni di cloruro e solfato di neodidimio e praseodidimio; ma non avendo considerato le soluzioni di diluizione molto elevata i suoi risultati non sono sufficienti per calcolare la conducibilità equivalente limite e si richiedevano perciò nuove misure.

Le esperienze da me eseguite si riferiscono a soluzioni di cloruro e solfato di neodidimio puro per la conducibilità e a soluzioni di cloruro di neodidimio per i coefficienti di trasporto.

Nella tabella seguente sono riferite le conducibilità equivalenti per le soluzioni di cloruro di neodidimio e la conducibilità limite calcolata per le temperature da 5° a 30°; *t* indica

1) Inaug. Diss. Berlin, 1904.

la temperatura; gli altri numeri in testa alle colonne rappresentano le concentrazioni in grammi equivalenti per litro.

t	0,1	0,01	0,005	0,001	0,0005	0,0002	0,0001	Λ_∞
5°	62,56	75,76	79,15	84,88	86,82	87,10	89,16	90,5
10°	71,31	86,46	91,15	96,52	99,66	100,00	101,10	102,1
18°	86,38	106,10	110,60	118,92	122,12	122,30	124,50	125,2
20°	90,27	110,67	115,58	124,86	128,68	129,05	130,00	130,7
30°	109,80	136,28	142,50	153,08	156,52	—	157,50	158,5

Dai dati di questa tabella si possono calcolare i corrispondenti gradi di dissociazione che (per quanto non necessarî per il calcolo della mobilità) vogliamo qui riferire per mostrare come in questo caso siano (almeno in prima approssimazione e nell'intervallo considerato) indipendenti dalla temperatura.

t	0,1	0,01	0,005	0,001	0,0005	0,0002	0,0001
5°	0,69	0,84	0,88	0,94	0,96	0,97	0,99
10°	0,70	0,85	0,89	0,95	0,98	0,98	0,99
20°	0,69	0,85	0,91	0,96	0,99	0,99	0,99
30°	0,69	0,86	0,90	0,97	0,99	—	0,99

Prendendo in conseguenza come mobilità dell'anione Cl a 18° il valore medio 65,4 risulterebbe, per la mobilità del catione,

$$\frac{1}{3}\,\mathrm{Nd} = 125,2 - 65,4 = 59,8\,,$$

uguale dunque a 60 circa.

3. Le esperienze relative ai coefficienti di trasporto sono state eseguite con soluzione decinormale e a 0,05 della normale di cloruro di neodidimio in uno dei soliti apparati che permettono di separare la soluzione sottoposta all'elettrolisi

in tre porzioni, soluzione anodica, soluzione catodica e soluzione intermedia. Come anodo si usò una lastrina di argento puro di piccola superficie e come catodo il mercurio; è necessario che l'anodo sia di superficie assai limitata, affinchè il cloruro di argento deposto non subisca una parziale decomposizione a contatto del liquido. Al catodo di mercurio si forma per azione secondaria un precipitato dovuto a idrato o cloruro basico; ma il cloro contenuto può ad ogni modo essere titolato in modo completo, usando il metodo di Volhard.

Nel circuito era pure inserito un voltametro a nitrato di argento e dal peso di argento deposto si dedusse il peso del cloro deposto all'anodo nell'apparecchio per i numeri di trasporto. Si ebbero così i seguenti risultati in sufficiente accordo: n' rappresenta il coefficiente di trasporto relativo all'anione.

Esperienza 1ª. Soluzione 0,1 normale:

Cloro deposto all' anodo . . . . gr. 0,02634
Cloro trasportato verso l'anodo . . » 0,01492
Cloro in meno nella soluz. cat. . . » 0,01458

da cui in media $n' = \frac{0,01475}{0,02634} = 0,560.$

Esperienza 2ª. Soluzione 0,1 normale:

Cloro deposto all' anodo . . . . gr. 0,02457
Cloro trasportato verso l' anodo. . » 0,01350
Cloro in meno nella soluz. cat. . . » 0,01386

da cui in media $n' = \frac{0,01368}{0,02457} = 0,556.$

Esperienza 3ª. Soluzione 0,05 della normale:

Cloro deposto all' anodo . . . . gr. 0,01987
Cloro trasportato verso l' anodo. . » 0,01081
Cloro in meno nella soluz. cat. . . « 0,01092

da cui in media $n' = \frac{0,01086}{0,01987} = 0,546.$

Risulta quindi come valor medio:

$$n' = 0,55$$

e quindi per la mobilità dei due ioni mediante le formule:

$$u = (1 - n') \Delta_\infty \qquad\qquad v = n' \Delta_\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} Cl = 125{,}2 \times 0{,}55 = 68{,}9 \\ \frac{1}{3} Nd = 125{,}2 \times 0{,}45 = 56{,}3 \end{array}\right\} \text{a } 18^\circ$$

valori che, tenuto conto della precisione che si può esigere nella determinazione dei coefficienti di trasporto, non differiscono notevolmente dai numeri 65,4 e 59,8 assunti prima come mobilità dei medesimi ioni.

4. Per le soluzioni di solfato di neodidimio, di cui le conducibilità equivalenti sono riferite nella tabella che segue:

t	0,514	0,1	0,05	0,01	0,005	0,002	0,001	0,0005	0.0002
5°	12,25	18,09	21,61	32,52	38,80	48,58	57,34	64,34	74,15
10°	13,62	20,22	24,11	36,32	43,48	54,50	63,90	71,28	84,70
20°	16,11	24,31	29,05	43,98	53,10	66,35	78,42	90,88	107,75
30°	18,58	27,76	33,35	50,49	61,24	77,50	92,36	106,98	127,45

non si può calcolare direttamente con sicurezza la conducibilità equivalente limite: essa potrebbe essere calcolata come somma delle mobilità già note dei due ioni e si potrebbero quindi ricavare i corrispondenti gradi di dissociazione: il risultato sarebbe che, in questo caso, per tutte le soluzioni esaminate, il grado di dissociazione diminuisce col crescere della temperatura.

5. Esposti i risultati sperimentali, sarà opportuno di aggiungere qualche considerazione teorica in proposito. È noto che, se si eccettuano gli ioni di idrogeno e gli idrossilioni, la maggior parte degli ioni monovalenti, tanto positivi quanto negatlvi, hanno, in soluzione acquosa mobilità, dello stesso ordine di grandezza; e, se ci limitiamo a considerare gli ioni formati da un solo atomo, i valori massimi di tali mobilità si verificano per il cloro e il bromo e l'iodio (65,4, 67,6, 66,4 rispettivamente) tra gli anioni, per il cesio, il rubidio, il po-

tassio (68,2, 67,6, 64,7 rispettivamente) tra i cationi; le mobilità per i cationi bivalenti sono in media un po' inferiori $\left(\frac{1}{2} Ba = 55,1, \ \frac{1}{2} Sr = 51,5 \text{ ecc.}\right)$. Si potrebbe quindi aspettare che i cationi trivalenti avessero mobilità ancora inferiori; invece per $\frac{1}{3} Nd$ abbiamo trovato circa 60, il che potrebbe indicare un grado di libertà relativamente elevato per questo ione. È però notevole il fatto che i cationi pure trivalenti corrispondenti ai sali di altre terre rare, come gli ioni di lantanio, ittrio, cerio e gadolinio, posseggono, come risulta dalle esperienza di J. Roux [1]), mobilità molto più elevate e precisamente di 112, 112,5, 116,5 e 91; eppure, tra i sali di terre rare in soluzione, questi non presentano alcun assorbimento caratteristico, mentre esso assorbimento è notevole per il samario, di cui il catione ha mobilità di circa 66; d'altra parte, all'infuori dell'ittrio, i pesi atomici di tutti questi elementi sono dello stesso ordine di grandezza.

Se dunque si ammette che la mobilità di un ione sia tanto maggiore quanto minore è la sua massa totale, siccome sono appunto i meno mobili tra questi ioni quelli che presentano in soluzione assorbimento caratteristico, sembrerebbe che le idee del Lenard, che cioè solo gli ioni non vincolati siano capaci di vibrazioni proprie, non fossero applicabili al nostro caso.

Ma conviene anzitutto osservare che le misure di conducibilità e dei coefficienti di trasporto ci determinano solo la *mobilità media* degli ioni in una soluzione, ma non è escluso che, come si verifica per il caso dei gas, possano coesistere nella stessa soluzione ioni diversamente vincolati al solvente e quindi di mobilità differente.

E a questo proposito conviene tener conto delle idee e delle conclusioni esposte da J. Becquerel [2]) nei suoi lavori relativi all'assorbimento nei cristalli e nelle soluzioni di sali di terre rare. Il Becquerel studiò l'assorbimento nei cristalli di xenotimo (fosfato di ittrio, cerio ecc.) e di tysonite (fluo-

1) J. Roux, C. R., 1908.
2) J. Becquerel, C. R., 143, 1906; 144, 1907; 145, 1907; Phys. Zeit., 1908.

ruro di cerio, lantanio e didimio) e nelle soluzioni alcooliche dei sali di didimio anche a temperature molto basse (aria o idrogeno liquidi), poichè una diminuzione di temperatura rende le bande più nette ed intense: di più esaminò l'azione del campo magnetico. Dallo spostamento delle bande nel campo magnetico egli dedusse che alcune siano dovute ad elettroni positivi, altre ad elettroni negativi; e dalla variazione di assorbimento colla temperatura egli concluse che « il numero degli elettroni assorbenti che producono una data banda di assorbimento deve essere molto minore del numero totale degli atomi cui è dovuta quella banda, vale a dire solo una piccola porzione delle molecole del corpo prende parte contemporaneamente all'assorbimento ».

Seguendo questo ordine di idee mi sembra che si possa trarre questa conclusione molto probabile, che cioè *nel caso delle soluzioni considerate una piccola parte soltanto degli ioni sia contemporaneamente in stato di assoluta libertà e quindi capace di vibrazioni proprie, secondo le idee del Lenard, mentre, la massima parte degli ioni essendo legata a molecole del solvente, la mobilità media, che risulta dalle determinazioni di coefficienti di trasporto e conducibilità, non è in alcuna relazione coll'assorbimento prodotto dalla soluzione.*

Da ciò che precede si comprende facilmente come sarebbe di notevole importanza il poter dare una dimostrazione sperimentale diretta della presenza di tali ioni liberi in alcune soluzioni, come pure lo stabilire per quali particolari proprietà e circostanze, soltanto alcune specie di ioni possano restare in soluzione con quel grado di libertà che è necessario, affinchè essi siano capaci di vibrazioni proprie.

NOTIZIARIO

— Il Dott. Max Laue è stato abilitato all' insegnamento della Fisica Teorica presso l' Università di Monaco.

— Il Prof. Dott. H. A. Wilson del Kings-College in Londra è stato nominato professore ordinario di Fisica nella Mc Gill-University di Montreal.

— Il Dott. A. Lampa, straordinario all' Università di Vienna, è stato chiamato come ordinario di Fisica nell' Università tedesca di Praga.

— È morto il Dott. W. Ritz, libero docente di Fisica nell' Università di Gottinga.

— È morto l' astronomo Simone Newcomb in Washington.

— Il Prof. Ernesto F. Nichols, insegnante Fisica sperimentale nella Columbia-Università è stato nominato presidente del Dartmouth-College in New York.

— È morto il Prof. Vittorio Raffaele Matteucci, direttore dell' Osservatorio vulcanologico e di Fisica terrestre del Vesuvio.

— Il Prof. G. B. Barkla, dell' Università di Liverpool, è stato nominato professore ordinario di Fisica nel Kings-College di Londra.

— Il Dott. R. Spitaler, straordinario dell' Università di Praga, è stato nominato nella stessa Università ordinario di Fisica cosmica.

— In occasione del 500° anniversario dell' Università di Lipsia furono nominati dottori onorari i professori di Fisica E. Lecher (Praga) e G. Lippmann (Parigi), il Prof. E. I. Fredholm, il fisico danese Michelson, l' Ing. W. Poulsen e i chimici Beckmann, Hantzsch e Svante Arrenius.

— È morto il Senatore Valentino Cerruti, professore di Meccanica razionale nell' Università di Roma e direttore della Scuola d' applicazione per gl' Ingegneri di Roma. Si è formato

un Comitato per onorare degnamente la memoria dell'illustre uomo. Una necrologia del compianto professore sarà pubblicata in uno dei prossimi numeri di questo Giornale.

— Il Prof. Sen. Vito Volterra è stato nominato dottore onorario dell'Università di Stocolma, ed è stato chiamato a fare una serie di lezioni sulla Fisica matematica nella Clarke University di Wercester (Stati Uniti di America).

— Il Prof. A. Battelli è stato nominato dottore onorario dell'Università di Ginevra.

— Nella Università di Genova, per iniziativa del Professore Garbasso, si terrà dal 17 al 24 ottobre un « Corso di Conferenze Scientifiche su la Fisica e le sue applicazioni ». In questo primo anno saranno discussi il problema della Costituzione della materia e nel campo delle applicazioni gli studi e i risultati relativi alla Navigazione aerea e sottomarina e alla Elettrotecnica. Furono sin dal luglio annunziate le seguenti lezioni: Max Abraham: *La dinamica degli elettroni* (3 lezioni) — A Battelli: *La radioattività* (1 lezione) — A. Garbasso: *Geometria e cinematica del fenomeno Zeeman* (2 lezioni) — Luigi Magri: *La scintilla e l'arco* (1 lezione) — Luigi Puccianti: *Il fenomeno di Zeeman e i progressi della Spettroscopia* (2 lezioni) — Luigi Rolla: *I colloidi* (2 lezioni) — Pietro Rovetti: *I dirigibili* (3 lezioni) — Angelo Scribanti: *I sottomarini* (2 lezioni). Sono anche progettate interessanti visite agl'impianti della città e dei dintorni.

Fig. 1ª
LEGHE di Sn-Pb
Fig. 2ª
LEGHE di Sn-Zn
Fig. 3ª
LEGHE di Sn-Bi
Fig. 4ª
LEGHE di Bi-Pb
Calorie

Anno LV - Serie V - Vol. XVIII - 2° Semestre - Fasc. 10° - Ottobre 1909

(*Pubblicazione mensile*)

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

INDICE

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI

1909.

SUI FENOMENI DI LUMINESCENZA NEI CRISTALLI.

Nota di A. POCHETTINO.

I fenomeni della luminescenza nei corpi solidi presentano grande interesse in quanto che possono, in taluni casi, permetterci di studiare le particolarità della struttura intima dei solidi luminescenti e di ricavare qualche dato importante per la teoria cinetica dei corpi solidi stessi. In qualunque modo infatti, eccetto col riscaldamento a temperature molto elevate, si riesca a far diventare sorgente di luce un punto qualsiasi di un cristallo, dalle proprietà della luce che esso emette potremo inferire alcune nozioni sul modo di vibrare di quel *qualche cosa* che emette luce in quel punto e quindi sulla struttura interna del mezzo in cui esso si trova. Fra i corpi solidi quelli più interessanti sono certamente i cristalli.

Il primo a proporre lo studio dei fenomeni della luminescenza nei cristalli fu il Sohncke [1]: nel suo lavoro sulla fluorescenza polarizzata egli giunse alla conclusione che la fluorescenza polarizzata debba ritenersi come una proprietà che appartiene a tutti i cristalli birifrangenti capaci di fluorescenza. Questa però è una luminescenza tutt' affatto speciale; noi conosciamo diversi altri modi di eccitare una sostanza ad emettere luce, senza portarla all'incandescenza, e questi modi si possono classificare così:

Causa eccitante	*Fenomeno*
Esposizione alla luce	Fotoluminescenza { Fluorescenza Fosforescenza.
Riscaldamento	Termoluminescenza.
Azioni meccaniche	Triboluminescenza.
Cristallizzazione	Luminescenza di cristallizzazione.
Processi chimici	Luminescenza chimica.
Scariche elettriche	Elettroluminescenza.

1) *Wied. Ann.* 58, p. 417, 1906.

Non si è ancora ben d'accordo se questi diversi modi di emissione siano in fondo intimamente legati o debbano considerarsi come fenomeni assolutamente diversi. Per esempio non si è ancora ben certi se fluorescenza e fosforescenza siano due manifestazioni dello stesso fenomeno, differenti fra loro solo nella durata: se la triboluminescenza e la luminescenza di cristallizzazione non siano che casi particolari di elettroluminescenza e se la termoluminescenza sia un caso di luminescenza chimica o una semplice fosforescenza che ad una temperatura elevata trova la condizione *optimum* per la massima emissione di luce nell'unità di tempo [1]).

A queste specie di luminescenza converrà ancora aggiungere quelle prodotte dai raggi catodici e anodici che è un po' arduo riguardare come casi di elettroluminescenza e quelle generate dai raggi X e dalle sostanze radioattive che non mi sembra sia possibile considerare come casi particolari di fotoluminescenza.

Alcuni sostengono che la catodoluminescenza e la fotosforescenza sono in fondo la stessa cosa, non essendo i raggi catodici che un mezzo di eccitazione più energico che non la luce ordinaria; essi spiegano le diversità notate nel colore della luce emessa nei due casi da quelle sostanze (e sono molto poche) che li presentano ambedue, ammettendo che lo spettro della luce che la sostanza è capace di emettere è composto di bande [2]), le quali vengono eccitate più o meno energicamente a seconda del mezzo d'eccitazione ed a seconda della temperatura che può essere alterata dal mezzo di eccitazione stesso; su questo punto molto interessante avremo occasione di ritornare più tardi.

Malgrado l'interesse che offre lo studio della luminescenza emessa dai cristalli sia rispetto al meccanismo di emissione della luce in generale e alla natura dei fenomeni speciali della luminescenza, sia rispetto alle questioni riguardanti la struttura dei cristalli, il materiale d'osservazione finora raccolto

1) Kayser. Handbuch der Spektroskopie. Vol. IV, p. 667, 1908.

2) È da notare però che lo spettro della catodoluminescenza, tranne nel caso delle terre rare e di pochissime altre sostanze, è quasi generalmente continuo, presentante solo qua e là dei massimi d'intensità poco marcati.

non è molto abbondante, nè, come si vedrà, in molti casi concorde. Esso riguarda quasi esclusivamente lo studio qualitativo dello stato di polarizzazione della luminescenza emessa e può riassumersi così:

Fluorescenza propriamente detta.

diedero luminescenza polarizzata:	diedero luminescenza non polarizzata:
Calcite *c*) *d*); Apatite *c*) *d*); Aragonite *c*) *d*) *g*); Berillo *c*); Idocrasio *c*); Fosgenite *c*) *g*); Topazio *c*); Cerussite *c*); Cianite *c*); Platinocianuri di: Bario *a*) *d*) *f*); di Magnesio *a*) *b*); di Calcio *f*); di Erbio *f*) e di Ittrio *f*).	Nitrato d'Uranio *d*); Acido ftalico *d*) [1]); Acetato d'Uranile e Ammonio *a*) *e*); Acetato d'Uranile e Potassio *e*).

Letteratura: a) Grailich. Krystall-optische Untersuchungen. Wien, 1858; *b) E. v. Lommel.* Wied. Ann. *8*, p. 634, 1879; *c) L. Sohncke.* Wied. Ann. *58*, p. 417, 1896; *d) C. G. Schmidt.* Wied. Ann. *60*, p. 740, 1897; *e) C. G. Schmidt.* Wied. Ann. *68*, p. 779, 1899; *f) A. Pochettino.* Rend. Acc. Lincei, (5), *14*, p. 505, I sem. 1905; *g) I. Schincaglia.* Nuov. Cim. (4), *10*, p. 212, 1902.

È notevole il fatto che tutti i cristalli *naturali* studiati abbiano dato fluorescenza polarizzata e quelli *artificiali*, eccettuati i Platinocianuri, abbiano dato fluorescenza non polarizzata.

Fotofosforescenza.

diedero luce polarizzata:	diedero luce non polarizzata:
Calcite (?) *a*); Apatite *a*); Aragonite *a*); Nitrato d'Uranio *b*) [2]).	Acido ftalico *a*); Nitrato d'Uranio (?) *a*).

Letteratura: a) C. G. Schmidt. Wied. Ann. *60*, p. 740, 1897; *b) H. Becquerel.* Compt. Rend. *144*, p. 671, 1907.

1) L'acido ftalico venne fatto cristallizzare con Metilvioletto; Violetto genziana; Eosina; Fluoresceina; Rodamina; Fucsina per renderlo fluorescente.

2) Alla temperatura dell'aria liquida la luce delle diverse bande onde è composto lo spettro della fotofosforescenza di questa sostanza è polarizzata in direzioni diverse, ma sempre in una certa relazione colla simmetria cristallina.

Termofosforescenza.

Solo lo Schmidt (vedi lavoro citato sopra) ha studiato da questo punto di vista la termofosforescenza e per due sole sostanze: l'Apatite e la Calcite; ha trovato polarizzata la luce emessa dalla prima e non polarizzata quella emessa dalla seconda.

Catodofosforescenza.

diedero luce polarizzata:	diedero luce non polarizzata:
Smeraldo *a*) *d*); Calamina *a*); Zircone *a*) *c*) *d*); Fosgenite *c*) *d*); Scheelite *c*), *d*); Wulfenite *c*); Anatasio *c*) *d*); Idocrasio *c*); Apatite *c*), *d*); Cerussite *c*) *d*); Aragonite *c*) *d*); Barite *c*) *d*); Diopside *d*); Alessandrite *d*); Calcite (?) *b*); Platinocianuro di Bario *b*).	Calcite *c*); Cabasite *c*); Corindone *c*); Ortose *c*); Anglesite *c*); Tormalina *a*) *d*); Crisoberillo *d*); Apatite (?) *a*).

Letteratura: *a*) *Maskelyne.* Proc. Roy. Soc. London, *28*, p. 477, 1879; *b*) *C. G. Schmidt.* Wied. Ann. *60*, p. 740, 1897; *c*) *A. Pochettino.* Rend. Acc. Lincei. (5), *13*, p. 301, II sem., 1904; *d*) *A. Pochettino.* Rend. Acc. Lincei. (5), *14*, p. 220, II sem., 1905.

Luminescenza prodotta dai raggi X.

Diedero luce polarizzata la Scheelite *a*) e i Platinocianuri di Magnesio *a*), di Calcio *a*), di Sodio e Potassio *a*) e di Bario *a*) *b*); diede luce non polarizzata il Platinocianuro di Potassio e Litio *a*) [1]. Due soli lavori, ambedue già citati, trattano dell'argomento: uno mio *a*) e uno dello Schmidt *b*).

Luminescenza prodotta dal Radio.

Da un mio precedente lavoro [2]) risulta che diedero luce polarizzata: la Cerussite, l'Apatite e i Platinocianuri di Magnesio, Potassio e Litio, Calcio, Potassio e Sodio, Bario [3]);

1) Il Platinocianuro di Magnesio cristallizza nel sistema dimetrico; i Platinocianuri di Potassio e Litio, di Calcio, di Erbio, di Ittrio cristallizzano nel sistema trimetrico e quelli di Potassio e Sodio e di Bario nel monoclino.

2) *Rend. Acc. Linc.* (5), *14*, p. 505, I sem. 1905.

3) I Platinocianuri di Ittrio e di Erbio non diedero luminescenza alcuna nè ai raggi X, nè alle radiazioni (β e γ) del radio.

diedero luce non sensibilmente polarizzata la Scheelite e la Fosgenite.

La maggior parte dei lavori su citati si limitano a riportare l'orientazione del piano di polarizzazione della luce emessa rispetto agli assi del cristallo senza misure dalle quali risulti che parte della luce totale emessa è polarizzata, giacchè bisogna tener presente che la luminescenza nei cristalli non è quasi mai totalmente polarizzata.

Nell'esporre questa letteratura ho tenute separate le parti che concernono le varie luminescenze in quanto che nei diversi casi ricordati l'eccitazione penetra nella sostanza studiata a profondità diverse, ciò che ha una grande importanza quando si tratti di cristalli. Se usiamo dunque i diversi mezzi di eccitazione che conosciamo, noi possiamo eccitare la luminescenza in un punto qualunque della massa del cristallo e andarne a studiare la struttura dove vogliamo.

La difficoltà maggiore in queste ricerche è il procurarsi il materiale adatto, cioè cristalli capaci di dare la luminescenza che si desidera [1]), ben formati, a faccie sufficientemente grandi ed omogenee per essere utilizzabili in questo genere di osservazioni. Ho potuto, grazie alla squisita cortesia dei professori Lewis, Groth, Zambonini e Pelacani, ai quali m'è grato dovere esprimere qui la mia vivissima riconoscenza, avere a mia disposizione una serie di cristalli adatti sui quali ho compiuto una serie di osservazioni. Di queste ricerche, che formano una continuazione dei miei lavori precedenti sulla catodo-luminescenza, intendo ora riferire. Tutte le volte però che fu possibile, ho eccitato *nello stesso campione* non solo la luminescenza catodica, ma anche le altre luminescenze per indagarne le analogie e le differenze.

Il tubo a vuoto nel quale vennero posti i cristalli per l'esame ai raggi catodici è identico a quello descritto nelle mie note precedenti [2]) e venne eccitato da un rocchetto d'indu-

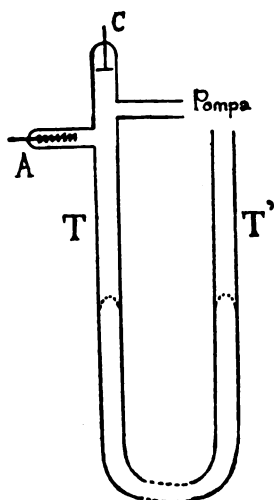
1) Ciò non è facile non essendovi alcun indizio: nè composizione chimica, nè provenienza, nè alcuna proprietà fisica che permetta a priori di stabilire quali cristalli siano luminescenti.

2) *Rend. Acc. Linc.* (5), *14*, p. 220, II sem., 1905.

zione di circa 5 cm. di scintilla. Per l'esame polarimetrico, non avendo più a mia disposizione il fotometro di Weber, usato nelle precedenti ricerche, modificai opportunamente un piccolo fotometro a polarizzazione in modo da ridurne il funzionamento simile a quello del fotometro di Weber, solo che invece della distribuzione di campi che consente l'uso del biprisma di Lummer, mi contentai di avere i due campi semplicemente posti uno sopra all'altro come nei piccoli spettrofotometri a mano di Fuess.

Riguardo alle precauzioni relative alla pulitura dei cristalli, alla loro orientazione nel tubo a vuoto e al modo di condurre le misure vennero seguiti esattamente gli stessi procedimenti usati nelle precedenti ricerche. Poichè questa volta ebbi la comodità di disporre di una pompa Gaede per vuotare il tubo, venne molto semplificata l'operazione diretta delle misure della polarizzazione [1]) perchè queste si fecero sempre quando si manifestava nel tubo la luminescenza azzurra dell'aria sul cammino dei raggi catodici e si ebbe cura di far funzionare la pompa continuamente, con una velocità sufficiente ad eliminare man mano i gas che potessero svolgersi dal cristallo, e mantenere quindi inalterato l'aspetto della scarica nel tubo.

Per determinare l'influenza del riscaldamento prodotto dai raggi catodici stessi sul cristallo studiato, ho costruito anche un tubo che permetteva di variare la distanza fra catodo e cristallo. Un tubo di vetro T, munito di un catodo piano c, e di un anodo A, termina inferiormente in un tubo di gomma lungo 2 metri terminante a sua volta in un altro tubo di vetro T', ambedue ripieni di mercurio; alzando o abbassando verticalmente l'estremità libera di T' si può far variare in T il livello del mercurio su cui galleggia la sostanza da studiare e così portare questa più o meno vicina al catodo. Per l'osservazione ai raggi anodici mi sono servito del tubo speciale che costruisce la ditta Leybold's Nachfolger e per la fosforescenza di un fosforoscopio di Becquerel, illuminato da un arco voltaico a 45 Volta.

1) Loco citato, p. 223.

Passo ora senz'altro a riportare i risultati di queste ricerche avvertendo che le qualifiche: *istantanea* e *difficile* che verranno date alla luce emessa sotto i raggi anodici e catodici nei diversi casi stanno ad indicare: la prima, che detta luce cessa sensibilmente appena cessa l'eccitazione; la seconda che la luminescenza compare netta solo a vuoto molto spinto e colla massima differenza di potenziale disponibile agli elettrodi del tubo a vuoto; nel caso delle esperienze al fosforoscopio la qualifica: *difficile,* sta ad indicare che la luce compare solo per velocità di rotazione molto grandi.

Sistema dimetrico.

I. *Apofillite.* $H_2(Ca.K_2)Si_2O_6 + H_2O$. $a : c = 1 : 1{,}2515$.

I campioni esaminati sono i seguenti:

1) Due cristalli presentanti le forme (111), (001) e (100), trasparenti, isolati, con attaccati piccoli frammenti di calcite. Provenienza: *Hartz (Germania).* Alla luce ordinaria presentano una lieve colorazione rosea, parte dovuta a fluorescenza e parte a colorazione propria, forse per traccie di fluoruro di cobalto [1]). Ai raggi catodici diedero una luminescenza celeste,

1) Hintze. Handbuch der Mineralogie. II Vol., p. 1782, 1897.

istantanea, molto difficile, debolissima, polarizzata normalmente all'asse z per circa il 5 % sulle faccie della forma (100) e appena sensibilmente su quelle della forma (111); non polarizzata affatto sulle faccie della forma (001). Ai raggi anodici non presentarono nessuna luminescenza. Riscaldati fino a 350°, anche dopo esposti ai raggi catodici, non diedero termofosforescenza. Dopo essere così calcinati, con che i cristalli divennero opachi e di color bianco, esposti di nuovo ai raggi catodici, diedero sensibilmente gli stessi risultati di prima; mentre che, esposti ai raggi anodici, diedero una luminescenza verdastra, debole, difficile, istantanea, senza però traccie apprezzabili di polarizzazione su nessuna faccia. Esaminati al fosforoscopio non emisero luce alcuna nè prima, nè dopo la calcinazione.

2) Due cristallini prismatici, limitati dalla forma (010), (100), (001), trasparenti, incolori. Provenienza: *Naalsoe (Faroë)*. Ai raggi catodici emisero luce celeste, debolissima, istantanea, difficilissima, presentante sulle faccie delle forme (010) e (100) traccie di polarizzazione secondo l'asse z, nessuna polarizzazione invece su quelle della forma (001). Al fosforoscopio nessuna luminescenza.

3) Sei cristalli incolori, trasparenti, presentanti in modo predominante la forma (001). Provenienza: *Ulö (Svezia)*. Ai raggi catodici si ebbe luminescenza celeste, debole, istantanea, difficilissima, non presentante traccia di polarizzazione.

4) Un bel cristallo quasi trasparente, bianco madreperlaceo specialmente sulle faccie della forma (001), limitato dalle forme (001), (100), (010), (111). Provenienza: *Guanajuato (Messico)*. Ai raggi catodici non diede luce su nessuna faccia.

5) Un grosso aggregato di cristalli presentanti alla luce ordinaria in certi punti una fluorescenza rosa, in altri una fluorescenza bleu-verdastra. Provenienza: *Poonah (India)*. Ai raggi catodici i primi punti danno una luce celeste, difficile, debole, istantanea, i secondi una luce più facile, rosa violaceo; ambedue presentano traccie di polarizzazione secondo l'asse z. Non presentano traccie nè di fotosforescenza, nè di termoluminescenza.

II. *Wulfenite*. $PbMoO_4$ a : c = 1 : 1,57710.

Furono esaminati tre cristalli tabulari, presentanti le forme (001) e (113), trasparenti, lucenti, colore rosso giallastro: Provenienza: *Moldawa*. Ai raggi catodici diedero una luminescenza color verde, vivace, difficile, istantanea; la luce emessa dalle faccie della forma (001) non presenta traccie sensibili di polarizzazione; quella emessa dalle faccie della forma (113) è polarizzata per circa il 10 % secondo l'asse *z*.

III. *Zircone*. $ZrSiO_4$ a : c = 1 : 0,6404.

I due esemplari esaminati sono di colore bruno rossastro, trasparenti solo verso gli orli, presentanti le forme (111), (110), (100), (001). Provenienza: *Ilmen*. Ai raggi catodici diedero luce gialla, vivace, facile, duratura, per circa 1'' dopo tolta l'eccitazione, polarizzata secondo l'asse *z* per circa il 30 % sulle faccie delle forme (100) e (110) e per il 20 % su quella della forma (111), non presentante traccie sensibili di polarizzazione su (001).

Al fosforoscopio diedero luce giallastra, debolissima, difficile, non presentante traccie di polarizzazione.

IV. *Cassiterite*. SnO_2 a : c = 1 : 0,67232.

I campioni studiati sono i seguenti:

1) Due cristalli, uno bruno rossastro quasi nero, opaco, lucente, presentante le forme (100), (110), (111), (101), l'altro, quasi incoloro, leggermente giallastro, quasi trasparente, presentante ben netta la forma (001). Provenienza: *Perak (Malacca)*. Il primo diede ai raggi catodici una luminescenza verde, istantanea, facile, polarizzata secondo l'asse *z*, *totalmente* su (100) e (110) e pel 60 % su (111) e (101). Ai raggi anodici nessuna luminescenza. Il secondo invece dà pure una catodoluminescenza verde, istantanea, ma debole, difficile, polarizzata per circa 80 % parallelamente all'asse *z* su (100), non polarizzata affatto su (001). Riscaldati ambedue fino a 400° non diedero termoluminescenza.

2) Un cristallo opaco, nero lucente, presentante le forme (100), (210) e (111). Provenienza: *Schlaggenwald*. Ai raggi catodici diede luce verde, debole, difficilissima, polarizzata *totalmente* secondo l'asse *z* sulle forme (100) e (210) e per circa 80 % su (111).

3) Cinque cristalli, tutti neri, opachi, lucenti. Provenienza: *Cornovaglia*. Diedero tutti risultati mirabilmente concordi ancorchè provenienti da punti diversi. Le forme esaminate sono: (110), 100), (111), (101), (321). Ai raggi catodici diedero luce verde, facile, istantanea, non molto vivace, polarizzata secondo l'asse z e precisamente: *totalmente* sulle faccie delle forme (100) e (110), per 80 % su (111), (101) e pel 30 % su (321). Al fosforoscopio non diedero luminescenza alcuna.

V. *Fosgenite*. $(PbCl)_2CO_3$ a : c = 1 : 1,08758.

Vennero esaminati sei cristalli tutti provenienti da *Monteponi (Sardegna)*, alcuni quasi incolori, altri leggermente giallastri o verdastri, tutti trasparenti, presentanti, utilizzabili per le ricerche, le forme: (001), (211), (100) e (110).

Ai raggi catodici diedero tutti una luminescenza facile, istantanea, vivace, colore celeste-verdastro, non polarizzata sulle faccie della forma (001) e sulle altre polarizzata normalmente all'asse z rispettivamente per il 70 % su (110) e (100) e per il 15 % su (211); sulla forma (001) la luminescenza è anche più debole. Fino a 400° nessuna termoluminescenza. Ai raggi anodici diedero luminescenza biancastra, debolissima, polarizzata per il 20 % su (100) normalmente all'asse z. Al fosforoscopio diedere luce bianco verdastra, facile, non presentante traccie di polarizzazione.

VI. *Anatasio*. TiO_2 a : c = 1 : 1,777.

Provenienza: *Mattogrosso (Brasile);* cristallo quasi opaco, appena trasparente agli spigoli, colore nero, lucente, presentante le forme (111) e (001). Ai raggi catodici diede luce vivace, color verde brillante, istantanea, non polarizzata sulle faccie della forma (001), polarizzata invece per circa il 20 % parallelamente all'asse z sulle faccie della forma (111).

Un esemplare invece di *Ottaedrite* (*Binn, Svizzera)*, color miele chiaro, quasi trasparente, presentante le forme (111) e (100) non diede traccia alcuna di luminescenza nè ai raggi catodici, nè agli anodici, nè al fosforoscopio.

VII. *Rutilo*. TiO_2 a : c = 1 : 0,644154.

Due cristalli opachi, bruno-nerastri, presentanti distinte bene solo le forme (110) e (100). Provenienza: *St. Yrienn*

(Limoges). Ai raggi catodici diedero ambedue una luce debole, difficile, istantanea, color celeste chiaro, polarizzata normalmente all'asse *z* per circa il 5 °/₀ su ambedue le forme osservate. Ai raggi anodici nessuna luminescenza.

VIII. *Scheelite*. $CaWO_4$ a : c = 1 : 1,5356.

Vennero esaminati quattro cristalli ben formati, semitrasparenti: due di colore giallo grigiastro chiaro e due di colore bruno miele. Provenienza: *Traversella (Piemonte)*. Vennero esaminate le forme: (111), (101), (102), (302) naturali e (001), (110) tagliate artificialmente. Ai raggi catodici si ebbe una luminescenza facilissima, molto vivace, color celeste biancastro, qua e là più scuro, senza nessuna relazione colle macchie più brune che sono qua e là nella colorazione naturale dei campioni studiati. Lo spettro di questa luminescenza è continuo e si estende da $\lambda = 690$ fino a $\lambda = 460$ con un massimo intorno a $\lambda = 510$; la luce è leggermente duratura ed è per tutte le forme, meno che per la (001), parzialmente polarizzata normalmente all' asse *z* e più precisamente pel 20 °/₀ sulla (110), pel 10 °/₀ sulla (111) e pel 5 °/₀ sulla (102).

Ai raggi anodici la luminescenza è molto debole, color celeste molto più cupo che non ai raggi catodici, difficilissima, istantanea, polarizzata normalmente all'asse *z*, ma più debolmente, cioè rispettivamente pel 12 °/₀ su (110) e pel 6 °/₀ su (111). Riscaldata fino a 325° la Scheelite non presenta in alcun caso traccia di termoluminescenza; se la si espone ai raggi catodici ad una temperatura di circa 120°, si ha una luminescenza biancastra, più debole, più chiara, polarizzata meno marcatamente che non alla temperatura ordinaria (per circa il 15 °/₀ su (110)) e scomparente istantaneamente. Ciò va abbastanza d'accordo con quanto ho riscontrato in ricerche precedenti [1]) nelle quali un cristallo di Scheelite [2]) esposto ai raggi catodici alla temperatura dell'aria liquida, diede una luminescenza catodica molto più vivace e più duratura che non alla temperatura ordinaria. Al fosforoscopio si ebbe luce rosso-

1) *Rend. Acc. Lincei, 13*, (5), p. 308, 1904.
2) Precisamente uno di quelli usati nelle presenti ricerche.

aranciata, piuttosto difficile, polarizzata, in modo appena percettibile normalmente all'asse *z*.

IX. *Idocrasio.* $H_4 Ca_{12} (Al, Fe) Si_{10} O_{43}$ a : c = 1 :0,537195.

Venne esaminato un cristallo color verde nerastro, proveniente da *Ala (Piemonte).* Ai raggi catodici diede luce debole, difficile, istantanea, color rosso leggermente violaceo, non polarizzata sulla forma (001), polarizzata pel 5 % sulla forma (111) e pel 20 % sulla forma (110) parallelamente all'asse *z*. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ebbe luminescenza di sorta.

Sistema esagonale.

X. *Apatite.* $(Ca F) Ca_4 (PO_4)_3$ a : c = 1 : 0,734603.

I campioni esaminati sono due, provenienti da *Sulzbach*, di color leggermente verdastro a forma di prisma esagono limitato dalla forma (0001), trasparenti. Ai raggi catodici si ebbe una luminescenza vivace, color giallo verdastro, facile, istantanea, polarizzata parallelamente all'asse del prisma esagono per circa il 20% sulle faccie di detto prisma, non polarizzata sulle due basi. Ai raggi anodici ebbero un comportamento del tutto analogo, solo la luminescenza fu debole e meno marcatamente polarizzata.

Riscaldata, comincia ad emettere una luce giallo-verdastra a 80° che continua fino a 250°, con un massimo verso i 190°; se prima di riscaldarla la si è esposta ai raggi catodici, comincia ad emettere luce a 50° e continua fino a 200° con un massimo verso i 150°; anche questa termofosforescenza, come la luce che emette al fosforoscopio che è giallo-verdastra anch'essa e difficile, presenta traccie di polarizzazione parallela all'asse del prisma esagono. Dopo essere stata per un certo tempo riscaldata a 300° non è più capace di emettere termoluminescenza, ma se la si espone, prima del nuovo riscaldamento, sotto uno spinterometro ad una serie di scintille, ridiventa termofosforescente.

XI. *Berillo.* $Be_3 Al_2 (Si O_3)_6$ a : c = 1 : 0,4989.

Venne esaminato un piccolo cristallo, proveniente dall'*Elba*, verde, trasparente, avente la forma di un prisma esagono nettamente limitato alle estremità dalla forma (0001). Ai raggi catodici diede una luminescenza bleu-chiara, debole,

istantanea, difficile, polarizzata pel 10 % parallelamente all'asse del prisma sulle faccie di questo, non polarizzata sulle due basi.

XII. *Cinabro.* HgS $a : c = 1 : 1,14526$.

Ho studiato tre piccoli frammenti di sfaldatura, trasparenti, color rosso-rubino chiaro. Provenienza: *Almaden.* Ai raggi catodici diedero una luminescenza debolissima, celeste, istantanea, polarizzata parallelamente all'asse *z*. Stante la piccolezza delle faccie non si poterono fare misure sull'ammontare della polarizzazione che stimerei essere del 5-10 % sulle faccie di sfaldatura. Non si ottenne alcuna luminescenza nè ai raggi anodici, nè al fosforoscopio.

XIII. *Greenockite.* CdS $a : c = 1 : 0,81091$.

Vennero esaminati quattro cristallini molto piccoli, piramidali con gli spigoli arrotondati e con le faccie striate normalmente all'asse della piramide, colore giallo-bruno, semitrasparenti. Provenienza: *Renfrewshire.*

Ai raggi catodici presentarono un fenomeno interessante analogo a quello da me osservato precedentemente [1]) nel Diopside della *Mussa:* le faccie della forma $(01\bar{1}0)$ diedero una luminescenza bleu-verdastra, difficile, vivace, istantanea, pel 50 % (stimato, causa la piccolezza dei cristalli) polarizzata *parallelamente all'asse della piramide,* mentre le faccie della forma $(40\bar{4}1)$ diedero una luminescenza più facile, bleu-chiaro, meno vivace, anch'essa istantanea e polarizzata molto meno marcatamente (direi, a stima, per circa il 15-20 %) *normalmente all'asse della piramide.*

XIV. *Hanksite.* $4Na_2SO_4 + Na_2CO_3$ $a : c = 1 : 1,0140$.

Ho avuto a mia disposizione due cristalli provenienti da *San Bernardino Co. (California),* a forma di prisma esagono, presentanti, utilizzabili per le misure, uno le forme $(10\bar{1}0)$ e (0001), l'altro le precedenti più la forma $(10\bar{1}1)$; ambedue quasi opachi, colore bianco l'uno, bleu-verdastro l'altro.

Ai raggi catodici ambedue diedero una luminescenza celeste-cupo, debole, istantanea, difficilissima, non polarizzata sulle faccie della forma (0001) e polarizzata secondo l'asse del

1) *Rend. Acc. Lincei,* (5), *14*, p. 226, 1905.

prisma esagono per circa il 50 % sulla forma $(10\bar{1}0)$ e per circa il 20 % sulla forma $(10\bar{1}1)$.

Kunz e Baskerville [1]) dicono di avere osservato che la Hanksite è fluorescente alla luce ordinaria, però nessuno dei due campioni studiati da me presentava fluorescenza di sorta. Fino a 350° la Hanksite non presenta traccia di termofosforescenza; dopo essere stato portato a questa temperatura la superficie del cristallo cimentato si annerì e il cristallo stesso si frantumò; i frammenti esaminati di nuovo ai raggi catodici diedero ancora una luminescenza bleu polarizzata secondo l'asse del prisma esagono, ma molto meno che non nel cristallo intatto: infatti l'ammontare di luce polarizzata risultò del 30 % sulla forma $(10\bar{1}0)$ e del 15 % su $(10\bar{1}1)$. Questi stessi frammenti esaminati al fosforoscopio diedero luce celeste-chiara, difficile, non presentante traccie di polarizzazione.

XV. *Milarite.* $HKCa_2Al_2(Si_2O_5)_6$ $a : c = 1 : 0,6620$.

Venne esaminato un piccolo cristallo prismatico secondo (1120), troncato irregolarmente alle due estremità, trasparente, leggerissimamente bleu-verdastro. Provenienza: *Val Giuf (Grigioni).*

Ai raggi catodici diede una luminescenza celeste-chiara, leggermente persistente e *tendente al verde dopo interrotta l'eccitazione.* Esaminata con un Nicol, questa luminescenza, qualunque sia la faccia del prisma che la emette, presenta il seguente fenomeno: *girando il Nicol, si vede la luce emessa cambiare di colore dal celeste-chiaro al violetto a seconda che il piano di polarizzazione del Nicol è parallelo o normale all'asse del prisma.* La piccolezza del campione di cui ho potuto disporre mi ha impedito di studiare più a fondo l'interessante fenomeno che mi riservo di studiare meglio appena mi sarò potuto procurare il materiale opportuno.

Ai raggi catodici la luminescenza emessa da questo minerale presenta ancora un'altra particolarità ed è che, a vuoto molto spinto, ha un colore celeste chiarissimo, mentre a vuoto minore il colore stesso diventa bleu indaco.

1) *Chem. News*, 89, p. 1, 1904.

Ai raggi anodici la luce emessa è molto inferiore di intensità che non ai raggi catodici ed è di colore celeste chiaro comunque si spinga il vuoto e anche dopo interrotta l'eccitazione. Esaminata al fosforoscopio, diede una luce color verde-bluastro chiaro, difficilissima.

XVI. *Quarzo*. SiO_2 a : c = 1 : 1,09997.

Vennero esaminati i seguenti campioni:

1) Due cristalli, uno assolutamente trasparente, incoloro, l'altro affumicato color bruno, provenienti da *Carrara*, originariamente fissati nel marmo; non diedero traccia alcuna di luminescenza nè ai raggi catodici, nè agli anodici, nè al fosforoscopio.

2) Due frammenti di cristallo, raccolti sulla spiaggia del mare della *Nurra* (*Sardegna*); diedero ai raggi catodici una luminescenza celeste, debole, istantanea, non presentante traccia alcuna di polarizzazione.

3) Un grosso cristallo proveniente da *Pala* (*California*), biancastro, quasi trasparente; non diede luminescenza di sorta in nessun caso.

4) Quattro cristalli della varietà chiamata Giacinto di *Compostella*, opachi, colorati in rosso diaspro, presentanti ben nette le forme $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}1)$, $(01\bar{1}1)$. Ai raggi catodici diedero una luminescenza giallo-rossastra, difficile, quasi istantanea, debolmente polarizzata parallelamente all'asse z e precisamente del 10 % sulla forma $(10\bar{1}0)$ e forse del 5 % sulle forme $(10\bar{1}1)$ e $(01\bar{1}1)$. Al fosforoscopio non diedero alcuna luce.

5) Un pezzo di quarzo fuso di provenienza ignota; ai raggi catodici diede una luminescenza bleu-chiaro, molto difficile, istantanea, debolissima.

Lilienfeld [1]) ha trovato che la luminescenza catodica del quarzo fuso in certe condizioni può assumere tutte le sfumature di colore dal rosso al bleu; Gehrcke e Reichenheim [2]) attribuirono questo fenomeno ai raggi catodici di strizione che a vuoto sufficiente e a conveniente intensità di corrente si generano alle strozzature dei tubi a vuoto; più tardi il Rei-

1) *Verh. d. Deut. phys. Ges.* *8*, p. 631, 1906; *9*, p. 125, 1907.
2) Ibidem, *9*, p. 593, 1907.

chenheim [1]) ha trovato che anche i raggi catodici diretti dal catodo possono generare questi fenomeni; egli osserva che il quarzo amorfo, esposto ai raggi catodici intensi, dà prima una luminescenza rossa che poi man mano diviene violetta e infine bleu; se si fa entrare ossigeno nel tubo e poi si rifà il vuoto, si ha di nuovo la stessa serie di colori. Io non ho potuto ottenere dai miei campioni di quarzo incoloro altro che la luminescenza bleu; la luce rosso-mattone emessa dal Giacinto di Compostella non cambiò di colore nè variando il vuoto, nè aumentando la differenza di potenziale agli elettrodi del tubo.

Sistema romboedrico.

XVII. *Calcite.* $CaCO_3$ $a : c = 1 : 0,85430$.

Ai raggi catodici i vari campioni (cinque) di spato d'*Islanda* studiati diedero tutti una luminescenza rosso-ceralacca, non presentante traccia alcuna di polarizzazione, con uno spettro estendentesi da $\lambda = 690$ e $\lambda = 512$ con un massimo di intensità a $\lambda = 590$. Questa luminescenza è vivace, facile e dura per parecchi minuti primi anche dopo che il campione venne estratto dal tubo a vuoto; man mano che svanisce va diventando biancastra. Ai raggi anodici la luminescenza è molto più debole, difficilissima e quasi istantanea ed ha lo stesso colore, forse un po' più tendente al rosso, di quella emessa ai raggi catodici; stante la sua debolezza non fu potuta osservare allo spettroscopio.

Introdotto il cristallo nel tubo in cui si poteva far variare la distanza fra sostanza e catodo, si trovò che la durata della luminescenza catodica dopo cessata l'eccitazione era tanto maggiore, a parità di altre condizioni, quanto più il minerale era vicino al catodo, ma non però indefinitamente; ecco una serie di osservazioni fatte con una durata di eccitazione fissa di 10":

Distanza fra catodo e cristallo cm.:	66	50	42	37	28	21	19 1/2	14
Durata della luminescenza:	10"	15"	23"	100"	125"	315"	222"	204"

Contemporaneamente alla minore durata della luminescenza susseguente per distanze piccole, si notò ancora una minore intensità della luce emessa sotto l'eccitazione. Questo

1) *Verh. d. Deut. phys. Ges. 11*, p. 45, 1909.

è forse dovuto al riscaldamento che subisce il cristallo sotto l'azione troppo energica dei raggi catodici. Infatti un pezzo di spato, sottoposto ai raggi catodici ad una temperatura di 150°, diede una luminescenza di colore identico a quella emessa alla luce ordinaria, ma meno vivace e molto meno duratura.

Lo spato d'Islanda da me studiato comincia a diventare sensibilmente termofosforescente a 145°, emettendo una luce bianco-giallastra che diventa leggermente rosea a 290° e va sbiadendo in seguito in giallo-verdastro e a 350° sparisce del tutto. Se si prende un campione di spato e lo si espone per un breve tempo ai raggi catodici e poi lo si estrae dal tubo a vuoto, basta il semplice calore della mano per far aumentare l'intensità della luminescenza residua; se si continua a riscaldare, l'intensità va crescendo fino a 120°, poi va sempre più impallidendo e diventando di color biancastro; e se, quando è stato portato a temperatura da non essere più termolumi-nescente, lo si raffredda e poi lo si riscalda di nuovo, non ritorna più luminoso. La temperatura alla quale comincia nettamente ad emettere luce un campione di spato, il quale, dopo un'esposizione ai raggi catodici per un certo tempo, venga riscaldato quando la luminescenza residua alla temperatura ordinaria, non sia più percettibile, è all'incirca di 50°; però la temperatura cui corrisponde il massimo d'intensità varia a seconda dell'intervallo di tempo interceduto fra l'eccitazione e il riscaldamento, come risulta dalla seguente serie di osservazioni riferentesi a cinque campioni delle stesse dimensioni, tolti dallo stesso cristallo ed esposti per un minuto primo ai raggi catodici nelle stesse condizioni:

Intervallo di tempo fra eccitazione e riscaldamento	Inizio dell'emissione di luce	Massimo della emissione	Temperatura alla quale cessa l'emissione
2'	50°	90°	200°
27'	52°	100°	250°
60'	49°	120°	350°
15h	50°	150°	350°
24h	52°	170°	350°

Un campione, eguale ai precedenti, esposto ai raggi anodici nelle stesse condizioni, appena estratto dal tubo a vuoto, non dava più luminescenza di sorta, ma a 50° ha cominciato a riemettere luce, a 90° ha raggiunto la massima intensità di emissione, e a 220° non diede più luce di sorta.

Un pezzo di spato, reso ben luminescente ai raggi catodici, venne poi gettato in acido cloridrico; malgrado l' effervescenza vivissima che si produsse, continuò ad emettere luce ancora per circa 3", poi si spense del tutto. Lavato immediatamente e asciugato si mostrò attaccato egualmente su tutte le faccie; riscaldato, a 50° ricominciò ad emettere luce rosso-arancio. È segno quindi che qualche cosa, che forse è in relazione colla colorazione bruna che prende a lungo andare lo spato sotto i raggi catodici, è penetrato nel cristallo ed è capace di dare luce quando il cristallo stesso venga riscaldato. Questa colorazione bruna rivela che è avvenuta una trasformazione forse chimica e il fatto potrebbe appoggiare il modo di vedere di Wiedemann e Schmidt, i quali dicono [1]) che una luminescenza duratura fa sempre supporre si tratti di emissione di luce legata a fenomeni chimici. Questa colorazione, come già ebbe a riconoscere il Beilby [2]), studiando l' azione dei raggi β sul quarzo, sul vetro e sulla calcite, penetra per uno spessore sensibile nel minerale, e scompare mediante un riscaldamento di durata e a temperatura convenienti. Man mano che si forma la colorazione, la capacità a diventare luminescente ai raggi catodici diminuisce e questa non ritorna al suo valore primitivo se non quando, col riscaldamento, non si sia fatta scomparire la colorazione acquistata.

Alla luce ordinaria lo spato d'Islanda è fluorescente color rosso-ceralacca, mentre invece la calcite di Cumberland [3]) non lo è; il Sohncke ne deduce che la fluorescenza ordinaria dello spato d'Islanda è dovuta a qualche impurità che non si trova nella calcite di Cumberland. Ho voluto vedere se qualcosa di simile si verificava per la luminescenza catodica; ho perciò

1) *Wied. Ann. 54,* p. 605, 1895.
2) *Proc. Roy. Soc. London*, 9 Febbr. 1905.
3) L. Sohncke, loco citato.

esaminato un gran numero di campioni di calcite di varie provenienze e accompagnati a minerali diversi cioè:

Provenienza	Minerale trovato insieme
Catawba Co. (N. C.)	Muscovite
Poonah (India)	Apofillite
Oisans (Isère)	Epidoto
Cumberland	—
Islanda	—
Alghero (Sardegna)	Malachite
Brettagna	Armotomo
Gran Sasso d'Italia	Calcopirite
Carrara	Quarzo
Naalsoe (Faroé)	Apofillite
Hartz (Germania)	Apofillite
Franklin (N. Y.)	Willemite
Granby (Missouri)	Emimorfite
S. Benito (California)	Nettunite

ed ho trovato che la luminescenza catodica in tutte queste varietà presentava gli stessi caratteri e sensibilmente lo stesso spettro; solo m'è parso che nella calcite non cristallizzata la luminescenza sia meno duratura che non in quella cristallizzata.

XVIII. *Corindone*. Al_2O_3 $a : c = 1 : 1,3630$.

Gli esemplari esaminati sono:

1) Tre frammenti di cristallo, incolori, trasparenti, provenienti da *Ceylon* (?). Ai raggi catodici diedero luminescenza celeste, facile, debole, istantanea, non polarizzata affatto.

2) Un frammento rosa, un cristallo prismatico verde ed uno pure prismatico azzurro, tutti e tre quasi trasparenti, provenienti dal *Brasile* (?). Ai raggi catodici diedero luminescenza rossa, facile nel primo, difficile nel secondo, senza traccia di polarizzazione sensibile in tutti e due.

XIX. *Cabasite.* $(Ca_2Na_2)Al_2Si_4O_{12} + 6H_2O$ a : c = 1 : 1 : 0860.

Venne esaminato un romboedro di sfaldatura, incoloro, trasparente, di provenienza ignota. Ai raggi catodici diede una luminescenza verde-bluastra, difficile, debole, non polarizzata.

Ai raggi anodici e al fosforoscopio non diede luminescenza di sorta.

XX. *Dolomite.* $(CaMg)CO_3$ a : c = 1 : 0,83224.

Vennero esaminati tre cristalli romboedrici, due provenienti da *Hochsandpass Binn* (*Svizzera*), incolori, trasparenti, il terzo proveniente da *Philipstad* (*Svezia*), quasi trasparente, leggermente colorato in bruno violaceo; il loro comportamento fu identico. Ai raggi catodici diedero una luce rossa, difficile, di media intensità, quasi istantanea, composta di radiazioni da $\lambda = 700$ a $\lambda = 511$, non presentante alcuna traccia di polarizzazione. La luce emessa ai raggi anodici ebbe uno spettro estendentesi da $\lambda = 700$ a $\lambda = 546$, d'intensità minore che non quella ai raggi catodici, istantanea e non presentante traccia di polarizzazione. La Dolomite diventa termofosforescente a 170° con una luce rossa pallida, troppo debole per poter essere esaminata allo spettroscopio. Se è stata prima esposta ai raggi catodici diventa termofosforescente già a 80°. Anche la Dolomite, come la Calcite, diventa leggermente bruna sotto i raggi catodici. Al fosforoscopio non ottenni luce di sorta; Becquerel E. ottenne [1]) invece una luce rosso-arancio.

XXI. *Fenakite.* Be_2SiO_4 a : c = 1 : 0,661065.

I cristalli esaminati furono sette: quattro piccoli, trasparenti, incolori con qualche sfumatura giallastra, provenienti dal *Colorado:* due piccolissimi, incolori, trasparenti, provenienti da *Framont,* e infine uno abbastanza grosso, grigio scuro, quasi trasparente del *M. Antero* (*U. S. A.*) I primi quattro ai raggi catodici diedero una luce bleu-cupo con spettro da $\lambda = 520$ a $\lambda = 380$ con massimo a $\lambda = 410$, persistente per circa mezzo secondo dopo interrotta l'eccitazione, vivissima, facilissima (comincia appena compaiono le prime traccie di luminescenza verde sul vetro del tubo a vuoto), appena percettibilmente polarizzata secondo l'asse principale. Ai raggi

1) *Ann. de Chim. et Phys.* (3), 57, p. 80, 1859.

anodici la luminescenza è dello stesso colore, ma molto più debole e istantanea. I secondi due ai raggi catodici diedero luminescenza eguale a quella data dai primi quattro, ma istantanea e polarizzata più sensibilmente sempre secondo l'asse principale. Sull' ultimo cristallo, presentante ben nette le forme $(11\bar{2}0)$, (1232), $(10\bar{1}0)$ e $(21\bar{3}1)$, di cui le $(11\bar{2}0)$ e $(21\bar{3}1)$ con delle striature parallele allo spigolo comune, furono potute effettuare delle misure e per la catodoluminescenza venne trovato: una polarizzazione sempre secondo l'asse principale per circa il 20 % su $(11\bar{2}0)$ e $(10\bar{1}0)$, pel 5 % su $(12\bar{3}2)$ e del 10 % su $(21\bar{3}1)$.

La Fenakite comincia a diventare termofosforescente a 120°, emettendo una luce celeste chiaro che cessa completamente a 180°; il cristallo, dopo questo trattamento, resta un po' annerito. Se la si espone ai raggi catodici a una temperatura di 120°, si ha una luminescenza molto più chiara che non alla temperatura ordinaria, istantanea, più debole, e polarizzata meno marcatamente. Se, dopo essere stata esposta ai raggi catodici, la si riscalda, comincia ad emettere luce celeste-pallido a 80° e a 180° perde ogni luminosità. Esaminandola al fosforoscopio non si ebbe traccia alcuna di fosforescenza.

XXII. *Magnesite*. Mg. CO_3 a : c = 1 ; 0,81123.

Venne esaminato un cristallo romboedrico $(10\bar{1}1)$, biancastro, quasi trasparente, proveniente dal *Piemonte*. Ai raggi catodici diede una luminescenza rosso aranciato, di media intensità, istantanea, non tanto facile, ed assolutamente priva di polarizzazione.

XXIII. *Sparteite*. $CaCO_3$ (con traccie di $MgCO_3$ [1])).

Venne esaminato un romboedro di sfaldatura $(10\bar{1}1)$, proveniente da *Sparta (New Jersey)*, di colore bianco leggerissimamente rosato, trasparente solo vicino agli spigoli, presentante qua e là delle macchie nere superficiali. Ai raggi catodici diede luce facilissima, molto vivace, duratura per alcuni secondi dopo soppressa l'eccitazione, colore rosso carminio, con uno spettro da $\lambda = 710$ a $\lambda = 574$, presentante un massimo d'intensità fra $\lambda = 700$ e $\lambda = 680$; senza alcuna traccia

1) *Nature*. p. 523. Marzo 1901.

di polarizzazione sensibile. Ai raggi anodici uguale comportamento, solo che la luminescenza è in questo caso quasi istantanea. Tanto ai raggi catodici quanto agli anodici la luminescenza si presenta colle stesse caratteristiche anche là dove ci sono le macchie nere superficiali. Quanto più il vuoto è spinto e la differenza di potenziale applicata agli elettrodi del tubo è forte, tanto più cupo è il colore della luce emessa, analogamente a quello che si osserva quando si espone la Sparteite ai raggi β del radio: anche qui il colore diventa tanto più cupo quanto più il radio è vicino. Noto che mentre, secondo le mie osservazioni, la Sparteite emette luce anche ai raggi anodici, l'articolo della « *Nature* », su citato, dice che risponde solo ai raggi β del radio. Fino a 350° non presenta traccia di termoluminescenza; al fosforoscopio dà una luce rosso-giallastra facilissima.

XXIV. *Willemite.* $ZnSiO_4$ $a : c = 1 : 0,66975$.

Dei due esmplari esaminati, uno proviene da *Francklin* (*N. J.*) ed è un grosso cristallo romboedrico, incastrato nella calcite, opaco, color roseo marrone, l'altro proviene da *Altenberg* ed è piccolissimo, trasparente, giallastro.

Ai raggi catodici il primo emise una luce colore verde smeraldo, vivissima, facilissima, istantanea, con spettro da $\lambda = 617$ a $\lambda = 483$ (massimo ben netto a $\lambda = 530$ circa), e non presentante traccia alcuna di polarizzazione. Ai raggi anodici si ebbe pure una luce verde, facile, meno vivace che non ai raggi catodici, non polarizzata e con uno spettro estendentesi da $\lambda = 605$ a $\lambda = 511$ col massimo ancora, benchè meno marcato, a $\lambda = 530$.

Esposto all'effluvio da una punta caricata con una macchina Wimshurst, la sua superficie, là dove viene colpita dall'effluvio, diventa luminosa in verde; esposto a un tratto di scintilla diventa ancora luminoso in verde su tutta la superficie e questa luminosità cessa se si interpone fra la scintilla e il cristallo una lamina di quarzo. L'azione della scintilla quindi non è solo dovuta alla luce ultravioletta da essa emessa; il Kayser dice [1]) che in parte l'azione della scintilla è forse

1) *Handbuch der Spektroskopie* IV. p. 690.

dovuta all'emissione di elettroni che costituirebbero gli « Entladungsstrahlen » di Wiedemann; rimane però allora difficile a spiegare perchè questi non siano deviabili magneticamente [1]). Questo campione di Willemite, diventa pure luminoso in verde se lo si strofina energicamente con un pezzo di cuoio.

Il campione proveniente da Altenberg invece diede ai raggi catodici una luminescenza celeste, istantanea, debole, difficile, non sensibilmente polarizzata. Al fosforoscopio non si ebbe alcuna traccia di luminescenza.

Kunz e Baskerville [2]) da una parte e Nichols e Merritt [3]) dall' altra trovano che la Willemite è fosforescente, viceversa Andrews [4]) sostiene il contrario; io ho trovato che la Willemite di Altenberg, come ho detto, non è fosforescente e che quella americana dava un accenno di fosforescenza verde, debolissima e difficilissima.

Sistema trimetrico.

XXV. *Anglesite.* $PbSO_4$ a : b : c = 0,78516 : 1 : 1,28939.

I cinque cristalli esaminati provengono tutti di *Sardegna*, quattro da *Monteponi* e uno da *Malacalzetta.* Tutti sono trasparenti, incolori e si comportarono ugualmente rispetto alla luminescenza. Ai raggi catodici si ebbe una luce bleu violetta, vivace, non troppo facile, istantanea, polarizzata debolissimamente secondo l' asse *z*. Sulle forme (102) e (001) non fu potuta rinvenire traccia sensibile di polarizzazione e in uno di Monteponi neppure sulle forme (014) (012) e (101).

Ai raggi anodici la luce emessa è debolissima, celeste, molto difficile, senza traccie sensibili di polarizzazione. L'Anglesite non emette termoluminescenza di sorta fino a 350°, alla quale temperatura crepita e va in pezzi. Al fosforoscopio emise una luce verde-chiaro giallastra di media difficoltà.

XXVI. *Barite.* $BaSO_4$ a : b : c = 0,8152 : 1 : 1,3136.

Vennero esaminati tre cristalli, due trasparenti, bianco giallastri verso gli orli e leggermente verdi bluastri nel

1) *Wied. Ann. 60,* p. 269, 1897.
2) *Chem. New. 89,* p. 1, 1904.
3) *Phys. Rev. 23,* p. 37, 1906.
4) *Fortschritte. 60,* (2), p. 567, 1904.

mezzo, provenienti da *Mambray* (*Cumberland*), l'altro incoloro, trasparente, proveniente da *Dufton* (*Westmoreland*). Ai raggi catodici i primi due diedero una luce bleu scuro, di media intensità, difficile, istantanea, polarizzata normalmente all'asse z del 30 %, sulle faccie della forma (110), del 15 % su (012) non polarizzata affatto su (001). L'ultimo diede una luce debole, difficile, instantanea, color violetto, polarizzata in modo appena percettibile normalmente all'asse z su (012) e (110), non polarizzata su (001). Dopo essere stato calcinato, uno dei primi due diede ai raggi catodici una luminescenza bleu-verdastra, difficile, istantanea, non presentante traccie di polarizzazione.

A 300°, e solo dopo essere stata preventivamente esposta ai raggi catodici, la Barite emette una termofosforescenza biancastra molto debole; ai raggi anodici e al fosforoscopio nessuna luminescenza.

XXVII. *Aragonite*. $CaCO_3$ a : b : c = 0,622444 : 1 : 0,720560.

Venne esaminato un cristallo trasparente, leggermente giallastro, presentante le forme (100) (110) e (101), di provenienza ignota.

Ai raggi catodici diede una luminescenza bleu, poco vivace, istantanea, difficile, polarizzata parallelamente all'asse z: in modo appena percettibile sulle faccie della forma (101), del 10 % circa su (100) e del 5 % circa su (110). Al fosforoscopio diede luce bleu-verdastra, difficile, debole.

XXVIII. *Calamina*. $(ZnOH)_2SiO_3$ a : b : c = 0,7834 : 1 : 0,4778.

I due campioni esaminati provengono: uno da *Netschinsk* ed è costituito da un gruppetto di diversi cristalli, tabulari, incolori, trasparenti, l'altro da *Iglesias* (*Sardegna*) pure incoloro e trasparente; il loro comportamento fu del tutto analogo. Ai raggi catodici diedero luminescenza color celeste-verdastra, debole, istantanea, facile, polarizzata normalmente all'asse z per circa il 20 % sulle faccie delle forme (010) e (110), non polarizzata affatto su (001). Ai raggi anodici e al fosforoscopio ambedue gli esemplari non presentarono traccie di luminescenza.

XXIX. *Celestina*. $SrSO_4$. a : b : c = 0,77895 : 1 : 1,28005.

Vennero esaminati tre esemplari: due provenienti dalla *Sicilia*, ambedue prismatici, incolori e trasparenti, ed uno pro-

veniente dal *Tirolo*, costituito da un fascio di fibre, color celeste qua e là più scuro, quasi opaco. I primi due non diedero traccie di luminescenza nè ai raggi catodici, nè agli anodici, nè per un riscaldamento fino a 350°; al fosforoscopio diedero invece una fosforescenza celeste chiara di media difficoltà. L'ultimo esemplare ai raggi catodici diede una luminescenza color celeste pallido, debole, difficile, istantanea, non polarizzata in modo sensibile.

XXX. *Cerussite*. $PbCO_3$ a : b : c = 0,60997 : 1 : 0,72300.

I campioni esaminati furono quattro, provanienti rispettivamente da *Montevecchio* (*Sardegna*), da *Gennamari* (*Sardegna*), da *Mies Bremse* e da *Monteponi* (*Sardegna*); i primi due incolori, trasparenti, uno di essi presentante macchie di ossido di ferro; il terzo color bianco grigiastro quasi trasparente, il quarto di colore leggermente giallastro, trasparente. Ai raggi catodici tutti [1]) diedero una luce celeste-verdastra chiara, vivace, facile, istantanea, non polarizzata sulla forma (001) e polarizzata parallelamente all'asse *z* sulle altre; nei primi tre campioni l'ammontare della polarizzazione fu di circa il 25 % sulle faccie delle forme (100) (010) e (110), nell'ultimo invece del 10 % su (101), del 32 % su (100), del 40 % su (010) e del 50 % su (110).

XXXI. *Crisoberillo*. $BeAl_2O_4$
a : b : c = 0,47006 : 1 : 0,58002.

Vennero studiati cinque frammenti di cristalli, color verde chiaro, quasi trasparenti, opalescenti in qualche punto, provenienti tutti da *Ceylon*. Ai raggi catodici diedero una luce celeste, debole, istantanea, difficile, con nessuna traccia sensibile di polarizzazione: ai raggi anodici il comportamento fu analogo, ma la luce più debole assai. Riscaldati fino a 320° non diedero alcuna emissione di luce, solo si è verificato un inbrunimento della tinta. Al fosforoscopio nessuna luminescenza.

XXXII. *Danburite*. $CaB_2Si_2O_8$ a : b : c = 0,54446 : 1 : 0,48006.

I campioni esaminati sono tre: uno proveniente da *Russel S. Lawrence Co.* (*N. Y.*), grosso, quasi trasparente solo

1) Nel campione preveniente da Gennamari i punti macchiati dall'ossido di ferro non emisero luminescenza di sorta.

agli orli, colore grigio leggermente bruno giallastro, traversato da fitte fratture in tutta la massa; uno proveniente da *Val Platz* (*Svizzera*) costituito da un ammasso di cristallini biancastri quasi trasparenti; il terzo infine proveniente dal *M. Scopi* (*Svizzera*), piccolo, prismatico, incoloro, trasparente.

Il primo campione, esposto ai raggi catodici, diede una luminescenza bleu-verdastra, istantanea, non molto intensa, difficile, con qua e là qualche punto color rosa violaceo che cresce di intensità coll' intensità dei raggi e colla durata dell' eccitazione. Questa luminescenza è polarizzata in modo parziale normalmente all' asse *z*, del 10 °/₀ sulle forme (110) e (120) e del 2 °/₀ sulla forma (221); nessuna traccia di polarizzazione nella luce emessa dalla forma (001). Riscaldato, a circa 200° emette una luce vivace color giallo rossastro [1]) e non polarizzata.

I due campioni svizzeri diedero ai raggi catodici una luminescenza celeste, facile, vivace, un po' duratura e che spegnendosi va diventando biancastra, polarizzata del 30 °/₀ sulle faccie delle forme (110) e (120) *parallelamente* all' asse *z*. Ai raggi anodici diedero luce celeste, debole, istantanea, polarizzata al 10 °/₀ sulle forme predette *parallelamente* all' asse *z*. Dopo essere stati esposti ai raggi catodici, riscaldati, a 90° cominciarono ad emettere una luce color rosso arancio, abbastanza vivace, che a 120° cominciò ad indebolire e a 300° scomparve del tutto.

Al fosforoscopio non diedero traccia alcuna di luminescenza.

XXXIII. *Emimorfite.* $H_2Zn_2SiO_5$ a : b : c = 0,7834 : 1 : 0,4778.

Vennero esaminati sette campioni: tre provenienti da *Stirling Hill Ogdenstrug* (*N. Jersey*) costituiti da gruppi di piccoli cristalli, incolori, trasparenti; due da *Granby* (*Missouri*) costituiti pure da cristalli piccoli, incolori, trasparenti; e due da *Castletown* (*Derbyshire*), cristalli isolati, quasi incolori. Il comportamento fu quasi analogo. Ai raggi catodici diedero luminescenza facile, debole, color celeste chiaro, istan-

1) Hintze (loc. cit. p. 100) dice: *rosa;* Dana (Descriptive Mineralogy, pag. 492, 1899) dice: *verdastra*.

tanea, polarizzata normalmente all' asse *z*, sulle faccie della forma (010); l' ammontare della polarizzazione della luce emessa da queste faccie è di circa il 40 °/₀ e sulla forma (121) solo del 15 °/₀. Ai raggi anodici la luminescenza emessa ha le stesse caratteristiche, ma l' ammontare della polarizzazione sulle faccie della forma (010) è solo del 10 °/₀. Tutti i campioni, strofinati con un pezzo di cuoio emisero luce celeste chiaro, debolissima, istantanea. Fino a 350° non diedero luminescenza di sorta; esponendo l' emimorfite ai raggi catodici ad una temperatura di 120° si ebbe una luminescenza cogli stessi caratteri che alla temperatura ordinaria, ma più debole e sulla forma (010) polarizzata solo del 20 °/₀. Al fosforoscopio nessuna emissione di luce.

I due campioni provenienti da Castletown diversificarono dagli altri in quanto che non diedero luminescenza sensibilmente polarizzata.

XXXIV. *Enstatite.* $(Fe\,Mg)\,Si\,O_3$

a : b : c = 0,97133 : 1 : 0,57000.

Ho potuto disporre solo di due frammenti di clivaggio, provenienti da *Bamle* (*Norvegia*), opachi, quasi trasparenti solo agli orli, colore bruno verdastro con riflessi micacei. Ai raggi catodici diedero una luce rosso giallastra qua e là violacea, difficile, debole, istantanea, polarizzata in modo appena sensibile normalmente all' asse *z* sulle faccie delle forme (110) e (010). Non ottenni luce di sorta nè ai raggi anodici, nè per riscaldamento fino a 350°, nè al fosforoscopio.

XXXV. *Ilvaite.* $H_2\,Ca_2\,Fe_4\,Fe_2\,Si_4\,O_{18}$

a : b : c = 0,6635 : 1 : 0,4427.

Vennero esaminati tre cristalli neri, isolati, opachi, prismatici, troncati irregolarmente alle estremità, provenienti dall' isola d' *Elba.* Nel tubo a vuoto l' ilvaite emette molti gas ed è quindi difficile fare delle osservazioni; ai raggi catodici dà una luminescenza rosso-mattone, debolissima, difficile, non presentante traccie sensibili di polarizzazione.

XXXVI. *Leucofane.* $Na\,Ca\,Be\,Si_2\,O_6\,Fl$

a : b : c = 0,9939 : 1 : 0,6722.

Il campione studiato, proveniente da *Brevig* (*Norvegia*), è color giallo-bruno-verdastro, quasi trasparente appena agli orli.

Ai raggi catodici diede una luminescenza rosa giallastra qua e là violacea [1]), vivace, istantanea, non presentante traccie di polarizzazione sensibile su tutte le faccie; questa luminescenza in vuoto ascendente comincia quando non è ancora comparsa la catodoluminescenza verde del vetro del tubo a vuoto. Dopo un' esposizione di 10 minuti primi ai raggi catodici, la superficie di questo minerale diventò di colore un po' più bruno. Ai raggi anodici la luminescenza è rosa-giallastra, molto meno vivace e non presentante le macchie violacee. A 150° dà una termoluminescenza rosa violacea che ricorda molto quella della fluorite e che a 400° non è ancora cessata [2]). Al fosforoscopio dà una luce rosa, difficilissima.

XXXVII. *Stronzianite.* $Sr CO_3$

a : b : c = 0,60901 : 1 : 0,72388.

Vennero esaminati due esemplari: uno dell' *Hartz* e uno dell' *Hamm*, ambedue piccoli, incolori, trasparenti. Ai raggi catodici diedero una luminescenza debole, istantanea, polarizzata parallelamente all'asse z; il primo di color giallo, facile, polarizzata del 60 % sulle forme (100) e (010), e del 10 % su (441); il secondo di colore celeste, con spettro estendentesi da $\lambda = 590$ a $\lambda = 400$ con massimo a $\lambda = 400$, difficile e polarizzata del 40 % sulle forme (100) e (010). Al fosforoscopio non diede luminescenza di sorta.

Sistema monoclino.

XXXVIII. *Armotomo.* $Ba Al_2 Si_5 O_{14} + 5 H_2 O$

a : b : c = 0,70315 : 1 : 1,2310 $\beta = 55°.10'$.

Vennero esaminati due cristalli geminati a croce, trasparenti, incolori, di provenienza ignota, appartenenti al Gabinetto di Mineralogia dell' Università di Sassari. Ai raggi catodici diedero una luce debolissima, verde, difficile, istantanea, non presentante traccie di polarizzazione sulle faccie delle forme studiate cioè: (100), (010) e (001). A 120° diventa termoluminescente, color giallo arancio; questa luce a 170° è già

1) Questi punti violacei diventano più luminosi al crescere della differenza di potenziale applicata agli elettrodi del tubo.

2) Anche col riscaldamento il colore del minerale imbrunisce un po'.

diminuita sensibilmente d'intensità e a 195° scompare del tutto, mentre il cristallo è diventato bianco opaco. Al fosforoscopio diede fosforescenza verde giallastra, debole, difficile.

XXXIX. *Condrodite.* $H_2 (Mg Fe)_{19} Si_8 O_{34} Fl_4$

$a : b : c = 1,08028 : 1 : 3,14379. \quad \beta = 90°.$

Dei due esemplari esaminati uno proviene da *Brewster* (*N. York*) ed è di colore rossastro bruno, opaco meno agli orli ove è quasi trasparente; l'altro da *Kafveltorf* (*Svezia*) ed è opaco, colore bruno rossastro scuro; quest' ultimo non presentò traccia alcuna di luminescenza in nessun caso. Il primo diede ai raggi catodici una luminescenza debole, difficile, istantanea, color rosso arancio, polarizzata del 10 % normalmente all' asse *z* sulla forma (010). Ai raggi anodici identica luminescenza, ma più debole e con una polarizzazione appena sensibile; nessuna termoluminescenza, nè fosforescenza.

XL. *Brucite.* $H_2 (Mg Fe)_{19} Si_8 O_{34} Fl_4$

$a : b : c = 1,08028 : 1 : 3,14379. \quad \beta = 90°.$

Venne esaminato un piccolo cristallino, incoloro, trasparente, di aspetto biancastro madreperlaceo per le sfaldature interne, proveniente da *Lancaster Co.* (*Pennsilvania*). Ai raggi catodici diede una luminescenza, debole, celeste, difficile, istantanea, polarizzata in modo appena sensibile normalmente all' asse *z*. Al fosforoscopio diede luce celeste, chiara, difficilissima.

XLI. *Colemanite.* $Ca_2 Be_5 O_{11} + 5 H_2 O$

$a : b : c = 0,7748 : 1 : 0,5410. \quad \beta = 69° 50' 45''.$

Ho potuto studiare un piccolo cristallo incoloro, trasparente, proveniente da *Death Valley* (*California*). Ai raggi catodici ed anodici non diede luminescenza di sorta, al fosforopio invece una luce celeste chiara, di media difficoltà e non polarizzata affatto. Kunz e Baskerville [1]) dicono che la colemanite è fiuorescente ai raggi ultravioletti; in questo campione non ho potuto constatare nessuna traccia di fluorescenza.

XLII. *Diopside.* $Mg Ca Si_2 O_6$

$a : b : c = 1,092213 : 1 : 0,58931. \quad \beta = 74° 10' 9''.$

1) *Chem. News.* 89, p. 1, 1904.

Di questo minerale ho voluto esaminare vari campioni per controllare il fenomeno da me precedentemente [1]) osservato su di esso e che consiste in una *doppia luminescenza* ai raggi catodici, ottenendosi dalla forma (100) una luce *giallo aranciata*, debole, difficile e polarizzata del 5 % *parallelamente* allo spigolo [001] e dalle altre forme osservate cioè: (010) (110) ($\bar{2}$21) (310) una luce *rosso scarlatta* e polarizzata fino al 42 % (su (010)) *normalmente* allo stesso spigolo [001].

I campioni studiati sono i seguenti:

1) Tre provenienti [2]) dalla *Mussa* (*Ala Piemonte*), due color verde pistacchio chiarissimo e uno color verde grigiastro, tutti trasperenti. Esposti ai raggi catodici diedero netto il fenomeno della *doppia luminescenza* e cioè: le faccie delle forme (010) (110) (310) ($\bar{2}$21) (101) (111) diedero una luminescenza (*rosso scarlatta*) il cui spettro si estendeva da $\lambda = 646$ a $\lambda = 574$ con un massimo marcato da $\lambda = 646$ a $\lambda = 600$, vivace, facile (si presenta anche quando non c'è ancora traccia di catodoluminescenza verde sulle parti del tubo a vuoto), istantanea, polarizzata *normalmente* allo spigolo [001] rispettivamente così: del 50 % su (010), del 25 % su (110) e ($\bar{2}$21), del 30 % su ($\bar{1}$01) (111) e del 10 % su (310); le faccie invece della forma (100) diedero una luce *giallo-aranciata*, debolissima, difficile, istantanea, polarizzata *parallelamente* allo spigolo [001] pel 2-5 %. Le faccie della forma (001) diedero infine una luminescenza rosso-scarlatta, di media intensità, facile, istantanea e non presentante traccie di polarizzazione. Ai raggi anodici si ebbe eguale comportamento dal punto di vista qualitativo, ma la luce giallo arancio emessa dalla forma (100) compare appena; anche la luce rosso-scarlatta delle altre forme compare meno vivace e l'ammontare della luce polarizzata è anche minore; infatti si ha: 30 % su (010), 15 % su (110) e 10 % su (111).

2) Un cristallo proveniente da *Testa Ciarva*, piccolo, trasparente, quasi incoloro ad una estremità, colorato in verde chiaro all'altra con netta linea di separazione. Anche questo presentò ai raggi catodici ben netta la *doppia luminescenza*,

1) *Rend. Acc. Lincei* (5), p. 226, II sem., 1905.
2) I due precedentemente studiati non figurano fra questi.

solo che l' ammontare della polarizzazione è appena sensibile per la luminescenza giallo-aranciata della forma (100) e ammonta appena al 25 % per la luce rossa della forma (010).

3) Un cristallo proveniente da *Valle di Fassa*, opaco, color verde serpentinoso. Presentò ai raggi catodici su *tutte* le faccie una luminescenza *rossa*, difficilissima, debole, istantanea, polarizzata in modo appena percettibile *normalmente* all' asse *z*.

4) Tre cristalli provenienti da *Rotenkopf* (*Zillerthal*, *Tirolo*), trasparenti, l' uno per metà incoloro e per metà verde pistacchio con netta linea di separazione, il secondo incoloro, leggermente ialino e colle faccie profondamente striate, il terzo infine trasparente, color verde bottiglia. Di questi tre campioni i primi due diedero ai raggi catodici una luminescenza gialla leggermente aranciata tanto sulla forma (010) quanto sulla forma (100), polarizzata per circa il 30 % *parallelamente* allo spigolo [001] senza alcuna differenza fra la parte incolora e la parte colorata. Il terzo cristallo, il più grosso dei tre, presenta gli stessi fenomeni dei primi due, solo che su una faccia della forma (010), sotto i raggi catodici, presenta una regione che dà invece una luminescenza rosso scarlatta e polarizzata ad angolo retto sulla linea di separazione; questa regione è compresa entro un angolo limitato da un lato dallo spigolo [001], dall'altro da una retta formante col detto spigolo un angolo di circa 13°. Esaminando il cristallo per trasparenza, anche sotto il microscopio, non si vide alcuna traccia di eterogeneità. Questa faccia, smerigliata, presentò poi luminescenza giallo-arancio, omogenea su tutta la superficie, e polarizzata parallelamente allo spigolo [001].

Esaminati ai raggi anodici i tre cristalli suddetti diedero tutti una luminescenza giallo-aranciata, più debole, istantanea e polarizzata, benchè in misura molto minore, come quella ottenuta ai raggi catodici. Esaminati al fosforoscopio non diedero fosforescenza di sorta.

5) Due cristalli infine provenienti da *De Kalb* (*N. York*), trasparenti, color verde bottiglia chiaro. Uno di essi, il minore, presentò la solita *luminescenza doppia* sulle faccie delle forme (010) e (100); il secondo presentò invece un fe-

nomeno analogo, ma un po' diverso: tutte le faccie delle forme (010) e (100) diedero ai raggi catodici una luce non omogenea e cioè gialla aranciata con qua e là macchie rosse irregolari, le due parti rossa e gialla emesse da una stessa faccia sono polarizzate parzialmente ad angolo retto fra di loro e cioè rispettivamente la rossa *normalmente* allo spigolo [001] e la gialla *parallelamente* allo spigolo stesso; una differenza fra le due forme è che sulla (010) predomina la luce rossa e sulla (100) quella gialla aranciata. Ai raggi anodici la luce emessa è gialla aranciata da per tutto senza traccia di polarizzazione sensibile sulla forma (010) e con una debole polarizzazione appena percettibile parallelamente allo spigolo [001] sulle faccie della forma (100).

Al fosforoscopio si ottenne una luce bianco verdastra, facile.

Dello stesso gruppo del Diopside vennero ancora esaminati i seguenti minerali:

XLIII. *Diallagio.*

Si studiarono due frammenti di provenienza ignota, neri, opachi, lucenti sulle faccie di sfaldatura. Ai raggi catodici diedero luminescenza rosso terra, difficile, istantanea, debole, non presentante traccie sensibili di polarizzazione. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne luminescenza alcuna.

XLIV. *Augite.*

Vennero studiati cinque cristalli neri, opachi, lucenti, forse provenienti dal *Vesuvio*. Ai raggi catodici diedero una luminescenza verdastra, debolissima, molto difficile, istantanea, polarizzata in modo appena percettibile parallelamente all' asse z. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne luce di sorta.

XLV. *Sahlite.*

Due frammenti di sfaldatura, provenienti dalla *Svezia*, di colore verde cupo quasi nero, opachi, diedero ai raggi catodici una luminescenza color rosso arancio, duratura per circa 4", facile, non distribuita uniformemente su tutte le faccie e non presentante traccie di polarizzazione sensibile.

XLVI. *Schefferite* (Mg Fe) (Ca Mn) $Si_2 O_6$.

Venne esaminato un frammento di cristallo, colore bruno verdastro, opaco, proveniente da *Langbanshyttam* (*Svezia*).

Ai raggi catodici diede una fluorescenza bleu celeste, debole, difficile, istantanea, polarizzata in modo appena sensibile normalmente all' asse *z*. Ai raggi anodici e al fosforoscopio nessuna luminescenza.

XLVII. *Tremolite*. $(Mg_3 Ca) Si_4 O_{12}$

$a : b : c = 0,5483 : 1 : 0,2938 \quad \beta = 75° 2'$.

L'esemplare esaminato è un frammento bianco, semitrasparente proveniente da *Gouverneur* (*N. A*). Ai raggi catodici diede luminescenza gialla, facile, di media intensità, istantanea, polarizzata parzialmente secondo l' asse *z*. Al fosforoscopio diede luce gialla, debole, difficile.

XLVIII. *Epidoto*. $H_2 Ca_4 (Al Fe_6) Si_6 O_{26}$

$a : b : c = 1,5807 : 1 : 1,8057. \quad \beta = 64° 36'$.

Vennero studiati due cristalli, uno diritto e uno contorto, color verde-giallastro-bruno, quasi trasparenti, provenienti da *Oisans* (*Isère*). Ai raggi catodici diedero ambedue luminescenza verde giallastra, debole, difficile, istantanea, polarizzata in modo appena sensibile parallelamente all' asse *z*. Le faccie del cristallo diritto contengono delle piccolissime particelle di calcite, visibili solo con un ingrandimento di 200 volte; ai raggi catodici queste impurità si rivelarono subito. senza bisogno di ricorrere a lente di sorta, perchè ogni particella di calcite diede un puntino luminoso color rosso ceralacca e persistente ad emetter luce anche dopo interrotta l'eccitazione. La luminescenza catodica può quindi in qualche caso essere di valido aiuto nell' analisi dei minerali, quando non si possano far sezioni o non si possa ricorrere al microscopio; tanto più che io ho osservato a questo modo delle impurità che assolutamente non si rilevano al microscopio anche sotto ingrandimenti molto forti.

Al fosforoscopio i due campioni non diedero luminescenza di sorta.

XLIX. *Gesso*. $Ca SO_4 + 2 H_2 N$

$a : b : c = 0,68994 : 1 : 0,41241. \quad \beta = 80° 42'$.

Il campione esaminato era incoloro, trasparente, prismatico, limitato dalle forme (110) e (010), proveniente dalla *Sicilia*. Non diede alcuna luminescenza nè ai raggi catodici e anodici, nè per un riscaldamento fino a 350°, nè al fosforo-

scopio. Dopo essere stato tenuto per circa due ore a 350°, con che divenne bianco, opaco, esposto di nuovo ai raggi catodici, diede una luminescenza celeste, debole, istantanea, polarizzata su ambedue le forme osservate del 15 % circa parallelamente all' asse *z*.

Al fosforoscopio, anche dopo calcinato, non diede luce percettibile.

L. *Glauberite.* $Na_2 SO_4 Ca SO_4$

a : b : c = 1,21998 : 1 : 1,02749. $\beta = 67° 49' 7''$.

Vennero esaminati quattro cristalli piccoli, incolori, leggermente giallastri, trasparenti, provenienti da *Villa Rubia* (*Spagna*).

Ai raggi catodici si ebbe una luminescenza facile, gialla, istantanea, polarizzata parallelamente all'asse *z* e precisamente del 30 % sulla forma (110) e del 10-15 % sulla forma (111); la luce emessa dalla forma (001) non presenta traccia sensibile di polarizzazione. Se, dopo averlo esposto ai raggi catodici, si riscalda uno di questi cristalli, a 60° emette una luce giallastra debole, che a 80° cessa del tutto; a 180° il cristallo crepita e va in pezzi. Al fosforoscopio non emette luce alcuna. Kunz e Baskerville [1]) dicono che la Glauberite è fluorescente; nei campioni da me studiati non potei rilevare traccia di fluorescenza ordinaria.

LI. *Leadhillite.* $4 Pb SO_4 2 CO_2 H_2 O$

a : b : c = 1,74764 : 1 : 2,21545. $\beta = 89° 47' 38''$.

Vennero studiate tre lamine di sfaldatura, trasparenti, incolore apparentemente del tutto omogenee anche al microscopio, provenienti da *Malacalzetta* (*Sardegna*). Ai raggi catodici diedero una luminescenza vivace, facile, istantanea, ma di vari colori: qua e là rosa, verde, bleu, ma non presentante in alcun punto traccie di polarizzazione sensibile. Al fosforoscopio diedero luminescenza verde giallastra, facilissima, vivace.

LII. *Lepidolite.* $Si_3 O_9 Al_2 (Li K Na)_2 (Fl OH_2)$.

Ho potuto esaminare un cristallo prismatico a contorno esagonale, formato da una colonna di laminette sovrapposte,

1) Loco citato.

color fior di pesco, semitrasparente, fissato insieme con della tormalina di egual colore su un grosso cristallo di quarzo, proveniente da *Pala* (*California*).

Ai raggi catodici diede una luminescenza rosso cupo, difficile, debolissima, istantanea, su tutte le faccie. La luce emessa dalla forma (001) non diede traccia di polarizzazione sensibile; le faccie del prisma diedero tutte luce polarizzata del 5 % parallelamente all' asse del prisma stesso. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne alcuna luminescenza.

LIII. *Muscovite.* (H K) Al Si O_4

$$a : b : c = 0,57736 : 1 : 1,64518. \qquad \beta = 90°.$$

Il campione esaminato proviene da *Catawba Co.* (*N. C.*) ed è di color verde grigiastro, quasi trasparente, formato di tante laminette sovrapposte, ad aspetto di prisma a contorno esagonale.

Nel tubo a vuoto sotto i raggi catodici emise molto gas, tanto che le osservazioni furono molto difficili. La luce emessa fu celeste, molto debole, istantanea, difficilissima, priva di polarizzazione sulla forma (001), appena sensibilmente polarizzata sulle faccie laterali del prisma normalmente all' asse di questo. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne alcuna luminescenza.

LIV. *Ortose.* $(K\ Na_2)\ Al_2\ Si_6\ O_{16}$

$$a : b : c = 0,6585 : 1 : 0,5554. \qquad \beta = 63°.56'.46''.$$

Vennero esaminati due campioni, ambedue geminati secondo la legge di Baveno e presentanti le forme (001), (101), (111), (110) per ciascun individuo; uno di questi campioni è rosso leggermente giallastro e proviene dalla *Val di Fiemme*, l' altro, bianco leggermente rosato, da *Baveno*. Ai raggi catodici diedero ambedue una luminescenza color rosa-giallastro pallido terraceo, facile, più vivace in quello di Baveno, duratura per 5" e non presentante traccie di polarizzazione sensibile su tutte le forme esaminate. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne da essi alcuna luminescenza.

LV. *Pectolite.* $Na_2\ Ca_2\ Si_3\ O_9$

$$a : b : c = 1,1140 : 1 : 0,9864. \qquad \beta = 84°\ 40'.$$

Venne studiato un campione bianco, opaco, costituito da un aggregato di fibre secondo l' asse *z*, proveniente da *Sen-*

dalfoot (*Ayrshire*). Esposto ai raggi catodici, questo minerale dà, a vuoto molto spinto una luminescenza color *giallo*, istantanea, vivace, non presentante traccie di polarizzazione. Per poco però che il vuoto diminuisca, per esempio, quando appena s'intravede la luminescenza verde del vetro del tubo, allora la luce emessa diventa *celeste violacea;* se si migliora il vuoto si ha di nuovo la colorazione gialla e questa variazione si può ripetere quante volte si vuole. Dopo circa un minuto primo di azione, i raggi catodici hanno colorato la sostanza in viola tenuissimo e la pectolite trasformata, conforme a ciò che trovarono Elster e Geitel [1]) per i sali alogenati dei metalli alcalini e per la polvere di vetro di Turingia [2]), è *sensibile fotoelettricamente*, cioè si scarica rapidamente, se, caricata di elettricità negativa, si espone alla luce ultravioletta. Esposta nel tubo a distanza variabile fra catodo e sostanza, se il vuoto è buono, dà sempre luminescenza gialla tanto a 15 cm. quanto a 68 cm. dal catodo.

Ai raggi anodici dà una luminescenza celeste leggermente violacea che tende al celeste puro col diminuire del vuoto. A 175° un pezzo di pectolite dà una luminescenza color bianco con sfumature celesti. Se si riscalda un pezzo di pectolite, che sia stato preventivamente esposto ai raggi catodici e colorato da questi, pure a 175° si ha l'emissione di una termoluminescenza bianca cilestrina e contemporaneamente la colorazione violacea, assunta sotto i raggi catodici, va scomparendo. Se si spezza un fascetto di fibre di pectolite o lo si strofina con un pezzo di cuoio si ha una triboluminescenza di colore celeste verdastro. Al fosforoscopio infine si ha una luce bianca difficilissima.

LVI. *Sanidino*. $(K\,Na_2)\,Al_2\,Si_6\,O_{16}$

$$a : b : c = 0{,}6585 : 1 : 0{,}5554. \quad \beta = 63^\circ 56' 46''.$$

Il campione studiato proviene dal *Drachenfels* (*Reno*) ed è di colore grigio striato alternativamente più chiaro e più scuro. Ai raggi catodici diede una luminescenza facile, debole, istantanea, color celeste, polarizzata appena sensibilmente se-

1) *Wied. Ann.* 59, p. 489, 1896.
2) Gli autori sospettano che sia una proprietà generale dei silicati alcalini.

condo l'asse z. Ai raggi anodici e al fosforoscopio non si ottenne alcuna luminescenza.

LVII. *Sfeno.* $Ca\,Ti\,Si\,O_5$

$a : b : c = 0,7547 : 1 : 0,8543. \quad \beta = 60^\circ\, 17'$.

Si studiarono due cristalli geminati a doccia, quasi trasparenti, color verde bruno, provenienti dal *Tirolo.* Ai raggi catodici diedero fluorescenza verde, debolissima, istantanea, difficile, non presentante traccia alcuna di polarizzazione sensibile su nessuna delle forme osservate: (100) (111) (100). Ai raggi anodici e al fosforoscopio nessuna luminescenza.

LVIII. *Spodumene.* $Li\,Al\,(Si\,O_3)_2$

$a : b : c = 1,1283 : 1 : 0,6235. \quad \beta = 69^\circ\, 32'\, {}^1/_2$.

Gli esemplari esaminati sono: tre verdi, trasparenti, della varietà « Hiddenite », provenienti da *Alexander Co.* (*N. C.*), ed uno color verde giallastro pure trasparente, proveniente dal *Brasile.* I primi tre diedero ai raggi catodici una luminescenza rossa leggermente giallastra, facile, istantanea, vivace, polarizzata normalmente all'asse z del 98 % su (010) e dell'80 % su (110), presentando così la massima polarizzazione osservata fin qui dopo quella trovata per la Cassiterite. Ai raggi anodici diedero luminescenza dello stesso colore, ma più debole, meno facile e polarizzata nella stessa direzione, ma meno intensamente: pel 50 % sulla forma (010). Fino a 340° non presentarono traccie di luminescenza. Al fosforoscopio diedero una luce giallo-rossastra, facile e polarizzata ancora normalmente all'asse z.

Il campione brasiliano diede ai raggi catodici una luminescenza aranciata, il cui spettro si estendeva da $\lambda = 646$ a $\lambda = 533$, facile, vivace, polarizzata normalmente all'asse z del 70 % sulla forma (010). Ai raggi anodici diede luminescenza dello stesso colore, ma più debole, più difficile e meno marcatamente polarizzata: 80 % sulla forma (010). Fino a 350° non diede termofosforescenza alcuna anche dopo essere stato esposto ai raggi catodici, e dopo il riscaldamento diventò leggermente giallastro.

LIX. *Kunzite.*

È una varietà di spodumene, trovata dal Dott. Kunz in California, che contiene, secondo Davis [1]), oltre il Li e l'Al, anche, ma in minor quantità Ni, Mn, Zn, Ca, K, Na. Nelle prime pubblicazioni [2]) che la riguardano viene menzionata come non presentante nè fluorescenza nè fosforescenza ordinarie e come capace di dare una luminescenza bianca, leggermente persistente, ai raggi X. Più tardi [3]) si trovò che la Kunzite è fortemente fosforescente ai raggi del radio, e il Kunz [4]) credette che la luminescenza fosse dovuta ai soli raggi γ.

Il campione da me studiato proviene da *Pala* (*California*); è un frammento di cristallo, striato secondo l'asse z, stroncato irregolarmente alle estremità, trasparente, quasi incoloro per trasparenza, con splendore vitreo, perlaceo invece sulle faccie di sfaldatura.

Alla luce ordinaria presenta una fluorescenza rosa-lilla, debolissima, e polarizzata normalmente all'asse z; questa fluorescenza scompare totalmente verso i 200° e riappare non appena il cristallo è ritornato alla temperatura ordinaria.

Ai raggi catodici diede una luce rosso-arancio, vivacissima, facile, duratura per alcuni secondi, con uno spettro estendentesi da $\lambda = 690$ fino a $\lambda = 515$ con un massimo da $\lambda = 646$ a $\lambda = 568$; le radiazioni che si spengono prima appena interrotti i raggi catodici sono quelle fra $\lambda = 646$ e $\lambda = 575$; questa luce è polarizzata marcatamente (40-50 °/₀ sulle forme (100) e (010)) normalmente all'asse z. La luminescenza emessa ai raggi anodici presenta le stesse caratteristiche di quella ottenuta ai raggi catodici, solo che è più debole e meno polarizzata: 20 °/₀ sulle forme (010) e (100).

Se si riscalda, dopo averla esposta ai raggi catodici, la Kunzite presenta a 235° circa una termofosforenza color giallo arancio pallido, non presentante traccie sensibili di polarizzazione su nessuna faccia. Questa termoluminescenza diminuisce di intensità col crescere della temperatura e a 400°

1) *Chem. News. 90*, p. 80, 1904.
2) *Nature*, 10 Sett., p. 460, 1903.
3) *Nature*, 31 Marzo 1904.
4) *Radium*, *2*, p. 66, 1905.

sparisce, però non con questo scompare la capacità ad emettere luce. Infatti, se, dopo averla raffreddata sempre allo scuro fino alla temperatura ordinaria, la si riscalda di nuovo, a 295° ricomincia da capo ad emettere luce.

Al fosforoscopio emette una luce giallo-arancio, facile, vivace, polarizzata normalmente all' asse *z* per circa il 50 %. Sotto i raggi Röntgen dà una luminescenza rosa, debole, polarizzata anch' essa normalmente all' asse *z*. Se attraverso il cristallo si fa passare una scarica elettrica la massa del minerale diventa luminosa color rosso-arancio, e, cessata la scarica, la luce dura ancora per parecchi secondi cambiando il suo colore un po' verso il giallo.

LX. *Wollastonite.* $Ca\,Si\,O_3$

$$a : b : c = 1{,}05235 : 1 : 0{,}96494. \quad \beta = 84^\circ\, 35'\, 20''.$$

Venne esaminato un cristallo bianco, leggermente giallastro, appena trasparente verso gli orli, proveniente dalla *Finlandia.* Ai raggi catodici diede una luce piuttosto difficile, vivissima, colore giallo. Questa luminescenza è notevolmente permanente, *ma, cessati i raggi catodici, cambia colore e diventa rossa.* Questo fatto fa riscontro a quello osservato da E. Becquerel [1]), secondo le osservazioni del quale, la Wollastonite al fosforoscopio dà una luce rosso arancio a bassa velocità e verde a grande velocità di rotazione; dunque anche qui le radiazioni che si estinguono più rapidamente sono quelle bleu. Qua e là nella luminescenza catodica, quando si usi un voltaggio d' eccitazione più debole, oppure si operi con un vuoto meno spinto, si hanno dei punti bleu, e questi punti danno luce permanente per $^1/_2$ secondo senza cambiamento di colore. La luminescenza gialla è debolmente polarizzata, al massimo pel 10 % sulla forma (100), normalmente all' asse *z*.

Ai raggi anodici si ha luminescenza gialla, istantanea, debole, appena percettibilmente polarizzata normalmente all' asse *z*. Se si riscalda, la Wollastonite a 80° comincia ad emettere una luminescenza bianco giallastra che continua fino ai 250°; dopo il riscaldamento il minerale rimane leggermente

1) Loco citato.

giallastro. Se la si espone ai raggi catodici ad una temperatura di 120° si ha la solita luminescenza color giallo, e il solito cambiamento di colore nell' estinzione, ma tutto il fenomeno si svolge molto più rapidamente. Al fosforoscopio il campione da me studiato emette luce bianco-giallastra a bassa velocità che tende al verde a grande velocità di rotazione. Strofinata con un pezzo di cuoio, diventa leggermente luminosa in giallo verdastro.

Sistema triclino.

LXI. *Distene.* $(Al\,O)_2\,Si\,O_3$ $a : b : c = 0,89942 : 1 : 0,70898.$
$\alpha = 90°\,23'$; $\beta = 100°\,18'$; $\gamma = 106°\,1'$.

Ho potuto esaminare una laminetta fibrosa, quasi trasparente, color grigio bluastro per trasparenza, proveniente dalla *Pennsilvania.*

Alla luce ordinaria è fluorescente in celeste, non omogeneamente, ma qua e là più scuro; la luce di fluorescenza è leggermente polarizzata parallelamente allo spigolo [001]. Ai raggi catodici questo campione di Distene presenta una luminescenza bleu violacea, facile, duratura per circa 2" e che estinguendosi diventa bleu. Quando ancora non è comparsa traccia della catodofosforescenza del vetro del tubo a vuoto e l'interno di questo è ancora pieno di luce violacea, comincia a comparire la luminescenza del Distene, dapprima bleu anche quando la differenza di potenziale agli elettrodi del tubo è relativamente debole. Aumentando questa e spingendo il vuoto si ottiene la sfumatura violacea che è poi la prima a scomparire appena interrotti i raggi catodici. Questa luminescenza catodica è polarizzata del 60 % sulla forma (100) parallelamente allo spigolo [001]. Ai raggi anodici la luminescenza emessa è bleu verdastra, facile, leggerissimamente duratura, senza cambiamento di colore sensibile durante l'estinzione, polarizzata del 35 % sulla forma (100) parallelamente allo spigolo [001]. Fino al calore rosso non si ebbe alcuna termoluminescenza. Al fosforoscopio questo campione di Distene diede infine luce rossa scarlatta.

Sistema monometrico.

LXII. *Fluorite.* $Ca Fl_2$.

Vennero esaminati due cristalli di *Weardale* (*Durham*) presentanti alla luce ordinaria una fluorescenza violetta vivacissima. Ai raggi catodici diedero una luminescenza violetta con uno spettro estendentesi da $\lambda = 690$ a $\lambda = 440$ con un massimo da $\lambda = 454$ a $\lambda = 448$. Se si riscalda un pezzo di questa fluorite, che non sia mai stato esposto ai raggi catodici, a 175° comincia ad emettere una termoluminescenza celeste verdastra che raggiunge il massimo d'intensità a 290°; raffreddato, e poi riscaldato di nuovo, comincia ad emettere luce a 245°; ripetendo l'operazione un'altra volta, la terza emissione di luce si ha a 300°. Se si riscalda invece un pezzo di fluorite che sia stato esposto prima ai raggi catodici, la termoluminescenza comincia a 100°, ed è di colore celeste verdastro, a 225° il colore cambia e diviene violetto, a 320° il cristallo crepita, si spezza e i frantumi, *anche gli interni*, danno una luminescenza violetta vivace. Al fosforoscopio si ha una luminescenza difficile color verde chiaro.

Ho potuto osservare che se un cristallo di fluorite ha perduto la proprietà della termofosforescenza per un riscaldamento troppo prolungato, si può restituirlo nelle condizioni di prima facendovi fluire sopra l'effluvio da una punta in comunicazione con una macchina elettrica, concordemente a quanto trovarono Trowbridge e Burbank [1]) e contrariamente a quanto sostiene Hoffmann [2]) cioè che l'effluvio non basta. I primi dimostrarono anche che l'effluvio non può essere dovuto alla luce della scarica, essi credono che la carica elettrica assunta dal minerale venga convertita (?) in luce per l'azione del calore nel momento stesso che questo ne facilita la dispersione.

Si può anche ridonare la capacità alla termofosforescenza a una fluorite esausta coll'esposizione ai raggi catodici di conveniente intensità tale e quale come ha osservato H. Becquerel [3]) coll'esposizione ai raggi del radio. È notevole però

1) *Phil. Mag.* (5), *45*, p. 100, 1898.
2) *Wied. Ann.* p. 273, 1897.
3) *Compt. Rend.* 129, p. 912, 1899.

il fatto che se si fanno agire su di essa i raggi catodici così a lungo e con tale intensità che la fluorite raggiunga una temperatura superiore a quella della termofosforescenza, essa non è più capace di diventare termofosforescente.

Riporto ancora qui un elenco dei minerali cimentati che non presentano luminescenza di sorta per mostrare come nessun indizio nè fisico, nè chimico, nè mineralogico possa far prevedere quale specie sia luminescente e quale no:

N.°	Minerale	Sistema cristallino	Composizione	Provenienza	Note
LXIII	Cromite	Monometrico	$FeCr_2O_4$	Texas	Due cristalli, neri, piccoli, opachi.
LXIV	Blenda [1]) esagonale	»	ZnS	Picos de Europa	Cristallo trasparente a forma di tronco di piramide esagonale; color giallo ambra.
	Blenda	»	»	Schwarzenberg	Frammenti di sfaldatura, neri, opachi.
LXV	Spinello	»		?	Cristallino rosso, trasparonte, cogli spigoli arrotondati.
I	Apofillite	Dimetrico	$H_2\,(CaK_2)\,Si_2O_6 + H_2O$	Guanajuato	Cristallo quasi trasparente, bianco, madreperlaceo.
VI	Ottaedrite	»	TiO_2	Binn	Cristallo ottaedrico color giallo chiaro.
XV	Quarzo	Esagonale	SiO_2	Carrara	Cristallo incoloro.
	»	»	»	Pola	Cristallo incoloro.
LXVI	Pirosmalite	Romboedrico	$H_7\,(FeMn)\,Si_4O_{16}Cl$	Nordmark	Due cristalli bruno verdastri, lucenti, opachi.
LXVII	Andalusite	Trimetrico	$Al\,(AlO)\,SiO_4$	Brasile	Due cristalli prismatici, neri, opachi.
LXVIII	Antimonite	»	Sb_2O_3	?	Cristallo aghiforme, opaco, nero, lucente.
LXIX	Staurotide	»	$(SiO_4)_2\,(AlOH)\,(AlO)\,Fe$	Brettagna	Cristallo geminato, bruno, opaco.
LXX	Olivina [2])	»	$(AlgFe)_2\,SiO_4$	Mar Rosso	Cinque cristalli trasparenti, verdi.
LXXI	Iperstene	»	$(MgFe)_2\,SiO_3$	Labrador	Due frammenti neri, opachi.
XXVIII	Celestina	»	$SrSO_4$	Sicilia	Due cristalli incolori, trasparenti.
LXXII	Zinnwaldite	Monoclino	$Si_5O_{16}Al_3Fe\,(LiKNa)_3\,FlOH)_2$	Zinnwald	Cristalli tabulari color grigio piombo, lucenti.
LXXIII	Wolframite	»	$(FeMn)\,WO_4$	»	Due cristalli neri, lucenti, opachi.
»	»	»	»	Cornovaglia	Tre cristalli neri, lucenti, opachi.
LXXIV	Vivianite	»	$Fe_3P_2O_8 + 8H_2O$	Wheade Josse	Frammenti bruni, opachi, lucenti.
LXXV	Ortoclorite	»	$Si_2Mg_3H_4O_9$	?	Lamina di sfaldatura, verdastra, trasparente.
LXXVI	Nettunite	»	$(NaK)_2\,(FeMn)\,(SiTi)_5\,O_{12}$	S. Benito	Due cristalli prismatici, neri, opachi, lucenti.
XLIX	Gesso	»	$CaSO_4 + 2H_2O$	Sicilia	Cristallo prismatico, incoloro, trasparente.
XXXIX	Condrodite	»	$H_2\,(MgFe)_{19}\,Si_8O_{34}\,Fl_4$	Kafveltorf	Frammento bruno rossastro, quasi opaco.
LXXVII	Babingtonite	Triclino	$(Ca_2Fe_2Mn_2Fe_2)\,Si_3O_9$	Arendal	Cristallo nero, lucente, opaco.
LXXVIII	Axinite	»	$H\,(CaFeMn)_3\,Al_2BSi_4O_{16}$	Chamounix	Frammento trasparente, bruno violaceo.

1) È strano che questo campione di una sostanza che è citata fra le più luminescenti non abbia dato luminescenza di sorta.
2) Portata a 850° scurisce, diventando bruna.

Riassumendo:

1) Vennero esaminati i fenomeni della luminescenza su 227 campioni cristallizzati di 78 specie minerali naturali diverse e precisamente come risulta dal seguente specchietto:

N.° delle specie	N.° dei campioni	Sistema cristallino
4	9	Monoclino
9	40	Dimetrico
7	22	Esagonale
9	41	Romboedrico
18	52	Trimetrico
28	60	Monoclino
3	3	Triclino

avendo avuto cura di applicare, ogni volta che fu possibile, *sugli stessi campioni* i differenti modi di eccitazione, poichè, come risulta da queste ricerche, le luminescenze che si ottengono anche applicando lo stesso mezzo di eccitazione su sostanze eguali, ma di diversa provenienza, possono essere notevolmente diverse.

Di tutte queste specie minerali: 18 non diedero alcuna traccia di luminescenza in nessun caso, 60 risposero ai raggi catodici, 23 agli anodici, 20 diedero fosforescenza, 14 termoluminescenza, 3 elettroluminescenza e 4 triboluminescenza. Presentarono catodoluminescenza residua i seguenti minerali: Zircone, Scheelite, Milarite, Dolomite, Fenakite, Danburite (*Svizzera*), Calcite, Sparteite, Kunzite, Wollastonite, e Distene; gli ultimi cinque presentarono anche anodoluminescenza residua.

2) Speciale attenzione venne dedicata ai fenomeni della luminescenza ai raggi catodici poichè è quella più generale, consente l'esame particolareggiato anche di cristalli relativamente piccoli ed è un mezzo importante per riconoscere la

simmetria superficiale almeno della maggior parte delle sostanze luminescenti [1]).

Molti ritengono che i fenomeni delle varie specie di luminescenza siano da considerare da un punto di vista unico, ammettendo che ciascuna sostanza possegga uno spettro di luminescenza suo proprio le cui varie parti verrebbero più specialmente eccitate a seconda delle condizioni di temperatura, di eccitazione ecc. ecc.; in ciascuna sostanza dunque le varie specie di luminescenza sarebbero dovute ad un insieme di vibrazioni, in generale molto complesso, di uno stesso sistema di corpuscoli e i vari modi di eccitazione non differirebbero fra di loro che nell' attitudine a destare questo piuttosto che quel sistema di periodi di vibrazioni: i raggi catodici, pur non essendo capaci che di influire sullo strato superficiale delle diverse sostanze, non sarebbero che il modo più energico finora conosciuto per eccitare almeno in parte queste vibrazioni; osservo però che la Celestina di Sicilia e la Colemanite di Death Valley, per esempio, le quali non sono eccitabili coi raggi catodici, sono perfettamente eccitabili dalla luce dell' arco voltaico nel fosforoscopio. Sta di fatto che i caratteri delle varie luminescenze sono così diversi fra di loro che sembra un po' arduo accettare senz' altro un tal modo di vedere. Ecco, per esempio, un quadro riassuntivo dei colori di luminescenza in alcune sostanze che poterono essere sottoposte, sullo stesso campione e in condizioni eguali, alle diverse eccitazioni, un tratto — sta ad indicare che la sostanza non presenta quella data luminescenza:

1) Ricordo ancora che la catodoluminescenza può essere di prezioso aiuto per riconoscere in alcuni casi le minime impurità o eterogeneità; basta pensare ai casi dell' Epidoto, della Leadhillite e del Diopside americano.

Sostanza	Luminescenza catodica	Luminescenza anodica	Fluorescenza	Fosforescenza	Termoluminesc.
Calcite	rosso ceralacca	rosso ceralacca	rosso ceralacca	rosso giallastra	giallo biancast.
Apatite	giallo verdastra	—	giallo verdastra	—	verde giallastra
Fosgenite	celeste verdastra	bianca	verde giallastra	bianco verdastra	—
Fluorite (Durham)	violetta	violetta	violetta	verde chiara	bleu verdastra
Anglesite	bleu	bleu	—	verde giallastra	—
Apofillite (Hartz)	celeste	celeste	rosa	—	—
Armotomo	verde	—	—	verde giallastra	giallo aranciata
Barite	bleu verdastra	—	—	—	bianca
Condrodite	rosso aranciata	rosso aranciata	—	rosso aranciata	—
Colemanite	—	—	—	celeste chiara	—
Danburite	bleu verdastra	celeste	—	—	giallo rossastra
Diopside	rossa e gialla	rossa e gialla	—	bianca verdastra	—
Distene	bleu violacea	bleu verdastra	celeste	rossa	—
Dolomite	rossa	rossa	—	—	rossa
Emimorfite	celeste	celeste	—	—	—
Fenakite	celeste	celeste	—	—	celeste chiara
Glauborite	gialla	—	—	—	gialla
Kunzite	giallo aranciata	giallo aranciata	rosa	giallo aranciata	giallo aranciata
Leucofane	rosso violacea	rossa violacea	—	rosa	rosa violacea
Milarite	celeste	celeste	—	verde chiara	—
Pectolite	gialla	celeste	—	bianca violacea	bianco bluastra
Scheelite	celeste chiara	bleu	—	rosso aranciata	—
Sparteite	rossa	rossa	—	giallo aranciata	—
Spodumene	giallo rossastra	giallo aranciata	—	giallo aranciata	—
Willemite	verde	verde	verde	—	—
Wollastonite	gialla	gialla	—	bianco giallast.	bianco giallast.
Tremolite	gialla	gialla	—	gialla	—
Celestina (Sicilia)	—	—	—	celeste	—
Cassiterite	verde	—	—	—	—
Leadhillite	bleu	—	—	verde giallastra	—

Se vi sono delle analogie indiscutibili, le differenze troppo marcate che si notano in alcuni casi fra i diversi colori fanno dubitare molto che non si tratti invece di fenomeni diversi tanto più che, come risulta da queste ricerche, i fenomeni di polarizzazione della luce emessa presentano tali particolarità, che differenziano marcatamente una luminescenza dall' altra; basta pensare al caso del Distene ove la fosforescenza ordinaria e la luminescenza ai raggi catodici

sono di colore affatto diverso, ed ai casi, come per esempio, nella Calcite, in cui la fluorescenza ordinaria è polarizzata e la luminescenza ai raggi catodici no; ricorderò infine il fenomeno scoperto da H. Becquerel nel Nitrato d'Uranio e ricordato in principio: lo spettro di fosforescenza di questa sostanza, alla temperatura dell'aria liquida [1]), è composto di bande il cui piano di polarizzazione è orientato diversamente da una all'altra.

3) Concordemente a quanto hanno osservato Nichols e Merritt [2]) per la Willemite, ho trovato anch'io che per molti minerali lo spettro della luminescenza ai raggi catodici è lo stesso qualunque sia la differenza di potenziale applicata agli elettrodi del tubo a vuoto e quindi è indipendente dalla *velocità* dei raggi catodici; in altri casi però, come per la Pectolite, la Milarite e la Wollastonite, il cambiamento notevole di colore che si ha al variare del vuoto nel tubo fa sospettare che il fenomeno sia molto più complesso.

4) In generale la intensità della luminescenza ai raggi catodici è tanto maggiore quanto più grande è la differenza di potenziale applicata agli elettrodi del tubo e quanto più intensa è la corrente attraversante il tubo; ciò vale però entro limiti abbastanza ristretti, si raggiunge abbastanza presto un massimo perchè, per quante precauzioni si prendano, la sostanza sotto i raggi catodici si riscalda e in generale col riscaldamento si ha una minore capacità ad emettere la catodoluminescenza. Bisogna infine tener conto, a parità di tutte le altre condizioni, della durata dell'eccitazione che quanto è più lunga tanto più profondamente in certi casi modifica il corpo, rendendolo quasi sempre meno atto a questo genere di luminescenza. Non si può dire quindi della catodoluminescenza quello che si dice [3]) della fotofosforescenza, e che cioè l'intensità dell'eccitazione è in relazione coll'ampiezza di vibrazione dei sistemi emettenti la luce, e la durata invece col loro nu-

1) È da notare che nulla si sa sulla simmetria di questo cristallo a una temperatura così bassa.

2) *Phys. Rev. 27*, p. 355, 1908.

3) Kayser, l. c., p. 725.

mero: in questo caso al crescere dell'intensità dell'eccitazione è accompagnato un maggiore riscaldamento che diminuisce l'attitudine ad emetter luce, dall'altro lato poi colla durata si svolgono dei processi di trasformazione che alterano la sostanza tendendo in generale a diminuire la luminescenza. Di più, come risulta dalle misure effettuate sulla calcite, oltre che dell'ampiezza e del periodo di vibrazione e del numero dei centri vibranti, occorre tener conto dello *smorzamento* delle vibrazioni che producono la luce; la rapidità con cui queste si estinguono dipende pure dall'intensità e dalla durata dell'eccitazione e dalla temperatura.

5) Il comportamento delle varie specie minerali rispetto alla luminescenza prodotta dai raggi catodici ha un carattere piuttosto individuale che non ha nulla a che vedere cogli aggruppamenti che sogliono farsi dal punto di vista mineralogico. Per convincersene basta dare uno sguardo, per esempio, al comportamento dei minerali del gruppo dell'Andalusite: Danburite, Distene, Andalusite, a quello delle Miche litifere: Zinnwaldite, Lepidolite, Muscovite, e più ancora a quello dei Pirosseni: Enstatite, Iperstene, Wollastonite, Diopside, Sahlite, Schefferite, Augite, Spodumene, Pectolite, Babingtonite.

Anche minerali di eguale composizione, di eguale forma cristallina hanno diverso comportamento ai raggi catodici; per esempio: i minerali del gruppo dell'Augite ecc. ecc. Così si hanno sostanze che a seconda della provenienza sono luminescenti o no; per esempio: Apofillite, Condrodite, Quarzo; oppure presentano luminescenza di colore affatto diverso; per esempio: Willemite, Stronzianite, Corindone, mentre al contrario altri, pur avendo provenienze diverse, presentano luminescenze identiche, per esempio: la Calcite.

6) Alcune sostanze, come: la Milarite e la Pectolite, hanno la proprietà di cambiare il colore della luminescenza catodica emessa, al variare del vuoto nel tubo.

7) Anche rispetto all'orientazione del piano di polarizzazione della parte polarizzata della luminescenza emessa si hanno delle particolarità notevoli. Ecco un riassunto dei risultati ottenuti a seconda dell'orientazione di detto piano di polarizzazione rispetto agli assi del cristallo:

— SISTEMA DIMETRICO. Presentano:

polarizzazione secondo l'asse z: Apofillite (Naalsoë, Poonah), Cassiterite, Wulfenite, Anatasio, Zircone, Idocrasio;

polarizzazione normale all' asse z: Apofillite (Hartz), Fosgenite, Rutilo, Scheelite;

nessuna traccia di polarizzazione: Apofillite (Utö).

— SISTEMA ESAGONALE. Presentano:

polarizzazione secondo l'asse z: Cinabro, Hanksite, Giacinto di Compostella, Apatite, Berillo;

dicroismo: Milarite;

doppia luminescenza: Greenockite;

nessuna traccia di polarizzazione: Quarzo incoloro.

— SISTEMA ROMBOEDRICO. Presentano:

polarizzazione secondo l'asse principale: Fenakite;

nessuna traccia di polarizzazione: Calcite, Corindone, Dolomite, Magnesite, Smithsonite, Sparteite, Willemite, Cabasite.

— SISTEMA TRIMETRICO. Presentano:

polarizzazione secondo l' asse z: Anglesite, Cerussite, Dauburite (Svizzera), Stronzianite, Aragonite;

polarizzazione normale all' asse z: Calamina, Emimorfite (Stirling Hill, Granby), Enstatite, Barite, Danburite (Russet);

nessuna traccia di polarizzazione: Celestina, Crisoberillo, Ilvaite, Leucofane, Emimorfite (Castletown).

— SISTEMA MONOCLINO. Presentano:

polarizzazione secondo l'asse z: Augite, Epidoto, Gesso (calcinato), Glauberite, Lepidolite, Sanidino, Tremolite;

polarizzazione normale all' asse z: Brucite, Condrodite, Kunzite, Muscovite, Schefferite, Spodumene, Wollastonite;

doppia luminescenza: Diopside;

nessuna traccia di polarizzazione: Armotomo, Diallagio, Leadhillite, Ortose, Pectolite, Sahlite, Sfeno.

Noi vediamo qui campioni della stessa sostanza presentare differenza nell' orientazione del piano di polarizzazione a seconda della provenienza; per esempio: Apofillite, Danburite, Emimorfite.

8) Di fenomeni nuovi interessanti dobbiamo rilevare i seguenti:

a) *il dicroismo* presentato dalla Milarite: le vibrazioni del sistema emettente luce in questo caso sono dunque la risultante di vibrazioni che avvengono in piani diversi, pur sempre in certa relazione colla simmetria cristallina della sostanza, e sono diverse per ampiezza e per periodo e quindi in intensità e in colore. Un fatto analogo venne osservato dal Sohncke [1]) per il Berillo nel caso della fluorescenza ordinaria;

b) *la doppia luminescenza catodica* presentata dalla Greenockite e dal Diopside. Nella prima, a seconda delle faccie, si ha una differente orientazione del piano di polarizzazione della luce emessa pur rimanendo lo stesso il colore; nel secondo, oltre la differente orientazione del piano di polarizzazione si ha anche una diversità di colore; lo strano è che in alcuni Diopsidi, come venne notato, le due luminescenze possono presentarsi anche simultaneamente nei diversi punti di una stessa faccia;

c) *la polarizzazione totale* della luce emessa dalle faccie parallele all'asse *z* della Cassiterite e quella quasi totale presentata da certe faccie dello Spodumene;

d) la nessuna polarizzazione rettilinea presentata dalla luminescenza emessa dai cristalli del sistema romboedrico (eccettuata la Fenakite) e dai cristalli geminati: Armotomo, Ortose e Sfeno.

La capacità di emettere luminescenza polarizzata non è dunque una proprietà generale di tutti i cristalli birifrangenti, almeno quando si usino come mezzo di eccitazione i raggi catodici. Il fatto però che lo Schmidt [2]) non ha potuto trovare nè fluorescenza nè fosforescenza polarizzata nei cristalli trimetrici di acido ftalico [3]), nei cristalli dimetrici dell'acetato di Uranile e di Potassio e in quelli monoclini di Acetato di Uranile e di Ammonio, tutti insomma cristalli *artificiali*, di-

1) Loco citato.

2) Loco citato.

3) Questi furono resi fluorescenti *facendovi cristallizzare insieme* diverse sostanze fluorescenti.

mostra [1]) soltanto che l'elemento veramente luminescente non si è in questi preparati disciolto in modo da subire l'influenza della struttura cristallina del mezzo solvente, fatto questo del resto che si verifica anche, come abbiamo detto, in molte specie minerali naturali, sebbene più raramente. Viene così, a parer mio, tolta un po' d'importanza all'affermazione dello stesso Schmidt che i liquidi resi birifrangenti elettrostaticamente non danno fluorescenza polarizzata: egli opera con solfuro di carbonio *reso fluorescente* con fluoresceina; ora può essere che anche qui la anisotropia conferita *artificialmente* al solvente non agisca come nella maggior parte dei cristalli naturali e quindi non produca la polarizzazione almeno parziale della fluorescenza emessa.

Così non mi sembrano molto sicure le osservazioni col vetro compresso, secondo le quali la luminescenza, emessa da questo corpo artificialmente anisotropo, non sarebbe polarizzata; bisogna infatti fare attenzione al come era applicata la pressione, e se questa non agiva in modo tale da far nascere una tensione superficiale tale da mascherare il fenomeno che è messo fuori di dubbio col dispositivo da me altra volta adottato [2]).

9) L'ammontare della parte di luminescenza, che è polarizzata rettilineamente, varia coll'inclinazione della faccia osservata sulla direzione dell'asse del cristallo parallelo o normale al piano di polarizzazione stesso. Non ho potuto trovare nessuna relazione quantitativa fra questi due elementi; solo venne notato che le faccie normali a quell'asse danno luce non presentante polarizzazione alcuna, e che la parte di luce che è polarizzata, va crescendo per le faccie che vanno diventando parallele all'asse stesso.

10) A vuoto molto spinto la parte di luminescenza che è polarizzata è sempre maggiore e in generale ho potuto riconfermare quanto avevo già notato nell'ultima delle mie pubblicazioni precedenti e cioè che l'ammontare della parte polarizzata della luce emessa va di pari passo coll'intensità della

1) Dei cristalli artificiali solo i Platinocianuri, e nemmeno tutti, danno fluorescenza polarizzata.

2) Vedi la seconda delle mie pubblicazioni precedenti in argomento.

luminescenza totale, crescendo al crescere di questa. Così tutte le cause che tendono a diminuire l'intensità totale della luce emessa, come: il vuoto non molto buono, la temperatura elevata, la durata dell'eccitazione, fanno diminuire anche la parte polarizzata della luce emessa.

11) La luminescenza catodica residua è sempre di minor durata quanto più elevata è la temperatura a cui avviene la eccitazione, cioè: al crescere della temperatura lo smorzamento delle vibrazioni luminose di questo genere è maggiore.

12) Il fenomeno della luminescenza catodica residua è talvolta complicato da un cambiamento di colore nell'estinzione, che sta a dimostrare come lo smorzamento delle vibrazioni di diverso periodo, corrispondenti alle radiazioni emesse, sia diverso; esempi di ciò si hanno nella Milarite, Danburite, Distene e Wollastonite; degno di nota è il fatto che le vibrazioni che si smorzano prima sono in generale quelle corrispondenti alle radiazioni più rifrangibili.

13) Alcuni minerali non perdono colla disidratazione la proprietà di dare luminescenza catodica polarizzata, per esempio: Apofillite (Hartz) e il Gesso di Sicilia.

14) La proprietà di rimanere colorati e fotoelettricamente sensibili dopo l'esposizione ai raggi catodici, che sembrava appartenere solo ad alcuni sali artificiali, appartiene anche alla Pectolite.

15) L'azione dei raggi catodici penetra per uno spessore sensibile nelle sostanze cimentate; in che cosa consiste quest'azione penetrante, che a noi si rivela solo come una colorazione bruna della sostanza, non si può ancora dire; ma è certo che, ammettendo l'azione dei raggi catodici limitata ad uno strato estremamenta superficiale, non appare possibile spiegare le esperienze eseguite colla Calcite e colla Fluorite.

16) È un fatto constatato che al crescere della durata dell'esposizione ai raggi catodici, la capacità di tutti i minerali ad essere catodo-luminescenti diminuisce; questa diminuzione può essere temporanea o duratura. Lo Schmauss [1]) adduce come ragioni plausibili di questo fenomeno:

1) *Phys. Zeit. 3,* p. 85, 1902.

a) un riscaldamento della sostanza per effetto dei raggi catodici,

b) un'alterazione chimica,

c) un deposito di particelle metalliche lanciate dal catodo;

e sostiene che la fatica, così egli chiama la diminuzione di attitudine alla luminescenza, temporanea deve essere dovuta alla *a*) perchè è minore alla temperatura dell'aria liquida; quanto alla duratura, siccome si manifesta in grado diverso nelle diverse sostanze, ritiene poco probabile ne sia causa la *c*).

Che la fatica temporanea sia dovuta alla *a*) risulta chiaramente anche dalle mie esperienze perchè da esse si vede come al crescre della temperatura la luminescenza ai raggi catodici diminuisca per tutte le sostanze e se ne abbrevi la durata per quelle che hanno luminescenza residua. Quanto alla fatica duratura non può risaltare che da un'azione chimica perchè la presentano in sommo grado quelle sostanze che cambiano più o meno superficialmente di colore sotto i raggi catodici. Wiedemann e Schmidt [1]) dicono: se sotto l'irradiazione catodica si ha un cambiamento di colore, si può sospettare di una luminescenza chimica, ordinariamente infatti poi riscaldando si ha luce e la sostanza ritorna allo stato primitivo; io non vedo perchè si debba ammettere trattarsi di una chemiluminescenza, come se l'emissione di luce dipendesse intrinsecamente da un fenomeno chimico, e non piuttosto di un fenomeno chimico concomitante all'emissione stessa; tanto più che in alcuni casi, per esempio nella Pectolite, raggi catodici e riscaldamento producono ambedue luminescenza, mentre il riscaldamento fa scomparire la colorazione subita sotto i raggi catodici. Il fatto poi che la fatica si produce, benchè in grado minore anche alla temperatura dell'aria liquida e quindi in condizioni poco favorevoli al verificarsi di alterazioni chimiche non deve meravigliare perchè qui si tratta in generale di sostanze poco conduttrici del calore e nelle quali di conse-

1) *Wied. Ann.* *54*, p. 608, 1895.

guenza l'azione termica dei raggi catodici può svolgersi egualmente con sufficiente energia.

17) Fra i fenomeni che si notano quando si espongano certi minerali ai raggi catodici meritano speciale menzione due: Il primo consiste in generale in un imbrunimento che per alcune sostanze corrisponde per tonalità di colore e per intensità all'imbrunimento che gli stessi minerali subiscono col riscaldamento; questo imbrunimento è di solito solo superficiale, in alcune specie di minerali come: la Calcite e la Fluorite, penetra sensibilmente nella massa del minerale. Il secondo consiste in una macchia per lo più circolare o ellittica e costituita di anelli concentrici variamente colorati che si forma sulla faccia del cristallo posta di faccia al catodo ed esclusivamente là dove batte il fascio catodico. B. von Czudnochowski [1]) ha descritto questo fenomeno che egli ha studiato su lamine di fluorite e di salgemma [2]). Io ho esteso l'osservazione di esso a una diecina di minerali: questi anelli colorati si formano non su tutti i minerali egualmente bene; li ottenni specialmente netti sul Diopside, sull' Apatite, sulla Calcite e sull'Ortose; su tutti però la seguenza dei colori fu la stessa e cioè partendo dal centro verso l'orlo si ha: giallo, rosso, bleu, violetto, naturalmente osservando per riflessione, perchè per trasparenza le macchie appaiono in tutta la loro superficie bruno-giallastre, più scure al centro. Appena comincia l'azione si forma una macchia minuscola gialla, la quale man mano s'allarga e diventa rossastra alla periferia; continuando ad estendersi simmetricamente al contorno, compare una corona bleu e poi una violetta; continuando a far agire i raggi catodici non si riesce mai a sorpassare un certo diametro della macchia che dipende dalle dimensioni del tubo. È certo che si tratta di un deposito metallico infatti le macchie riescono meglio con un catodo di Platino che non con uno di Alluminio e in quest'ultimo caso possono farsi agevolmente scomparire lavando la superficie con un reagente op-

1) *Phys. Zeit.* *2*, p. 65, 1900; *3*, p. 82, 1902.

2) Quest'ultimo mi sembra poco appropriato per queste ricerche, perchè subisce, come risulta dalle esperienze di Goldstein, Elster e Geitel, e Schmidt, delle notevoli alterazioni ai raggi catodici indipendentemente dal presente fenomeno.

portuno che non intacchi il minerale; per esempio, nel caso della fluorite e di un catodo di Alluminio, con una soluzione di Potassa. La natura della superficie, su cui si forma, sembra abbia solo influenza sulla coerenza del deposito e quindi sulla facilità di formazione di questi anelli colorati.

18) Il numero delle sostanze che presentano luminescenza ai raggi anodici è, come si è visto, molto più piccolo che non quello delle sostanze catodoluminescenti e non ho ancora trovato fra le sostanze naturali un solo caso in cui la capacità ad emettere luminescenza fosse limitata alla sola eccitazione ai raggi anodici. Assolutamente in tutti i casi da me studiati, la luminesceuza emessa ai raggi anodici fu sempre più debole, più difficile, meno duratura e meno polarizzata in confronto a quella che si ottiene, a parità di condizioni ai raggi catodici.

19) L'esposizione ai raggi catodici può in alcuni casi dare a certi minerali la capacità di emettere luce quando vengano poi riscaldati; capacità che essi per la semplice esposizione alla luce ordinaria non avevano; il fatto era già stato osservato per le loro soluzioni solide da E. Wiedemann e Schmidt [1]) e venne in seguito riscontrato: pei raggi X da Borgmann [2]) e per le radiazioni del Radio da H. Becquerel [3]) da E. Wiedemann [4]).

Se il minerale è già termofosforescente di per sè, o meglio per la semplice esposizione alla luce ordinaria, giacchè Fiebig [5]) ha osservato che il calore solo senza previa illuminazione non dà termoluminescenza, un'esposizione ai raggi catodici fa sì che la emissione della termofosforescenza cominci a una temperatura più bassa; anche qui come nei casi osservati dagli altri il processo, diciamo così, rigeneratore può essere ripetuto quante volte si vuole.

Il Le Bon [6]) dice che anche i pezzi interni di un minerale possono diventare termofosforescenti e che quindi l'affer-

1) *Wied. Ann.* *54,* p. 604; *56,* p. 201, 1895.
2) *Journ. de la Soc. phys. chim. Russe.* *29,* p. 27, 1897.
3) *Journ. de Phy.* (4), *9,* p. 69, 1900.
4) *Phys. Zeit.* 2, p. 269, 1901.
5) *Pogg. Ann.* *114,* p. 292, 1864.
6) *Evolution des Forces*, p. 249.

mazione del Fiebig non regge; è però da osservare che le esperienze che egli descrive si limitano all'Apatite e alla Fluorite che possono essere abbastanza trasparenti e poi le esperienze da me compiute sulla Calcite e sulla Fluorite dimostrano che perfino i raggi catodici possono penetrare a sufficienza in certi minerali per dare la termofosforescenza nella massa stessa della sostanza.

Ho potuto infine constatare che i raggi catodici rappresentano il mezzo più energico per dare o ridare la termofosforescenza a un minerale naturale; quando cessano di essere attivi e i raggi X e la luce dell'arco voltaico e gli « Entladungsstrahlen » di E. Wiedemann rimangono ancora attivi i raggi catodici; sembra dunque assai probabile quello che sospetta il Kayser [1]) e che cioè in questo fenomeno entri in giuoco un'azione elettrica (emissione di elettroni? ionizzazione?) diretta, sulla cui natura, allo stato attuale delle nostre conoscenze sull'argomento, non possiamo dir nulla.

Sassari. Gabinetto di Fisica della R. Università,
Luglio 1909.

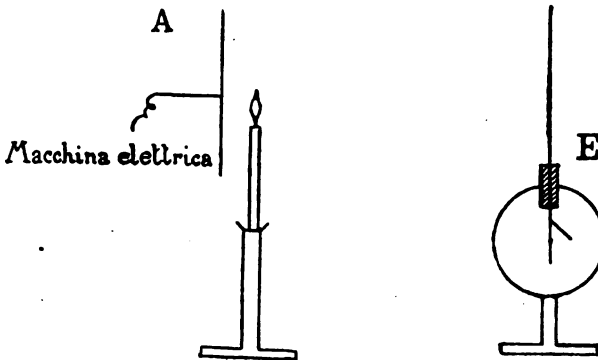
---

1) Loco citato, p. 690.

ESPERIENZE DA LEZIONE PER METTERE IN EVIDENZA IL CAMPO ELETTROSTATICO DEGLI IONI.

di ARCIERO BERNINI.

Si prenda un disco metallico A, di circa 20 cm. di diametro, lo si collochi verticalmente mediante un sostegno isolante, e lo si metta in comunicazione con uno qualunque dei poli di una macchina elettrostatica.

Si presenti per qualche tempo a pochi cm. da esso una fiamma qualunque isolata, in modo che ne venga una corrente di ioni dello stesso segno di A, invadente lo spazio di fronte al medesimo; eppoi, spenta od allontanata la fiamma e messo al suolo A, si porti a qualche distanza da esso, in quello spazio in cui si è inviata la corrente di ioni, un elettroscopio E molto sensibile [1]), munito superiormente d'un disco o di una reticella delle dimensìoni all'incirca di quelle di A.

Se E era scarico si mostra ora carico, e precisamente (ciò che si può constatare avvicinandogli un bastone di vetro o di ebanite strofinato) dello stesso segno degli ioni; e se era carico apparirà carico di più o di meno, secondo che la sua carica iniziale era dello stesso segno o di segno contrario a quello degli ioni.

1) L'elettroscopio da me usato è sensibile al Volta.

Ciò è dovuto all'influenza delle cariche degli ioni di un solo segno, che, restando per un certo tempo ammassati nei dintorni di E, generano un campo elettrostatico.

Infatti:

I. Allontanando E, questo ritorna nelle sue condizioni precedenti.

II. Se prima di allontanarlo lo si tocca colla mano, esso resta poi carico, ed in ogni caso di segno contrario agli ioni.

III. Se lo si tocca soltanto senza allontanarlo, piano piano col diffondersi degli ioni esso si ricarica, e, come nel caso precedente di segno contrario agli ioni.

La velocità colla quale in quest'ultima esperienza l'elettroscopio si ricarica ci dà evidentemente anche una idea della velocità di diffusione degli ioni.

Tutte insieme poi queste esperienze ci mostrano quanto possa venire pregiudicata la misura del potenziale di un conduttore qualunque, quando nel suo intorno si muovano o si trovino degli ioni di un solo segno; e in sostanza non sono altro che una ripetizione di quelle che si eseguiscono nelle scuole con un elettroscopio ed un bastone di vetro o di ebanite, quando si parla dell'elettrizzazione per influenza; coll'unica differenza che in quei casi si lascia generalmente fermo l'elettroscopio e si avvicina ed allontana il bastone, mentre qui è necessariamente l'elettroscopio che si deve trasportare.

In una mia recente Nota [1]) avevo già descritta un'altra esperienza del genere, colla quale intendevo di avvalorare la ipotesi allora formulata, del campo elettrostatico degli ioni; ma se potè servire allora pel mio scopo, date le difficoltà che presenta per la sua esecuzione essa non è punto consigliabile come esperienza da lezione, e tanto meno da preferirsi ad alcune di quelle quì esposte, colle quali si può dare al fenomeno una maggiore evidenza, senza bisogno di precauzioni o dispositivi particolari.

Dall'Istituto tecnico di Sassari,
30 Settembre 1909.

---

1) N. Cimento, Serie V, Vol. XVIII, pag. 46.

ESPERIMENTI INTORNO ALL'EFFETTO DELLA LUCE SULLA CONDUCIBILITÀ DEL VAPORE DI IPOAZOTIDE.

Nota di MARIO TENANI [1]).

È nota la proprietà che possiede la luce, specialmente ultravioletta, di provocare l'emissione di cariche negative dai metalli che vi siano esposti: analogo è l'effetto che la detta luce può produrre sulle molecole di un gas: e, come dice il Thomson [2]):

« *Se una molecola di un gas perde, a somiglianza di un pezzo di metallo, elettricità negativa quando è esposta alla luce ultravioletta, questa molecola si comporterà come un ione positivo e il corpuscolo negativo che essa ha perduto si unirà a un' altra molecola del gas che agirà come un ione negativo* ».

Il gas si troverà quindi ionizzato.

Infruttuosi furono i primi tentativi sull'aria e su altri gas molto trasparenti per l'ordinaria luce ultravioletta [3]); e i primi risultati positivi si ebbero soltanto quando si scoprirono speciali radiazioni facilmente assorbibili dai detti gas [4]). Queste esperienze confermarono l'opinione, già stabilita dalle osservazioni sui solidi e sui liquidi, che l'effetto foto-elettrico sia in dipendenza immediata di un assorbimento della luce stessa da parte del corpo in esame.

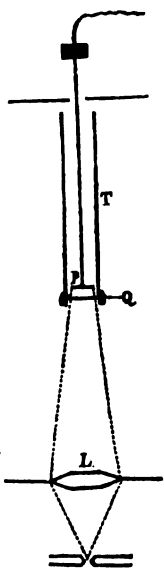
Un gas che si mostrò molto sensibile all'azione della luce (anche non ultravioletta) fu il vapore di sodio, che d'altra

1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Università di Pisa, diretto dal Professor A. Battelli.

2) J. J. Thomson, *Conduction of Electricity troug Gases,* 2. ed., 1906, pag. 252.

3) Battelli e Garbasso, Nuovo Cim. (4), 3, giugno 1896.

4) Lenard, Drudes Ann. 1, 486, 1900.

parte, come è noto, quando sia piuttosto denso, mostra un complicato aspetto a bande di assorbimento, noto soprattutto per i multiformi studî di cui è stato oggetto specialmente da parte del Wood [1]). Analogo allo spettro di tali vapori è lo spettro di assorbimento della ipoazotide, sebbene in questa l'assorbimento si eserciti già fortemente a una temperatura molto più bassa: alla temperatura ordinaria. Analoghi sono gli effetti che tali spettri subiscono per effetto di una variazione di temperatura, analogo il loro comportamento magneto-ottico. L'analogia che si lascia intravvedere così nel meccanismo dell'assorbimento della luce nei due casi, mi ha incoraggiato a tentare sull'ipoazotide un'esperienza, intorno alle sue proprietà foto-elettriche.

L'apparecchio usato in tali esperimenti consiste in un disco isolato di platino P, connesso a un paio di quadranti di un elettrometro di Dolezalek (o a un elettroscopio a foglia d'oro) e sostenuto da un filo piuttosto grosso di alluminio entro un tubo di vetro T, il quale poi è chiuso a una estremità da un disco di quarzo Q di circa 5 cm. di diametro, tenuto aderente all'orlo smerigliato del tubo da una ghiera di ottone.

Sul disco facevo cadere un fascio convergente di luce, ottenuto, mediante una lente di quarzo L, dal cratere positivo di un arco voltaico. Il filo supportante il disco era isolato esternamente al tubo con un supporto in zolfo, poichè l'ipoazotide distruggeva rapidamente ogni isolamento interno al tubo condensandosi sopra di esso.

L'ipoazotide era stata accuratamente preparata da me stesso, mediante il riscaldamento del nitrato di piombo, disseccandola su anidride fosforica e liquefacendola poi in tubetti che chiudevo alla fiamma. Il tubo T essendo verticalmente di-

1) R. Wood, Physical Optik, New York, 1905.

sposto, poche goccie di ipoazotide liquida versate dall'alto si vaporizzavano in fondo ad esso e il vapore restava entro l'apparecchio un tempo sufficiente per compiere la misura, sfuggendo lentamente dall'apertura superiore del tubo. La temperatura dell'ambiente era di circa 18° C.

L'esperienza avveniva misurando la rapidità di scarica del disco in assenza o in presenza dell'ipoazotide. Il disco veniva portato a diverse distanze dalla lastra di quarzo e caricato una volta di segno + e una volta di segno —.

Facendo variare la distanza del disco di platino dalla lastra di quarzo, variava anche la dispersione della carica positiva, riuscendo piccolissima quando il disco si trovava a circa 5 cm. dal quarzo: ciò si spiega coll'osservare che, col crescere della detta distanza, viene a diminuire la carica (negativa) indotta sul quarzo, e che dispersa dalla luce riflessa dal disco di platino, và a neutralizzare la sua carica. Tutto ciò concorda bene con quanto osservarono Elster e Geitel sulla scarica dei corpi carichi di elettricità positiva, per parte dei raggi ultravioletti.

Corrispondentemente ai varî valori dati alla distanza tra il disco e la lastra di quarzo, il tempo impiegato dalla foglia dell'elettroscopio a percorrere 10 divisioni della scala, corrispondenti a un abbassamento del livello potenziale da ± 110 volta a circa ± 80, è consegnato nella seguente tabella:

Distanza del disco	Carica +		Carica —	
	senza ipoazotide	con ipoazotide	senza ipoazotide	con ipoazotide
mm. 1,5	min. 2	min. 1	sec. 20	min. 1 sec. 20
» 2	» 2 sec. 20	» 1 sec. 10	» 20	» 1 » 45
» 4	» 4	» 1 » 20	» 20	» 2

Dalla tabella risulta che la presenza dell'ipoazotide, mentre facilita la scarica dell'elettricità +, tende ad impedire quella dell'elettricità —. Questo ultimo fatto può spiegarsi con l'ammettere che l'ipoazotide assorba la luce non permet-

tendole di arrivare sul disco metallico e la conduzione sia eseguita solo dagli ioni formatisi per azione della luce (assorbita) in seno al gas: e con tale ipotesi ultima, non solo può spiegarsi ancora il primo risultato, ma anche può darsi ragione della maggiore rapidità di scarica del disco carico positivamente che non carico negativamente, pensando alla notevole differenza di velocità, che, anche in casi analoghi, gl'ioni negativi (attratti dal disco carico positivamente) posseggono di fronte a quelli positivi.

Dato l'assorbimento molto forte dell'ipoazotide alla temperatura ordinaria per le radiazioni ultravielette, è da presumere che gli effetti osservati in sua presenza siano in modo trascurabile alterati sia dalla presenza dell'elettrodo di platino, sia da quella dello strato di elettricità negativa indotto sul quarzo, quando la carica del disco è positiva; e alla temperatura dell'esperienza, data la notevole tensione di vapore dell'ipoazotide, è da escludersi che nel vapore si trovino sospese particelle liquide che intervengano a complicare il fatto osservato: ad ogni modo spero di potere presto proseguire la mia ricerca a varie temperature.

Tanto in presenza dell'ipoazotide, che in sua assenza, una lastra di vetro posta sul percorso dei raggi provenienti dall'arco, basta a far cessare ogni effetto.

RIVISTA

Stati critici e liquefazione dei gas.

a). Stati critici. La nota e tanto dibattuta questione dello stato della materia al disopra della temperatura critica viene ripresa da Bradley, Browne e Hale (*Phys. Rev.* 1908. 27). Gli autori si basano sulle note esperienze, già invocate dal Traube, dal de Heen etc. e sopra alcune loro osservazioni fatte durante la compressione o la espansione rapida dell' anidride carbonica per sostenere l' esistenza di uno stato liquido al di sopra della temperatura critica.

Se, ad esempio, si comprimeva in un bagno a 28° dall' anidride carbonica assai rapidamente, si osservavano sulle pareti del tubo e prima che si formasse il menisco delle strie dovute al liquido condensato sulle pareti; questo è ciò che doveva aspettarsi; infatti per la rapida compressione il gas si riscaldava e non si trovava a 28° che in contatto delle pareti del tubo immerso nel bagno; quivi dunque incominciava la liquefazione. Ma è notevole che questi fenomeni poterono pure essere osservati tenendo il bagno a 31°,5, 33°, 34°, 36° e 38° vale a dire al *disopra della temperatura* critica.

Fenomeni assai analoghi si avevano pure per una rapida espansione al disopra della temperatura critica.

Gli A. richiamano pure la nota esperienza di Hannay ed Hogart (*Chem. News.* 1879), nella quale si osserva che una soluzione di concentrazione opportuna di ioduro potassico in alcool non lascia depositare il sale solido nemmeno a 380°, vale a dire a 140° al disopra della temperatura critica; il sale si depone però se un piccolo tratto della parete del tubo viene portato a temperatura più elevata del rimanente. In luogo di spiegare questi fenomeni supponendo che l'alcool liquido sia ancora presente nel tubo, ma non visibile, perchè in fase o-

mogenea coll'alcool gassoso si è supposto che a pressioni molto alte l'ioduro potassico sia solubile nei vapori di alcool.

Gli A. però, tenuto conto delle esperienze citate e di quelle ben note coi tubi di Natterer, si accostano alle idee del Traube, secondo il quale si deve far distinzione tra liquido reale (*liquidon*) e fase liquida da una parte e gas reale (*gason*) e fase gassosa dall'altra. Secondo il Traube la fase liquida si deve considerare come risultante da vero liquido (*liquidon*) contenente disciolto del vero gas (*gason*) e la fase vapore come gas reale (*gason*) contenente disciolte molecole liquide (*liquidon*). La proporzione di ciascuno dei due componenti nelle due fasi è limitata al disotto della temperatura critica, al disopra si può dire che le due soluzioni sono miscibili in tutte le proporzioni, avendosi così una analogia col caso di due liquidi parzialmente miscibili in presenza a seconda che la temperatura è inferiore o superiore alla temperatura critica per quella coppia. Per conseguenza al disopra della temperatura critica non possono aversi due fasi, se non nel caso di stratificazione temporanea.

Per quanto però possano essere interessanti le esperienze eseguite dagli A. o quelle anteriori da essi richiamate non mi sembra che alcuna di esse sia decisiva ed è discutibile se i fenomeni di strie e di stratificazione osservati non possano spiegarsi con semplici differenze di densità

Un'altra questione molto importante sempre relativa agli stati critici è quella dell'opalescenza che si manifesta nei gas al punto critico e dell'intorbidamento che ha luogo alla temperatura critica per una coppia di liquidi solo parzialmente miscibili al disotto o al disopra di questa temperatura.

Una spiegazione di tali fenomeni si può avere infatti ricorrendo alle teorie cinetico-molecolari, il che riporta nuovamente in campo la importante discussione relativa all'uso del metodo cinetico o del metodo termodinamico ed ai vantaggi dell'uno rispetto all'altro nei singoli casi; non sarà perciò inutile di diffonderci un po' più largamente del solito su questo argomento.

È ben noto che già sino dal 1905-906 l'Einstein (*Annalen der Physik*) applicando il metodo cinetico allo studio del mo-

vimento di piccole particelle sospese in un fluido mantenuto a temperatura costante e usando le formule del calcolo delle probabilità per determinare il quadrato medio Δ^2 delle variazioni subite nel tempo t dal parametro α determinante il moto del baricentro oppure la rotazione attorno al baricentro di ogni particella per effetto dei non ordinati movimenti termici molecolari, aveva trovato

$$\Delta = \sqrt{\frac{2R}{N}} \cdot \sqrt{BTt}$$

essendo N il numero di molecole per unità di volume e B la mobilità delle particelle relative al parametro α. Per particelle supposte sferiche e per il moto di traslazione $B = \frac{1}{6\pi k r}$ (Kirchoff), essendo r il raggio della particella e k il coefficiente di attrito del liquido, onde:

$$\Delta = \sqrt{t} . \sqrt{\frac{RT}{N} \cdot \frac{1}{3\pi k r}} .$$

Se si eseguisce il calcolo per le piccole particelle sospese nell' acqua, si trovano per Δ valori dell' ordine di grandezza di quelli riscontrati nei moti browniani delle particelle dei colloidi. L' Einstein osserva che secondo le teorie classiche della termodinamica tali movimenti non dovrebbero venir considerati.

Più recentemente e partendo da concetti analoghi lo Smolukowski (*Ann. der Physik*. 1908. 25) ha studiato la questione della *non uniformità di densità* che in base alle teorie cinetico-molecolari dobbiamo ammettere esista tanto nei liquidi quanto nei gas. Secondo la teoria cinetica infatti gli aggruppamenti molecolari che (conforme al calcolo delle probabilità) si producono in alcuni punti del fluido dànno ivi luogo temporaneamente ad un aumento di densità con corrispondente diminuzione di densità in altri punti.

Se in un piccolo spazio in cui si dovrebbero, a distribuzione uniforme, trovare ν molecole se ne hanno invece n, si chiama *condensazione causale o locale* la quantità δ definita da

$$\delta = \frac{n}{\nu} - 1 .$$

La probabilità di una condensazione positiva o negativa compresa tra δ e $\delta + d\delta$ è allora, per il caso di un gas perfetto, determinata da:

$$W(\delta)\,d\delta = \sqrt{\frac{\nu}{2\pi}}\, e^{-\frac{\nu\delta^2}{2}}\, d\delta$$

e per conseguenza il valor medio delle condensazioni positive o negative risulta

$$[\delta] = \sqrt{\frac{2}{\nu\pi}}.$$

Ora queste divergenze spontanee dal valore medio della densità sarebbero, secondo l' A., in contradizione col secondo principio di termodinamica; esse infatti, ad esempio, renderebbero possibile un *perpetumum mobile di seconda specie* (cioè agente in accordo col primo, ma non col secondo principio di termodinamica) ammettendo che si possano costruire (il che si può ritenere possibile almeno in teoria) delle valvole di massa e sezione estremamente piccole.

Se dunque riteniamo possa esistere in qualunque fluido questa non uniforme distribuzione di densità, essa, producendo una struttura, per dir così, *granulare*, dovrà rendersi manifesta coi fenomeni ottici caratteristici pei mezzi torbidi, vale a dire l' opalescenza e il fenomeno di Tyndall. Contentandoci di una prima approssimazione, potremo considerare i centri casuali di condensazione o rarefazione come granuli in sospensione in un mezzo omogeneo e applicare la formula di Lord Rayleigh che esprime il coefficiente h di assorbimento per un mezzo contenente in sospensione piccole particelle e cioè:

$$h = \frac{32}{3}\pi^3 N v^2 \frac{\varepsilon^2}{\lambda^4}$$

ove N rappresenta il numero di particelle per unità di volume, v il loro volume, λ la lunghezza d' onda della luce incidente, ε la frazione di cui l' indice di rifrazione delle particelle sospese supera quello del mezzo; i valori di ε si possono poi ritenere nel nostro caso proporzionali alle variazioni di densità nei centri casuali di condensazione o rarefazione: i

valori di ε saranno quindi parte positivi, parte negativi, ma ciò non ha alcuna importanza per la formula precedente in cui ε figura al quadrato.

Ora si dimostra che la probabilità di una non uniforme ripartizione di densità assume il suo massimo al punto critico, perciò in quel punto si avrà un massimo di assorbimento, quindi la forte opalescenza.

Corrispondentemente all'opalescenza che si manifesta per un'unica sostanza nel suo punto critico si ha il fenomeno di intorbidamento per una coppia di liquidi parzialmente miscibili alla temperatura critica relativa (cioè alla temperatura al disopra o al disotto della quale la miscibilità è completa). Il Rothmund, che tanto si è occupato di simili questioni studia ora (*Zeit. für Phys. Chemie.* 1908) l'influenza che ha l'aggiunta di una terza sostanza ad una coppia di liquidi sull'*intorbidamento od opalescenza critica*; così pure determina l'attrito interno in vicinanza del punto critico, per il quale attrito, come si sa, il coefficiente di temperatura ha un valore molto elevato in prossimità appunto di detta temperatura.

A noi non interessa qui di riferire le particolari esperienze descritte in questo lavoro del Rothmund; ma non è fuor di luogo il riassumere la discussione intorno all'origine di quell'intorbidamento od opalescenza. Parrebbe un ipotesi molto semplice l'ammettere senz'altro, secondo il Friedländer, che al punto critico avvenga una separazione di goccioline di un certo raggio medio; ma sappiamo dalla teoria di Lord Kelvin relativa alla tensione superficiale che le goccie di piccole dimensioni non sono stabili di fronte a quelle di dimensioni maggiori e perciò quelle dovrebbero sparire. Il Donnan però ha fatto osservare che l'obiezione basata sulla teoria di Lord Kelvin può essere tolta, quando si tenga conto del fatto (dimostrabile per una teorica e confermato anche da particolari esperienze) che *la tensione superficiale non deve ritenersi costante, ma per raggi di curvatura molto piccoli deve dipendere dal raggio di curvatura e precisamente avere per raggi di curvatura molto piccoli valori superiori al normale.*

Ora, alla temperatura critica, sia per una coppia di liquidi, sia per un' unica sostanza la tensione superficiale normale è nulla, ma per dimensioni molto piccole detta tensione (che è in tal caso sempre superiore) avendo ancora un valore positivo, le piccole goccioline possono esistere in equilibrio stabile col fluido rimanente. Il Rothmund crede che la ipotesi di Donnan sia sufficiente per dare una spiegazione dei fenomeni di opalescenza al punto critico e che perciò non sia necessario ricorrere alle teoria cinetico-molecolare di Smoluchowski, della quale abbiamo già prima largamente discorso e secondo cui, lo ricordiamo nuovamente, la opalescenza sarebbe dovuta a una non uniforme distribuzione di densità e la probabilità di tale non uniforme distribuzione raggiungerebbe il suo massimo al punto critico. Se si volesse qui fare una profonda discussione in proposito, converrebbe però esaminare se, essenzialmente la teoria di Donnan differisca notevolmente dall' altra cinetico-molecolare.

b). *Liquefazione dei gas*. L' anno 1908 segna una data importante nella storia della liquefazione dei gas, poichè colla liquefazione dell' elio, eseguita da Kamerling Onnes, la categoria dei gas detti permanenti viene completamente a sparire. Per quanto tutte le riviste, anche di carattere non scientifico, abbiano dato notizia di questo risultato interessante, non credo tuttavia riuscirà superfluo di avere qui riuniti i dati storici principali relativi a questo argomento (Vedi anche Becker *Nat.* Rundschau 1909, 5 e 6).

L' Olzewski nel 1895 cercò per il primo di liquefare l'elio comprimendolo sino a 140 atmosfere e abbassando la temperatura sino a 63° assoluti, (ebollizione dell' ossigeno a bassa pressione) ma senza alcun resultato.

Tre anni più tardi, cioè nel 1898, in seguito alle sue esperienze eseguite allo stesso scopo annunciò di aver ottenuto dell' elio liquido; per modo che tale risultato si trova riferito anche in alcuni trattati dell' epoca: ma dopo pochi anni il Dewar stesso riconobbe di aver lavorato con gas non sufficientemente puro e che per conseguenza ciò che aveva ottenuto allo stato liquido non era elio.

Senza risultato furono pure i tentativi di Travers e Jaquerod (1902) e le esperienze nuovamente intraprese da Olzewski nel 1905 raffreddando l'elio compresso a 180 atmosfere sino a — 259° (14 assoluti) mediante l'idrogeno liquido e lasciando quindi espandere rapidamente sino ad un'atmosfera. Anzi, siccome l'Olzewski riteneva di essere giunto sino a 1°,7 assoluti pur non ottenendo alcun resultato, ritenne poco probabile che l'elio potesse essere ridotto allo stato liquido.

Ma il Kamerling-Onnes non si accostò a questa opinione; bensì, esaminando quattro isoterme dell'elio e precisamente quelle corrispondenti alle temperature assolute 373°, 56°, 20° e 14° arrivò invece alla conclusione che la temperatura critica dell'elio non dovesse essere lontana da 6° assoluti; e in base a questa convinzione istituì nel 1908 nuove ricerche in proposito. Però le prime esperienze, eseguite nel marzo del 1908 andarono fallite; l'Onnes credette veramente dapprima di avere ottenuto dell'elio allo stato solido, poichè lasciando espandere rapidamente il gas compresso a 100 atmosfere e raffreddato a — 259° restò nel tubo una sostanza solida, che poi si riduceva nuovamente in gas; ma l'Onnes stesso riconobbe ben presto che il fenomeno osservato dipendeva dal fatto che il gas adoperato non era sufficientemente puro.

Con disposizione assai migliorata le esperienze furono riprese nel luglio del 1908: l'elio compresso a 100 atmosfere passava in un serpentino immerso nell'idrogeno liquido contenuto in un recipiente di Dewar, circondato alla sua volta da un secondo recipiente di Dewar con aria liquida. Per una espansione molto rapida (per cui si stimò la temperatura essere discesa sotto a 5° assoluti) si potè vedere nel recipiente di Dewar corrispondente al serpentino apparire l'elio liquido (10 luglio): la temperatura critica risulterebbe a circa 5° assoluti e la pressione critica di 2,3 atmosfere.

Per rapida evaporazione dell'elio liquido l'Onnes ritenne di esser disceso sino a 3° assoluti, senza però che l'elio mostrasse alcun indizio di solidificazione; è quindi probabile che in opportune condizioni si possano ottenere temperature ancora più basse.

A. Campetti.

Alcune questioni relative ai vapori.

a). *Vaporizzazione*. È molto interessante su questo argomento, per alcune conclusioni che qui riferiremo, uno studio del Walden (*Zeit. für phys. Chemie*. 63, 3) diretto a stabilire una relaziono fra la tensione superficiale di un liquido ed il suo calore di vaporizzazione. Il Walden osserva che, quando si consideri la tensione superficiale di un liquido come dovuta all'attrazione tra le sue molecole e si tenga conto del fatto che pei liquidi non associati (cioè senza molecole polimere) il calore di vaporizzazione (all'infuori del lavoro necessario per vincere la pressione esterna) misura appunto il lavoro che si deve compiere contro quelle forze attrattive per la trasformazioue di stato, è naturale il pensare che tra quelle due grandezze debba sussistere una relazione assai semplice.

In luogo della tensione superficiale γ si puo introdurre nelle formule la coesione specifica a^2 legata a γ dalla relazione

$$\gamma = \frac{9,81}{2} a^2 d \tag{1}$$

essendo d il peso specifico del liquido; a^2 e quindi numericamente uguale all'ascensione capillare h del liquido in un tubo di raggio unitario.

Il Walden arriva allora a questa conclusione assai semplice: *Per tutti i liquidi non associati il rapporto del calore di vaporizzazione* λ *alla coesione specifica* a^2 *alla temperatura di ebollizione è pressochè costante ed uguale* a 17,9; per i liquidi associati invece $\frac{\lambda}{a^2} > 17,9$.

Dalla relazione trovata, combinata con quella di Van't Hoff relativa all'innalzamento di temperatura di ebollizione etc., si possono ricavare delle relazioni assai interessanti; noi vogliamo qui fermare la nostra attenzione su questa conseguenza notevole.

Dalla (1) insieme all'altra $\frac{\lambda}{a^2} = 17,9$ si ricava, osservando che $d = \frac{M}{V}$ (essendo M il peso molecolare e V il volume molecolare del liquido considerato):

(2) $$\frac{M}{V} \cdot \frac{\lambda}{\gamma} = 3{,}65 = \text{costante} .$$

Ora, secondo l'Ostwald, il quoziente $\frac{\lambda}{2\gamma}$ rappresenterebbe l'area che sarebbe ricoperta dalle molecole, qualora esse si trovassero tutte sulla superficie: il prodotto di quest'area per l'ignoto diametro ρ delle molecole darà quindi il volume specifico v del liquido, ossia

$$\frac{\lambda}{2\gamma}\rho = v \qquad \text{cioè } \rho = \frac{2v\gamma}{\lambda}$$

e poichè $v = \frac{V}{M}$, risulta tenendo conto della (2):

$$\rho = \frac{2V\gamma}{M\lambda} = \frac{2}{3{,}65} = \text{costante}$$

vale a dire « *il diametro delle molecole di tutti i liquidi non associati alla loro temperatura di ebollizione è una grandezza pressochè costante* ». E poichè in unità assolute

$$\frac{M\lambda}{V\gamma} = 3{,}65.4{,}19.10^7 = 1{,}52.10^8$$

risulta infine: $\rho = 13.10^{-9}$
numero dello stesso ordine di grandezza di quello ricavato con altri metodi (per es. partendo dalle costanti dielettriche).

Il Dieterici (*Ann. der Physik*. 1908) si occupa invece di stabilire e verificare una formula che permetta di esprimere il calore di vaporizzazione di tutti i liquidi in funzione della temperatura assoluta di ebollizione T e dei volumi specifici v_1 e v_2 del liquido e del vapore a quella temperatura. Come è noto, per il calore di vaporizzazione λ vale la formula (Clapeyron-Clausius)

$$\lambda = T\frac{dp}{dT}(v_2 - v_1)$$

da cui, sottraendo la parte corrispondente al lavoro esterno, cioè $p\,(v_2 - v_1)$ si ottiene per il *calore interno di vaporizzazione* λ^1:

$$\lambda' = \left(T\frac{dp}{dT} - p\right)(v_2 - v_1)$$

o meglio:

$$\lambda' = \int_{v_1}^{v_2} \left(T \frac{dp}{dT} - p \right) dv .$$

Per eseguire l'integrazione è necessario conoscere p in funzione di v; se si adoperasse a tale scopo la equazione di Van der Waals per il liquido e il vapore sotto la nota forma:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R T$$

risulterebbe:

$$\lambda' = a \left\{ \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right\}$$

formula che però non soddisfa bene ai dati sperimentali; perciò l'Jaeger, il Voigt e il Dieterici, partendo dalle idee di Clausius relative all'equilibrio tra la fase liquida e la fase vapore, hanno ricavata e proposta la formula:

$$\lambda' = c R T \log \frac{v_2}{v_1}$$

essendo c un fattore costante, che risulta maggiore dell'unità. Il Dieterici verifica quest'ultima formula, cioè la costanza di c, basandosi sulle esperienze di Young e di Richter: trova così per l'isopentano in media $c = 1,71$ con piccole divergenze da tale valor medio, per l'etere etilico $c = 1,71$, per l'anidride carbonica $c = 1,717$; per l'anidride solforosa c è compreso tra 1,642 e 1,789; per l'acqua da 100° a 170° c varia tra 1,62 e 1,67.

Accenniamo anche brevemente agli studi sulla vaporizzazione (*Zeit. für Phys. Chemie*) dell'Iuptner; nel primo di questi si confrontano alcune formule ricavate dalla teoria di Van der Waals coi dati sperimentali ottenuti per il fluorobenzolo, l'ammoniaca e l'anidride carbonica; in particolare si considera la legge di Mathias o del diametro rettilineo per cui vale la formula

$$\frac{D_l + D_v}{2 D_k} = 2 - \frac{T}{T_k}$$

essendo D_l la densità allo stato liquido, D_v allo stato di vapore, D_k la densità critica e T_k la temperatura critica. Nel secondo studio, sempre partendo dalla teoria di Van der Waals e con opportune generalizzazioni, si calcola per varii gas il valore della pressione interna π, nel terzo si determina il fattore n di associazione alla temperatura critica per un gran numero di sostanze.

b). *Vapori saturi*. Meritano di essere ricordate a questo proposito le esperienze di Holborn ed Henning (*Ann. der Physik*. 1908. 26) che sono una continuazione delle esperienze eseguite da Henning (1907) nel Reichsanstalt per una nuova e precisa determinazione della tensione massima del vapor d'acqua tra 0° e 200°. La misura delle temperature era fatta con un termometro a platino (variazione di resistenza) e le temperature erano poi ridotte alla scala termodinamica; le pressioni elevate erano misurate con un manometro di 12 metri ad aria libera. Tra 50° e 200° le tensioni massime così determinate non differiscono sensibilmente da quelle trovate da Regnault; mentre, come risultava dal precedente lavoro di Henning, si hanno divergenze sensibili tra 0° e 40°.

Della tensione massima del vapor di acqua si occupa pure l'Ekholm (*Archiv. för Mathematik, Astronomi och Fysik*. 1908), non già con nuove esperienze, ma adoperando i resultati già noti (Regnault, Caillet et Colardeau, Battelli, Juhlin, Marwin) per determinare una formula che esprima detta tensione massima in funzione della temperatura e per stabilire con grande precisione la differenza fra la tensione massima di vapore dell'acqua soprafusa e del ghiaccio, differenza che, com'è noto, fu già riconosciuta per via teorica da Kirchoff e constatata poi da Ramsay e Young e Fischer. Per le tensioni di vapore al disotto di 0° l'Ekholm fa uso dei dati sperimentali di Marwin (1891) che misurò la tensione massima del vapor d'acqua da 80° sino a 10° Fahr, e quella del ghiaccio da 32° sino a — 61° Fahr, e di quelli di Juhlin (1894) che determinò detta tensione di vapore per l'acqua soprafusa sino a — 12°,98 e per il giaccio sino a — 48°,7.

Le tabelle che si trovano alla fine del lavoro e che dànno le tensioni massime sino a 365° possono essere assai utili per

chi abbia bisogno di conoscere con grande precisione la tensione del vapor d'acqua; poichè, secondo l'Ekholm, avendo egli tenuto conto di tutte le correzioni, sarebbero più esatte di quelle di Broch che si usano comunemente e sono pure riferite nel manuale del Landolt.

Un altro dato molto importante in un gran numero di ricerche è quello della tensione di vapore del mercurio alle varie temperature: per conseguenza credo opportuno richiamare l'attenzione sul lavoro riassuntivo del Laby (*Phil. Mag.* 1908) su tale argomento. L'A. si serve opportunamente delle esperienze finora eseguite a questo proposito (da Hertz, Ramsay e Youny, Pfaundler, Calbendar and Griffiths, Morley, Gebhardt, Cailletet Colardeau et Rivière) per calcolare le costanti della formula (di Kirchoff-Rankine-Duprè):

$$\log p = A + \frac{B}{T} + C \log T$$

essendo p la tensione massima del vapore di mercurio alla temperatura assoluta T. Tra 15° e 270° vale quindi la formula seguente:

$$\log p = 15{,}24431 - \frac{2623{,}932}{T} - 2{,}367233 \log T \,.$$

Credo che possa essere comodo il riunire qui in una tabella le tensioni di vapore in millimetri di mercurio per le temperature tra 20° e 100°.

t	20°	40°	60°	80°	100°
p	0,0019	0,0057	0,0246	0,0885	0,276

Tra le relazioni empiriche fra le tensioni di vapore di due sostanze diverse presenta qualche interesse la seguente. Come è noto, quando si conoscano le tensioni massime del vapore di una data sostanza alle varie temperature, si può stabilire una formula, contenente alcune costanti da determinare caso per caso, che ci esprima le tensioni massime del vapore

di una seconda sostanza. La questione si può porre sotto forma diversa; vale a dire, fissata una certa pressione a cui la temperatura di saturazione per il vapore di una data sostanza *a* è T_a, determinare la temperatura di saturazione T_b di una seconda sostanza *b* alla stessa pressione. Il Sanford (*Phys. Rev.* 1908) adopera a tale scopo la formula:

$$\frac{1}{T_b} = c . \frac{1}{T_a} + K \tag{1}$$

essendo *c* e K due costanti per ogni coppia di sostanze. Di questa formula dà poi una verifica, prendendo come sostanza *a* l'acqua e come sostanza *b* l'anidride carbonica: i valori di T_b calcolati sono in sufficiente accordo con quelli sperimentali secondo i dati di Smith e Zeleny. In particolare il punto triplo (coesistenza delle tre fasi) per l'anidride carbonica, che secondo dette esperienze è stabilito a:

$$T = 216{,}6 \qquad p = 3911 \text{ mill. di Hg.}$$

risulterebbe, calcolandolo come punto di incontro delle curve di tensione di vapore ricavate dalla (1), stabilito a:

$$T = 218{,}2 \qquad p = 4169 \text{ mill: Hg.}$$

La formula (1) rappresenta dunque con non molto grande, ma tuttavia con sufficiente approssimazione la relazione tra le temperature di saturazione per una coppia di sostanze alla stessa pressione.

Sempre a proposito dei vapori saturi, ricordiamo che, com'è notissimo, la condensazione del vapor d'acqua può aver luogo (quando siano presenti nuclei opportuni di condensazione) allorquando si renda il vapore soprasaturo, ad esempio per una conveniente espansione adiabatica dell'aria umida; però la condensazione si può avere, anche senza raggiungere la saturazione, quando nell'aria si trovino sostanze igroscopiche, come anidride solforica etc. Il Pringal (*Annalen der Physik*. 1908. 26) si propone di dare una risposta definitiva alla questione già posta dal Barkow (*Ann. der Physik*. 1907) relativamente all'azione condensante dell'ozono e dei prodotti nitrosi che possono trovarsi nell'aria.

Le conclusioni, assai importanti per la fisica dell'atmosfera cui giunge l'A. dopo accurate esperienze, sono le seguenti:

1ª. L'ozono per sè non favorisce la condensazione del vapore acqueo.

2ª. Allorquando, trasformando l'ossigeno in ozono, si osserva un'azione favorente sulla condensazione del vapore acqueo, ciò dipende dal fatto che l'ossigeno non era assolutamente puro (libero da azoto); si formano quindi dei prodotti nitrosi e sono questi che fungono da nuclei di condensazione; ciò accade ad esempio durante le scariche elettriche nell'atmosfera.

A. Campetti.

Recenti esperienze intorno ai dielettrici.

Una delle questioni che interessano molto la teoria dei dielettrici è quella dell'elettrostrizione, della deformazione cioè che subisce un coibente quando diventa la sede d'un campo elettrico.

Molti fra noi se ne sono occupati: il Fontana, il Volpicelli, il Govi, il Righi, il Cantone. Pure nel corso degli ultimi anni non poche, e non sempre fra loro concordanti, sono le esperienze eseguite su quest'argomento, trattato anche dal lato teorico.

Basandosi infatti sui principi fondamentali della termodinamica e su quello della conservazione dell'elettricità, si sono di recente [1]) stabilite le formule delle deformazioni elettriche dei dielettrici solidi isotropi, introducendo, come necessaria, la variazione che subisce la costante dialettrica d'un solido isotropo quando si deforma meccanicamente.

Le cause dell'elettrostrizione sono, da una parte, le deformazioni elastiche dovute alle forze che si esercitano su un coibente non elettrizzato posto in un campo elettrico e che diventano le pressioni elettrostatiche nel caso che le armature

1) Sacerdote. *Thèse*. Paris, 1899.

siano aderenti e, dall'altra, una modificazione dello stato molecolare della materia dielettrica. Si ammette che la modificazione dell'etere, che costituisce la produzione del campo elettrico, sia accompagnata da un'alterazione dello stato molecolare della materia sovrapposta all'etere, in virtù della quale l'elemento di volume materiale tende a contrarsi nella direzione del campo e a dilatarsi in quella perpendicolare.

Il confronto con le vecchie teorie ha condotto a concludere che ogni loro divergenza con la nuova è da attribuirsi ad un errore che, una volta rettificato, i risultati che si ottengono sono con quella perfettamente concordanti. Di più si è notato che fra le molteplici esperienze sull'elettrostrizione quelle in disaccordo con la teoria non sono che qualitative e non esenti da errori; le altre la confermano.

Fra queste le più interessanti, per la precisione ivi conseguita, sono le esperienze fatte dal Prof. Cantone su condensatori cilindrici di vetro [1]). Le variazioni della lunghezza di questi son misurate direttamente con lo spostamento delle frange di interferenza prodotte per doppia riflessione d'un fascio di luce fra due piccole lamine fissate, una all'estremità inferiore del condensatore, l'altra ad un tubo collegato coll'estremità superiore di esso. Minuziose precauzioni sono prese per salvaguardarsi dalle più piccole perturbazioni che possono avere influenza sui risultati.

Da questi è dato trarre l'ordine di grandezza del coefficiente, k_1, di variazione della costante dielettrica del coibente per una trazione perpendicolare alle linee di forza del campo. I metodi usati per trovarlo sono stati due; l'uno fondato sulla misura delle variazioni di lunghezza, l'altro sulla misura dei cambiamenti di volume esterno e interno dei condensatori.

Nonostante la piccolezza degli effetti e le imperfezioni inevitabili nella forma dei recipienti rispetto alle condizioni teoriche, i valori di k_1 trovati — sempre positivi — sono in un accordo che, dato il diverso stato fisico e chimico del vetro assoggettato all'esperienza, può dirsi soddisfacentissimo.

1) *R. Acc. Lincei.* Vol. IV, pp. 344, 471 e *R. Ist. Lombardo.* 1900 e 1901.

A queste esperienze, che mettono in chiaro la reale esistenza dell' elettrostrizione nel vetro, il More [1]) e lo Shearer [2]) ne contrappongono altre con risultati negativi o quasi, dalle quali essi deducono esser le deformazioni per elettrostrizione che possono osservarsi o trascurabili, o attribuibili ad effetti termici.

L' attendibilità di tale conclusione è stata accuratamente esaminata dal Cantone [3]): risulta chiaramente che la mancanza delle necessarie precauzioni per evitare, in modo sicuro, le numerose cause disturbatrici che possono alterare profondamente i risultati di misure così delicate, toglie ogni valore alle conclusioni dei precedenti autori.

Importanti ed accurate esperienze sull' elettrostrizione furono invece compiute da Wülner e Max Wien [4]). Prescindendo da ogni concetto teorico intorno all' essenza del fenomeno, essi studiarono come vari il modulo di elasticità di un condensatore di vetro tenendo conto soltanto delle pressioni esercitate sul dielettrico dalle cariche delle sue armature. Dal confronto fra i valori del modulo ricavati dalle esperienze sulle deformazioni elettriche dei condensatori e quelli che si ottennero dalle deformazioni dei recipienti per compressione interna, o dalla misura della velocità di propagazione delle onde longitudinali, risultò che le semplici azioni meccaniche dovute alle cariche delle armature sono, quasi sempre, insufficienti a produrre le deformazioni che i condensatori manifestano.

Per condensatori di vetro turingio fu trovato che il valore del coefficiente k_1 può risultare anche positivo; pel vetro di densità elevata invece il modulo apparente di trazione riesce superiore a quello che si ricava nel caso delle ordinarie deformazioni; ciò che porterebbe, per la teoria dell' elettrostrizione, a valori negativi di k_1. E nel caso in cui il modulo apparente risulta superiore al normale, l' esperienza diretta

1) *Phil. Mag.* 1900 e 1901.
2) *The Phys. Rev.* 1902.
3) *Rend. Ist. Lombardo.* 1901 e 1904.
4) *Ann. d. Phys.* 1902 e 1903.

prova che la costante dielettrica diminuisce veramente con la trazione.

Risulta quindi che i valori di k_1 sono molto differenti per le diverse qualità di vetro e che per talune si hanno in modo evidente valori positivi. Ciò rende ragione della divergènza che esiste nei risultati di alcune esperienze [1]) eseguite, anni fa, intorno alla variazione della costante dielettrica del vetro per la trazione meccanica.

In conclusione può quindi ritenersi che le deformazioni elettriche del vetro esistono realmente e non dipendono soltanto dall'azione meccanica esercitata dalle cariche delle armature; che i valori del coefficiente k_1 di variazione relativa della costante dielettrica, per trazione perpendicolare alle linee di forza sono positivi o negativi a seconda della qualità del vetro. Ciò non può del resto meravigliare, chè le proprietà elettriche di questo corpo sono funzioni del suo stato fisico e chimico.

Le esperienze eseguite su altri dielettrici solidi scarseggiano: esistono alcune misure sul causciù dalle quali risultò che le sue deformazioni elettriche e quelle del vetro stanno all'incirca come i rispettivi coefficienti di elasticità [2]) e che la deformazione dovuta ad un piccolissimo effetto termico è molto inferiore a quella generata dal campo elettrico [3]). Sarebbe utile ripeterle su altri corpi, specialmente con lo zolfo puro e con la paraffina dura che, come vedremo più oltre, sembra godere di notevoli proprietà elettriche [4]).

Altre ricerche sui dielettrici, di natura ben diversa dalle precedenti, sono state fatte di recente dal Malclès [5]) e pren-

1) Corbino. *Riv. Scient.* 1897 e *R. Acc. Lincei.* 1899 e Ercolini. *R. Acc. Lincei.* 1898 e *N. C.* 1898 e 1900.

2) Korteweg e Julius. *Wied. Ann.* 1881.

3) *N. Cim.* 1905.

4) Contradittori sono i risultati conseguiti da vari sperimentatori, diversi anni fa, intorno alla variazione di volume presentata dai dielettrici liquidi, e i più ritengono che i fenomeni termici dovuti a conducibilità spieghino le piccole variazioni di volume che si osservano.

Pei gas una contrazione elettrica — dovuta solo a variazione del loro stato molecolare — non è stata osservata che nell'anidride carbonica.

5) *Journ. d. Phys.* Settembre 1909.

dono le mosse da esperienze eseguite, or non è molto, sull'elettrodinamica.

Risulta, com'è noto, che l'effetto Rowland, messo in dubbio dal Crémieu, esiste realmente e che il risultato negativo di quest'ultimo proveniva da ciò che l'induzione elettrostatica, esercitantesi attraverso una lamina dielettrica, verso gli alti potenziali si trova soppressa. Le condizioni realizzate dal Crémieu nelle sue esperienze dei dischi giranti per lo studio della convezione erano tali infatti che dei dielettrici, come la mica, sembravano diminuire e sopprimere l'influenza d'un settore metallico mobile, in comunicazione con una sorgente a potenziale costante, su di un altro fisso a potenziale zero. Quest'effetto, attribuito [1]) ad una penetrazione di cariche, si produce per un voltaggio critico ben determinato del conduttore carico che tocca il dieletrico: è da 8000 a 12000 volta per lo zolfo, superiore a 12000 v. per l'ebanite, vetro e paraffina e 4300 v. per la mica.

Il Malclès, osservando che il fenomeno costituisce un'anomalia in disaccordo con le idee emesse sui dielettrici, anche affetti di residuo, cerca di spiegarlo senza nuove ipotesi ed osserva che un'influenza sensibile deve esercitarla l'aria per effetto della sua ionizzazione. Un conduttore carico infatti finisce sempre per scaricarsi e se è in vicinanza d'una lamina dielettrica, gli ioni di segno contrario vengono ad accumularsi su di essa fino al momento in cui la sua carica totale è sufficiente per compensare, in tutti i punti esterni, quella del conduttore. Si spiega così la costatata apparizione sulla lamina d'un residuo elettrico contrario a quello del conduttore, come pure la soppressione d'influenza operata dalla lamina in seguito alla sua esposizione prolungata in un campo intenso.

Ma pure un altro fenomeno può spiegare questa diminuzione dell'effetto d'influenza: sotto l'azione del campo delle cariche positive e negative possono muoversi sul dielettrico e distribuirsi come su d'un conduttore. Tenendo conto delle perdite pei sostegni, si vede allora che una lamina dielettrica che possieda una conducibilità superficiale — dovuta all'azione

1) *Journ. d. Phys.* 1903.

di polvere, di umidità o di agenti chimici — può, fino ad un certo punto e in capo ad un certo tempo, comportarsi come uno schermo elettrostatico, cioè sopprimere l'effetto d'influenza.

Questa mobilità di cariche alla superficie può togliersi del tutto ricoprendo il dielettrico di paraffina. Ciò è dovuto alle qualità eccezionali di questo corpo, specialmente ad una varietà di paraffina dura, tratta dall'ozocherite e fusibile a 72°. Essa non presenta alcun residuo elettrico e le cariche sviluppate alla sua superficie sono prive d'ogni mobilità. Si può dire che essa è dotata di una completa *stabilità dielettrica* e si comporta praticamente come un dielettrico perfetto. Il suo potere induttore specifico è 2,30.

Approfittando di queste proprietà il Malclès studia altri dielettrici racchiusi nella paraffina, costruendo così delle cellule a nucleo con residuo ed a involucro impermeabile all'elettricità. Il nucleo può essere un solido od un liquido conduttore o isolante.

Il risultato delle esperienze è che la carica lenta d'un condensatore obbedisce ad una legge esponenziale e che la carica totale, nel caso d'un nucleo liquido, è quella che prende lo stesso condensatore quando si sostituisce al liquido isolante una lamina metallica della stessa grossezza.

Per spiegare questi fatti basta attribuire al liquido una piccola conducibilità: e la teoria basata sulla coesistenza del potere induttore specifico e della conducibilità rende ragione di tutti i fatti osservati in cellule di paraffina a nucleo liquido. Però nel caso d'un nucleo d'ebanite la concordanza si rivela solo nella forma esponenziale della funzione residua: l'effetto residuo totale che si osserva è inferiore al teorico, quindi il nucleo d'ebanite si comporta come un conduttore di spessore più piccolo.

Del resto esperienze precedenti a quest'ultime [1]) avevan mostrato che la propagazione delle cariche elettriche attraverso il petrolio e l'olio di paraffina è confrontabile alla propagazione delle cariche attraverso i corpi cristallizzati [2]), conformemente a ciò che Hertz [3]) aveva trovato per la benzina.

1) Gouré de Villemontée. *Journ. d. Phys.* 1906.
2) Curie. *Ann. de Ch. et d. Phys.* 1889.
3) *Wied. Ann.* 1883.

Riguardo alla diminuzione dell'effetto d'influenza è da notare che esso è stato, prima che dal Crémieu, riscontrato dal Prof. Cardani nelle sue interessanti esperienze sulla costante dielettrica dello zolfo [1]). Egli determinò l'attrazione che un disco carico esercitava, attraverso una lamina di zolfo, sul disco mobile, a terra, d'uno speciale elettrometro assoluto in cui gli spostamenti di questo ultimo disco si traducevano in abbassamenti di livello dell'acqua in un tubo capillare.

Risulta dalle misure eseguite che i rapporti fra il quadrato del potenziale del disco carico e l'abbassamento corrispondente di livello diminuiscono al crescer del potenziale: l'induzione diminuisce quindi e la costante dielettrica della lamina di zolfo appare sensibilmente aumentata.

È noto invero che la costante di magnetizzazione dei metalli fortemente magnetici è funzione dell'intensità del campo magnetico: e già il Pockels [2]) in una sua teoria ammise che, similmente, la costante dielettrica ε d'un mezzo isolante variasse col campo elettrico esistente all'esterno di questo mezzo. Risulta però che tale variazione nei dielettrici trasparenti, almeno studiati rispetto al fenomeno Kerr, è estremamente piccola, di un ordine di grandezza tale $\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = 1,2 \times 10^{-5}\right)$ da non potere essere messa in evidenza con misure elettriche. Le esperienze del Prof. Cardani — eseguite con le dovute cautele per eliminare la perturbazione causata dell'elettrizzazione superficiale — indicano invece variazioni della costante dielettrica dello zolfo assai cospicue (dal 3,6 all'11,9 %).

Ora, l'ionizzazione dell'aria e la possibile mobilità delle cariche che in conseguenza si generano sulle facce del dielettrico sono certamente dei fenomeni che tendono a neutralizzare l'azione del disco carico: ma che poi essi spieghino *interamente* l'effetto che, almeno nello zolfo, si osserva assai rilevante non è dato, per ora, affermare con sicurezza.

Se realmente esiste una variazione della costante dielettrica dello zolfo al crescer del potenziale, occorre vedere se

1) *L'Elettricista*. 1892.
2) Néculcéa. Le phénomène de Kerr. *Scientia*. N. 16.

qualcuna fra le varie teorie formulate intorno ai dielettrici si presti a spiegare il fenomeno senza bisogno d'invocare nuove proprietà di essi.

Diverse fra queste teorie, anche recenti, rendon conto assai bene dei principali fenomeni presentati da un coibente sotto l'azione d'un campo costante, e in campi ciclicamente variabili prevedono pure il ritardo della quantità d'elettricità esistente sulle armature d'un condensatore rispetto alla differenza di potenziale e la conseguente dissipazione d'energia ad ogni ciclo. Ma — come ha mostrato il Prof. Corbino nelle sue interessanti ricerche teoriche e sperimentali sulla viscosità dielettrica dei condensatori [1] — allorchè la frequenza delle alternazioni del campo è elevata — da 2 a 4 mila cicli per secondo — queste teorie non son più valide; il detto ritardo che esse prevedono in tali condizioni sarebbe praticamente nullo, al contrario di quel che risulta dall'esperienza.

Un'altra teoria assai feconda è, com'è noto, quella dello spostamento elettrico, che rende conto dei fenomeni più vari presentati dai coibenti come il loro residuo elettrico, l'influenza delle trepidazioni e della temperatura e del notevole fatto che col metodo della rifrazione delle linee di forza si ottengono per la costante dielettrica dei valori che sodisfano alla nota relazione del Maxwell anche pei dielettrici a grande residuo. Applicandola al caso d'un campo periodicamente variabile si giunge pure a stabilire una curva di viscosità che presenta dell'analogia con la curva d'isteresi nella magnetizzazione del ferro; ma le formule che si ottengono, mal si prestano, per la loro complicazione, a stabilire se anche per le frequenze elevatissime si abbia accordo coi risultati sperimentali del Prof. Corbino.

Forse però la teoria dello spostamento potrebbe spiegare una diminuzione dell'effetto d'influenza. Bisognerebbe ritenere che la reazione esercitata sull'etere dal mezzo materiale costituente il dielettrico si mantenesse proporzionale allo spostamento dell'etere stesso solo fino ad un certo valore di esso.

G. Ercolini.

1) *N. Cim.* Febbraio 1905.

LIBRI NUOVI

Libri inviati per recensione.

K. URBAN — « Laboratoriumsbuch für die Industrie der verflussigten u. komprimierten Gase ».
(Wilhelm Knapp, Halle a S. 1909. Mk. 1.80).

O. MANVILLE — « Les découvertes modernes en Physique ».
(H. Hermann, Paris, 1909. Frs. 8).

E. GEHRCKE — « Die Strahlen der positiven Elektrizität ».
(S. Hirzel, Leipzig, 1909 Mk. 4.50).

Ing. PIETRO OPPIZZI — « Problemi grafici di trazione ferroviaria ».
(U. Hoepli, Milano, 1909. L. 3,50).

GIUSEPPE BELLUOMINI — « Manuale pratico del calderaio ».
(U. Hoepli, Milano, 1908. L. 3).

Dott. W. HERZ — « Les bases Physico-Chimiques de la Chimie analytique ».
(Gauthier-Villars, Paris, 1909. L. 5).

A. RUSSELL — « La théorie des courants alternatifs ». Traduite par G. Séligman-Lui.
(Gauthier-Villars, Paris, 1909. L. 15).

G. LORIA — « Metodi di Geometria descrittiva ».
(U. Hoepli, Milano, 1909. L. 3).

BILLITER — « Die elektrochemischen Verfahren der Chemischen Gross Industrie. B. I. ».
(W. Knapp, Halle a. S., 1909. Mk. 12).

v. PANAGEFF — « Verhalten der wichsigsten seltenen Erden zu Reagentien ».
(Id. id. Mk. 3.60).

NERNST-BORCHERS — « Jahrbuch der Elektrochemie ». XIII Jahrg.
(Id. id. Mk. 30).

C. RIEMANN — « Gewinnung und Reinigung des Kochsalzes ».
(Id. id. Mk. 3.20).

Dott. KONRAD NORDEN — « Elektrolytische Zähler ».
(Id. id. Mk. 9).

Dott. RUDOLF SCHENCK — « Physikalische Chemie der Metalle ».
(Id. id. Mk. 7).

Dott. R. EHRHARDT — « Tabellen zur Berechnung von Kalianalysen ».
(Id. id. Mk. 3).

Dott. J. GROSSMANN — « Das Ammoniak ».
(Id. id. Mk. 3.60).

Dott. V. SANTER — « Einrichtung von Laboratorien und allgemeine Operationen ».
(Id. id. Mk. 2.70).

W. RAMSAY — « Moderne Chemie » I Teil (2 Auflage).
(Id. id.).

« Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1900 ».
(Gauthier-Villars, Paris. L. 1.50).

Pubblicazioni inviate in dono alla Società Italiana di Fisica o al Nuovo Cimento.

Père E. MERVEILLE — « La section magnétique ».
(G. Gili, Barcelone, 1908).

« Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze ». 2ª riunione, Firenze 1908.

« Veröffentlichungen der Internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt » Jahrg 1907, heft 2 a 12.

TITO MARTINI « Osservazioni intorno a una memoria del signor K. Dörsing sulla velocità del suono nei liquidi ».

Dott. PIERRE PALLADINO — « Du poids absolu des corps élémentaires et dépendance de leurs propriétés chimiques et physiques du poids absolu et de la forme ».

Dott. PERICLE GAMBA — « La VI conferenza internazionale di aerologia tenutasi a Monaco (principato) ».

CARLO DEL LUNGO — « Leggi e principi della Fisica — Parte I (Meccanica e calore) ».

Prof. A. Riccò — « Eruzione etnea del 28 aprile 1908 ».

Id. id. — « Terremoto messinese e della Calabria al 28 Dicembre 1908 ».

Id. id. — « Il terremoto e maremoto del 28 Dicembre 1908 ».

Id. id. — « Lo spettreliografo del R. Osservatorio di Catania ».

A. Bemporad — « La curva diurna della radiazione in relazione alla così detta *costante solare* ».

Id. id. — « Osservazioni ad una Nota del' Prof. Angström sull'assorbimento dei gas ».

Id. id. — « L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione con l'altezza ».

Id. id. — « Osservazioni pireliometriche a differenti altezze sull'Etna ».

Attilio Mariotti, *gerente responsabile.*

ERRATA CORRIGE.

Nel 1° semestre anno corrente (fasc. di Marzo e Maggio-Giugno):

Pag. 179 riga 24 invece di: $n \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$, leggi: $n = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l}$.

Pag. 303 riga 24 invece di: *negativamente*, leggi: *positivamente*.

Pag. 303 riga 26 invece di: *ioni positivi*, leggi: *ioni negativi*.

Anno LV - S. V - Vol. XVIII - 2° Sem. - F. 11-12 - Novembre-Dicembre 1909

(Pubblicazione mensile)

IL NUOVO CIMENTO

FONDATO DA C. MATTEUCCI e R. PIRIA
E CONTINUATO DA E. BETTI E R. FELICI

ORGANO DELLA

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

INDICE

PISA, DALLA TIPOGRAFIA PIERACCINI
1909.

Del « NUOVO CIMENTO » si pubblica ogni mese un fascicolo di 80 pagine.

L'abbonamento è obbligatorio per un anno, e s'intende rinnovato, quando non sia disdetto entro il dicembre.

Chi vuole pagare l'abbonamento non ha che da versare, al principio di ogni anno, ad un ufficio postale italiano o estero la somma di

Lire 18 per l' Italia

„ 20 per l' Estero

a favore del Sig. **ALFREDO LAVACCHINI, Via Gino Capponi, 3, FIRENZE.**

Coloro che appartengono alla Società Italiana di Fisica sono pregati di spedire la quota di ***L. 18*** al Cassiere Prof. A. Stefanini, Lucca, il quale a richiesta rilascierà la quietanza di **L. 15** se l'abbonamento è a carico dell'Istituto a cui il Socio appartiene.

Chi desidera pubblicare nel « Nuovo Cimento » una memoria originale manderà il relativo manoscritto ad uno dei membri del Comitato di Direzione Proff.: Battelli, Ròiti, Volterra, Garbasso, Grimaldi o al Redattore Prof. O. M. Corbino (Istituto Fisico di Roma). E dei lavori originali pubblicati nel Giornale l'autore riceverà gratis 50 copie.

SPAZIO E TEMPO,

per HERMANN MINKOWSKI.

Questo lavoro del Minkowski era l' oggetto della sua attività fino agli ultimi giorni anzi fino alle ultime ore che precedettero la sua fine immatura. L' avea pronunciato nel Congresso dello scorso anno a Colonia dinnanzi ad un pubblico numeroso, formato di matematici, fisici, filosofi che erano con grande interesse accorsi ad udirlo, destando in tutti vera ammirazione. Pochi giorni prima della sua morte ne consegnava il manoscritto al Prof. Riecke per la pubblicazione nel Physikalische Zeitschrift e ancora poche ore prima della sua morte si occupava della correzione per la stampa.

Era nato il 22 giugno 1864 ad Alexoten in Russia ma era andato da fanciullo in Germania. A 15 anni entrava all' Università e tre anni dopo meritava il gran premio dell' Accademia di Parigi con un lavoro sulla teoria dei numeri. In quell' occasione il grande matematico francese C. Jordan lo incoraggiava così a proseguire i suoi studi « Travaillez, je vous prie, à devenir un gèomètre èminent ». E il Minkowski il divenne: i suoi lavori sulla teoria dei numeri dapprima, e poi su quella che egli chiamò « Geometria dei numeri », e più tardi su questioni di Geometria pura gli procurarono in breve la fama di uno dei più eminenti matematici della Germania.

In questi ultimi anni avea cominciato ad occuparsi di fisica-matematica: l' aveano specialmente attirato le nuove teorie elettrodinamiche e vi si era dato con tutta la forza dal suo ingegno vigoroso e geniale. La sua memoria sull' equazioni fondamentali per l' elettrodinamica dei corpi in moto, pubblicata al principio dell' anno scorso, destò inte-

resse in tutto il mondo matematico. Il risultato più importante di questo suo lavoro era che, posto come fondamento il principio della Relatività, tutte le leggi del moto possono dedursi dal solo principio della conservazione dell' energia.

E quando volle estendere a tutte le leggi della natura il principio dell' invarianza dell' equazioni fondamentali della elettrodinamica riconosciuta dal Lorentz, lo concepì come una proprietà già inclusa nel concetto di spazio e di tempo. Questo nuovo orizzonte che si apriva al suo sguardo di scienziato profondo egli lo delineava in questo suo ultimo lavoro « Spazio e Tempo ».

Colpito improvvisamente da un male senza rimedio nei primi giorni di quest' anno, egli si doleva coi suoi di non poter proseguire questi studi in cui tanto sentiva di poter fare, e si lusingava che i fondamenti da lui gettati sarebbero stati base di studi di altri scienziati dopo lui. Moriva dopo solo tre giorni, il 12 gennaio a Göttingen, nel pieno vigore delle sue forze intellettuali e della sua attività, con perdita grande della scienza e lasciando universale rimpianto in tutti quelli che insieme alle singolari doti della sua mente aveano potuto apprezzare anche quelle del suo cuore.

G. GIANFRANCESCHI.

Signori! [1])

Le considerazioni che sono per esporvi sullo spazio e sul tempo, sono cresciute nel campo della fisica sperimentale; in ciò sta la loro forza. Esse hanno una tendenza radicale. Da quest'ora in poi lo spazio in se stesso, e il tempo in se stesso, debbono piombar nelle tenebre e soltanto una specie di unione dei due deve serbare la sua individualità.

1) È quasi impossibile riprodurre in una traduzione di questo lavoro del Minkowski la vivace espressione e la frase spesso originale dell' autore. Ho cercato di conservare per quanto potevo il colorito del suo scritto. Sono in special modo debitore e grato al Prof. G. Castelnuovo per la sua efficace cooperazione prestatami col correggere il manoscritto.

G. G.

I.

Vorrei dapprima esporre come si possa dalla meccanica attualmente ammessa giungere alle nuove idee di spazio e di tempo per mezzo di considerazioni puramente matematiche. Le equazioni della meccanica newtoniana presentano una doppia invarianza.

Un primo caso in cui rimane invariata la loro forma è quando si sottopone ad uno spostamento qualunque il sistema fondamentale di coordinate dello spazio; il secondo quando esso viene modificato nel suo stato di moto, cioè quando gli si imprime un qualsiasi moto uniforme di traslazione, inoltre l' origine dei tempi non ha alcuna influenza. Si è soliti di considerare come stabiliti gli assiomi della geometria quando ci si sente maturi per gli assiomi della meccanica, e perciò quelle due invarianze vengono ben di rado nominate insieme.

Ciascuna di esse rappresenta un certo gruppo di trasformazioni in se stesse per le equazioni differenziali della meccanica. L'esistenza del primo gruppo si riguarda come un carattere fondamentale dello spazio. Il secondo gruppo si suole punirlo col disprezzo, sorvolando con leggerezza sul fatto che, dai fenomeni fisici non si può mai decidere se lo spazio supposto dapprima come in quiete si trovi alla fine in una traslazione uniforme.

Così quei due gruppi conducono una esistenza totalmente separata l' uno dall' altro. Il loro carattere del tutto eterogeneo ha forse distolto dal comporli. Ma appunto il gruppo totale composto come un tutto ci dà materia a considerazione.

Vediamo di raffigurarci graficamente i fenomeni.

Siano x, y, z, coordinate rettilinee per lo spazio, e t rappresenti il tempo.

Oggetto della nostra osservazione sono sempre, e soltanto, spazio e tempo insieme considerati. Non ha mai alcuno osservato un *luogo* se non ad un certo *tempo*, ne' un *tempo* se non in un luogo determinato. Io rispetto ancora il dogma che spazio e tempo hanno ciascuno una significazione propria indipendente. Un punto-spazio, in un punto-tempo, ossia un sistema di valori x, y, z, t, lo chiamo *punto universale* (Weltpunkt).

La molteplicità di tutti i sistemi immaginabili di valori x, y, z, t, si chiamerà *universo* (Welt). Io potrei con arditi tratti di gesso tracciar sulla tavola i 4 assi dell'*universo*. Ma già un asse è costituito da molecole vibranti, e compie il cammino della terra, dà quindi abbastanza da astrarre; l'astrazione un po' più grande legata col numero 4 non dà fastidio al matematico. Per non lasciar in nessuna parte un vuoto noioso ci figuriamo che in ogni luogo e ad ogni tempo sia presente qualche cosa di osservabile. Per non dire materia o elettricità, per questo qualche cosa adoprerò la parola *sostanza*. Volgiamo la nostra attenzione al punto sostanziale presente nel punto universale x, y, z, t, e ammettiamo di esser sempre in grado di riconoscere questo punto sostanziale in qualunque altro tempo. Ad un elemento di tempo dt corrispondano le variazioni $dx\ dy\ dz$ delle coordinate di spazio di questo punto sostanziale. Otteniamo allora come immagine, per così dire, del perpetuo corso di vita del punto sostanziale una curva nell'*universo*, una *linea universale* (Weltlinie), i cui punti si riferiscono univocamente al parametro t da $-\infty$ a $+\infty$. Tutto l'*universo* risulta così scomposto in tali *linee universali*, e potrei senz'altro notare fin d'ora che, a mio parere, le leggi fisiche dovrebbero trovare la loro perfetta espressione come scambievoli relazioni fra queste *linee universali*. Mediante il concetto di spazio e tempo restano determinate le molteplicità $t=0$ e le due faccie $t>0$ e $t<0$.

Conserviamo fissa per semplicità l'origine dello spazio e del tempo, allora il primo gruppo della meccanica significa che noi possiamo sottoporre la terna degli assi x, y, z ad una rotazione arbitraria intorno all'origine, entro $t=0$, corrispondentemente alle trasformazioni lineari omogenee dell'espressione

$$x^2+y^2+z^2$$

in se stessa.

Il secondo gruppo poi significa che possiamo sostituire alle quantità

$$x, y, z, t$$

le altre

$$x - \alpha t, \quad y - \beta t, \quad z - \gamma t, \quad t$$

dove α, β, γ sono costanti arbitrarie, senza che l'espressione delle leggi meccaniche venga alterata. All'asse del tempo può darsi quindi una direzione pienamente arbitraria nel semispazio superiore $t > 0$. Che significato ha ora la condizione dell'ortogonalità nello spazio con questa piena libertà dell'asse del tempo in tutta la regione superiore?

Per istabilire il collegamento prendiamo un parametro positivo c e consideriamo la figura

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1 .$$

Essa consta di due calotte separate da $t = 0$, analoghe a quelle di un iperboloide a due falde.

Consideriamo la falda superiore contenuta nel campo $t > 0$ e assumiamo quelle trasformazioni lineari omogenee delle x, y, z, t, nelle quattro nuove variabili x', y', z', t', per le quali l'espressione precedente si conserva invariata.

A queste trasformazioni appartengono naturalmente le rotazioni dello spazio intorno all'origine. Una piena idea delle altre trasformazioni possiamo formarcela se consideriamo quelle trasformazioni per cui y e z rimangono invariati. Disegniamo la sezione di quella falda col piano formato dagli assi x e t; avremo il ramo superiore dell'iperbole

$$c^2 t^2 - x^2 = 1$$

con i suoi asintoti.

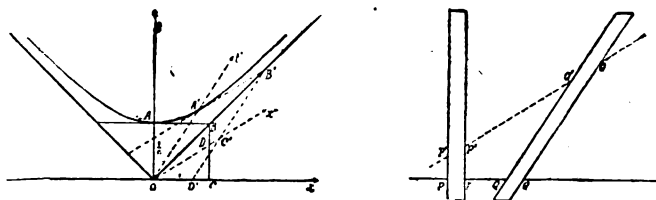



Fig. 1.

Si tiri inoltre dal punto O un raggio vettore qualsiasi OA' di questo ramo d'iperbole, la tangente in A' all'iperbole fino all'incontro B' con l'asintoto di destra, si completi poi il pa-

rallegrammo O A' B' C', e si prolunghi B' C' fino all'incontro D' con l'asse x.

Prendiamo allora OC' ed OA' come assi di coordinate parallele x' t' con le unità di misura $OC' = 1$ ed $OA' = \frac{1}{c}$; allora quel ramo d'iperbole ha ancora la equazione

$$c^2 t'^2 - x'^2 = 1 \ , \ t' > 0 ,$$

e il passaggio da $x, y, z, t,$ ad x', y', z', t', si compie mediante una delle trasformazioni in questione.

Aggiungiamo ancora alle trasformazioni caratterizzate gli spostamenti arbitrarii dell'origine dello spazio e del tempo, e costituiamo con ciò un gruppo di trasformazioni che dipenderà dal parametro c e che io rappresenterò con G_c.

Facciamo ora crescere c all'infinito e quindi convergere verso zero $\frac{1}{c}$; allora badando alla figura descritta, apparisce che il ramo d'iperbole si avvicina sempre più all'asse x, l'angolo degli asintoti si allarga tendendo ad un angolo piatto, quella trasformazione speciale si muta in una in cui l'asse t' può avere verso l'alto una direzione arbitraria, e x' si avvicina sempre più ad x.

Da ciò apparisce che dal gruppo G_c facendo tendere c al limite $c = \infty$, si ottiene appunto quel gruppo G_∞ che appartiene alla meccanica di Newton.

Stando così le cose, ed essendo G_c matematicamente intelligibile come G_∞, avrebbe potuto venire in mente ad un matematico di fervida fantasia, che i fenomeni della natura possedessero di fatto un'invarianza non nel gruppo G_∞ ma piuttosto nel gruppo G_c, dove c è determinato e finito, e solo molto grande rispetto alle unità ordinarie. Un tale presentimento sarebbe stato un trionfo straordinario per la matematica pura.

Qui veramente la matematica non ha compiuto il primo passo, le rimane tuttavia la soddisfazione, che essa grazie ai precedenti successi, può, coi suoi sensi rafforzati dall'esercizio della larga visione, comprender subito le profonde conseguenze di un tale mutamento nel modo di concepire la natura.

Voglio subito far notare con qual valore di c si abbia che fare. Con c s'intende la velocità di propagazione della luce nel vuoto. Per non parlare nè di spazio nè di vuoto possiamo definire questa grandezza come il rapporto fra l'unità elettrostatica ed elettromagnetica di quantità di elettricità.

L'esistenza dell'invarianza delle leggi della natura per il gruppo G_c andrebbe così concepita:

Dalla totalità dei fenomeni della natura si può dedurre con successive approssimazioni un sistema di riferimento x, y, z, e t, spazio e tempo, mediante il quale i fenomeni si rappresentano secondo leggi determinate. Questo sistema però non è individuato interamente dai fenomeni. *Si può ancora variare comunque il sistema di riferimento corrispondentemente alle trasformazioni del detto gruppo* G_c, *senza che venga alterata l'espressione delle leggi della natura.*

Per esempio: si può, secondo la figura descritta, chiamare t' il tempo, si deve però allora definire lo spazio mediante la molteplicità dei tre parametri x', y, z; con ciò le leggi fisiche si esprimeranno egualmente bene con le x', y, z, t', come con le x, y, z t.

Noi avremo dunque nell'*universo* non più *lo* spazio, ma infiniti spazii, appunto come nello spazio a tre dimensioni si hanno infiniti piani. La Geometria a tre dimensioni diviene un capitolo della fisica a quattro dimensioni.

Loro vedono perchè io dapprincipio diceva che spazio e tempo devono piombar nelle tenebre, e deve solo un *universo* conservare la sua individualità.

II.

Si domanda ora: quali circostanze ci costringono alla nuova concezione di spazio e di tempo; non è questa mai in contrasto coi fenomeni? apporta essa vantaggio per la descrizione dei fenomeni?

Prima di entrare in tali questioni facciamo un'osservazione importante.

Se noi abbiamo comunque individuato spazio e tempo, ad un punto sostanziale in quiete corrisponde come *linea uni-*

versale una parallela all'asse t, ad un punto sostanziale che si muove di moto uniforme, una retta inclinata rispetto all'asse t, ad un punto sostanziale che si muove con un moto vario, una linea curva. Prendiamo in un arbitrario *punto universale* x, y, z, t, la *linea universale* che vi passa e sceglíamola parallela ad un raggio vettore qualsiasi O A' della falda d'iperboloide anzidetta; possiamo allora introdurre O A' come nuovo asse del tempo e, secondo il nuovo concetto dato di spazio e tempo, la sostanza esistente in quel punto apparisce come in quiete. Possiamo allora porre questo assioma fondamentale:

« La sostanza esistente in un qualsiasi *punto universale* « può essere sempre considerata come in quiete mediante « un'opportuna scelta dello spazio e del tempo ». L'assioma significa che in ciascun *punto universale* l'espressione

$$c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

è costantemente positiva, o ciò che è lo stesso, che ogni velocità v è sempre più piccola di c. Si porrebbe così c come limite superiore di tutte le velocità di sostanza, e in ciò appunto consiste il profondo significato della grandezza c. Questo assioma ha a primo aspetto qualche cosa di sgradevole. Bisogna però riflettere che viene ora a prender campo una meccanica modificata in cui entra la radice quadrata di quella relazione differenziale di 2° grado, sicchè i casi con velocità maggiori di quella della luce vengono presso a poco ad acquistare quell'ufficio che hanno in geometria le figure con coordinate immaginarie.

Ciò che veramente ci muove e ci induce ad ammettere il gruppo G_c è che l'equazione differenziale per la propagazione delle onde luminose nel vuoto, possiede quel gruppo G_c [1]).

Dall'altra parte il concetto di corpo rigido ha significato soltanto in una meccanica con gruppo G_∞. Se ora si avesse un'ottica con G_c e d'altra parte fosse dato un corpo rigido, risulterebbe che fra le due falde d'iperboloide appartenenti

1) Una reale applicazione di questo fatto si trova già in W. Voigt. Götting. Nachr. 1887, p. 41.

a G_c e a G_∞ verrebbe individuata *una* direzione t, e la conseguenza sarebbe che su appropriati istrumenti ottici rigidi nei laboratori si dovrebbe verificare una diversità dei fenomeni per diverse orientazioni rispetto alla direzione del moto translatorio della terra. Tutte le ricerche dirette a questo scopo, in particolare una ben nota esperienza d'interferenza del Michelson, fornirono sempre un risultato negativo.

Per darsi ragione di ciò il Lorentz formulò un'ipotesi il cui successo si basa appunto nell'invarianza dell'ottica per il gruppo G_c.

Secondo il Lorentz ogni corpo in moto deve subire un raccorciamento nella direzione del moto, e precisamente nel rapporto:

$$1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

se v è la sua velocità.

Questa ipotesi ha un'apparenza troppo fantastica. Infatti la contrazione non sarebbe da pensarsi come una conseguenza della resistenza nell'etere, ma puramente come un dono dall'alto, una circostanza che accompagna il fenomeno del moto.

Voglio mostrare sulla nostra figura come l'ipotesi del Lorentz sia del tutto equivalente col nuovo concetto di spazio e di tempo, e per mezzo di questo divenga più intelligibile. Per semplificare facciamo astrazione da y e da z e pensiamo ad un *universo* spaziale, ad una dimensione: allora un corpo in quiete ed uno che si muove di moto uniforme saranno rappresentati il primo da una striscia parallela all'asse della t, l'altro da una inclinata, l'estensione nel senso dello spazio restando costante. Se OA' è parallelo alla 2ª striscia possiamo introdurre t' come tempo e x' come coordinata di spazio, e allora il secondo corpo apparirà in quiete, il primo in moto uniforme. Supponiamo ora che il primo corpo considerato in quiete abbia la lunghezza l, ossia la sezione PP della prima striscia secondo l'asse x sia eguale ad $l \times OC$ essendo OC l'unità di misura sull'asse x, e che d'altra parte il secondo corpo considerato come in quiete abbia la stessa lunghezza l; ciò significa che la sezione della seconda striscia fatta parallelamente all'asse x' è $Q'Q' = l . OC'$. Abbiamo così in questi due

corpi l'immagine di due elettroni di Lorentz eguali, uno in quiete e uno in moto uniforme. Se conserviamo le prime coordinate x e t la dimensione del secondo elettrone è data dalla sezione QQ parallela all'asse x. Ora evidentemente essendo $Q'Q' = l.OC'$ sarà

$$QQ = l.OD'.$$

Un facile calcolo mostra che se $\frac{dx}{dt} = v$ per la seconda striscia si ha

$$OD' = OC\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

e quindi

$$PP : QQ = 1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Questo è dunque il significato dell'ipotesi del Lorentz per la contrazione dell'elettrone nel moto. Consideriamo invece il secondo elettrone come in quiete, ossia prendiamo come sistema x', t': allora la lunghezza del primo è data dalla sezione $P'P'$ parallela ad OC' e il primo elettrone risulterà accorciato per rispetto al secondo poichè

$$P'P' : Q'Q' = OD : OC' = OD' : OC = QQ : PP.$$

Lorentz chiamò *tempo locale* dell'elettrone in moto uniforme la combinazione t' di x e t; egli indicò una costruzione fisica di questo concetto per facilitare l'intelligenza dell'ipotesi della contrazione.

Tuttavia è merito dell'Einstein [1]) di aver riconosciuto che il tempo del primo elettrone come quello dell'altro, ossia t e t', sono da trattarsi egualmente. Con ciò il tempo non poteva più venire considerato come un concetto univocamente determinato dai fenomeni. Per ciò che riguarda il mutamento dello spazio nè Einstein nè Lorentz lo avevano preso in considerazione forse perchè nella detta trasformazione speciale quando il piano x', t' ricopre il piano x, t, si poteva pensare

1) A. Einstein. Ann. d. Phys. 17, 891, 1905. Jahrb. d. Radioaktivität. u. Elektronik. 4, 411, 1907.

che l' asse x degli spazi fosse restato nella sua posizione primitiva. L' omettere di operare sullo spazio in modo corrispondente al tempo è tuttavia da chiamarsi una stranezza dal punto di vista della cultura matematica. Dopo questo passo ulteriore, che pure non può tralasciarsi per la giusta intelligenza del gruppo G_c, sembra però a me che la parola *Postulato della Relatività* per l' esigenza di una invarianza nel gruppo G_c sia ben poco opportuna. E poichè il senso del postulato è che dai fenomeni è dato solo l' *universo* a quattro dimensioni nello spazio e nel tempo, mentre la proiezione nello spazio e nel tempo può essere ancora presa con una certa libertà, io darei a questa affermazione il nome di *Postulato dell' universo assoluto* (Postulat der absoluten Welt), o brevemente *Postulato universale* (Wetpostulat).

III.

Per mezzo del *Postulato universale* diviene possibile una uniforme trattazione delle 4 coordinate x, y, z, t che determinano un *punto universale*. Con ciò le forme sotto le quali si esprimono le leggi fisiche guadagnano in chiarezza, come ora mostrerò. Soprattutto il concetto di accelerazione acquista uno spiccato carattere. Mi servirò di un linguaggio geometrico che si presenta immediatamente quando dalla terna $x, y, z,$ si astrae, tacendo, dalla z.

Prendiamo un punto qualunque dell'*universo* O come origine dello spazio e del tempo. Il cono

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0$$

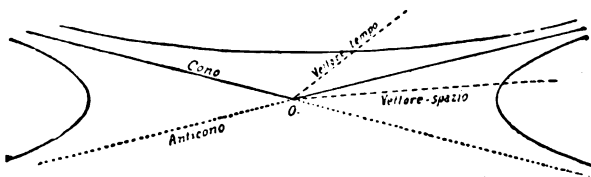



Fig. 2.

con vertice in O si compone di due parti una con valori di $t < 0$ l' altra con $t > 0$; il primo, l' *anticono*, contiene, per

così dire, tutti i punti universali che « mandano luce verso O », il secondo al di là di O, contiene tutti quelli che « ricevono luce da O ». Possiamo chiamare campo *al di quà* di O quello limitato dall' *anticono, al di là* quello limitato dal *cono.* Al di là di O cade la falda d' iperboloide considerato

$$F = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 1, \; t > 0.$$

La regione fra i due coni viene riempita dagli iperboloidi ad una falda

$$-F = x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = k^2$$

per tutti i valori costanti positivi di k^2.

Importanti per noi sono le iperboli che hanno O per centro, e giacciono su questi ultimi iperboloidi. I singoli rami di queste iperboli si chiameranno brevemente iperboli intermediarie di centro O. Un tale ramo d'iperbole, considerato come *linea universale* di un punto sostanziale, rappresenta un movimento che per $t = -\infty$ e $t = +\infty$ tende asintoticamente alla velocità della luce c. Se in analogia al concetto di vettore nello spazio chiamiamo *vettore* un segmento rettilineo nella molteplicità delle x, y, z, t, dovremo distinguere fra i *vettori di tempo* diretti da O verso la falda $+F = 1$, $t > 0$, e i *vettori di spazio* diretti da O verso $-F = 1$. L' asse dei tempi può esser parallelo a qualunqne vettore della prima specie. Ogni *punto universale* fra l' anticono e il cono può esser riguardato come contemporaneo con O od anche come anteriore o posteriore secondo il sistema a cui viene riferito. Ogni *punto universale* al di qua di O è necessariamente sempre anteriore, ogni punto al di là posteriore. Al limite $c = \infty$ corrisponde la sovrapposizione delle due superficie coniche e la sparizione della regione cuneiforme compresa tra queste. Nella figura designata questa regione è perciò segnata con diversa ampiezza.

Decomponiamo ogni vettore uscente da O nelle componenti x, y, z, t. Siano poi le direzioni di due vettori rispettivamente quella d' un raggio vettore OR di una delle superficie $\mp F = 1$ e di una tangente RS alla superficie nel punto R; questi due vettori dovranno dirsi *normali.* Perciò

$$c^2 t t_1 - x x_1 - y y_1 - z z_1 = 0$$

è la condizione perchè i vettori di componenti

$$x, y, z, t, \text{ e } x_1, y_1, z_1, t_1$$

siano normali fra loro.

Per la grandezza dei vettori di diversa direzione le unità di misura devono essere fissate in modo che ad un vettore di spazio da O a $-F=1$ si assegni la grandezza 1, ad un vettore di tempo da O a $+F=1$, $t>0$ corrisponda la grandezza $\frac{1}{c}$.

Immaginiamo in un *punto universale* P $(x, y, z, t,)$ la *linea universale* che vi passa di un *punto sostanziale*; l'elemento di vettore di tempo dx, dy, dz, dt della detta linea uscente da P ha la grandezza

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2}.$$

L'integrale $\int d\tau = \tau$ esteso alla *linea universale* da un punto qualunque fisso P_0 fino ad un punto variabile P lo chiameremo il *tempo proprio* del *punto sostanziale* in P. Consideriamo sulla *linea universale* le x, y, z, t ossia le componenti del vettore OP come funzioni del tempo proprio τ, le loro derivate prime rispetto a τ rappresentiamole con $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$, le derivate seconde con $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$. Per i corrispondenti vettori adottiamo poi la seguente nomenclatura: la derivata di OP rispetto a τ sia il *vettore di moto* in P, la derivata di quest'ultimo rispetto a τ il *vettore di accelerazione* in P.

Allora si ha

$$c^2\dot{t}^2 - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 = c^2$$

$$c^2\dot{t}\ddot{t} - \dot{x}\ddot{x} - \dot{y}\ddot{y} - \dot{z}\ddot{z} = 0$$

ossia il *vettore di moto* è il vettore-tempo nella direzione della *linea universale* in P di grandezza 1, *e il vettore di accelerazione* è normale a *quello di moto* e quindi è certo un vettore-spazio.

Ora esiste un unico determinato ramo d'iperbole che ha comune con la *linea universale* in P tre punti infinitamente vicini e i cui asintoti sono le generatrici rispettivamente di

Fig. 3.

un *anticono* e di un *cono*. Questo ramo d'iperbole lo chiamo *iperbole di curvatura* in P (v. fig. 3). Se M è il centro di questa iperbole, si ha qui una iperbole intermediaria con centro M. Sia ora ϱ la grandezza del vettore MP, allora riconosciamo il *vettore di accelerazione* in P come il vettore nella direzione MP di grandezza $\frac{c^2}{\varrho}$.

Siano $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$ tutte nulle allora l'iperbole di curvatura si riduce alla retta tangente alla *linea universale* in P e deve porsi $\varrho = \infty$.

IV.

Per dimostrare che l'ipotesi del gruppo G_c non conduce in nessun caso ad una contradizione colle leggi fisiche è indispensabile una rivista di tutta la fisica fatta in base alla supposizione del gruppo.

Questa revisione è già stata fatta con successo in un certo campo per ciò che riguarda la termodinamica e la propagazione del calore [1]), per i processi elettromagnetici, finalmente per la meccanica conservando l'idea di massa [2]).

Per l'ultimo campo deve anzitutto porsi la questione: Se una forza di componenti X, Y, Z agisce secondo l'asse dello spazio in un *punto universale* P (x, y, z, t), dove il vettore di moto è $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{t}$ come dovrà venir essa considerata dopo un cambiamento del sistema?

Ora esistono certi principii verificati circa la forza ponderomotrice nei campi elettromagnetici in quei casi nei quali il gruppo G_c è senza dubbio da ammettersi. Questi principii conducono a questa semplice regola. Per un cambiamento del sistema la forza presupposta deve nelle nuove coordinate di

1) M. Planck. Zur Dynamik bewegter Systeme. Berl. Ber. 1907, p. 542. Ann. d. Phys. 26.1. 1908.

2) H. Minkowski. Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern. Gött. Nachr. 1908, p. 53.

spazio considerarsi in guisa che rimanga invariato il vettore di componenti

$$\dot{t}\,X,\ \dot{t}\,Y,\ \dot{t}\,Z,\ \dot{t}\,T,$$

dove

$$T = \frac{1}{c^2}\left(\frac{\dot{x}}{\dot{t}}X + \frac{\dot{y}}{\dot{t}}Y + \frac{\dot{z}}{\dot{t}}Z\right)$$

è il lavoro compiuto dalla forza nel *punto universale*, diviso per c^2. Questo vettore è costantemente normale al vettore di moto in P. Un vettore siffatto appartenente ad una forza in P si chiamerà *un vettore di forza in moto* (bewegender Kraftvektor.

Sia ora descritta la *linea universale* passante per P di un punto sostanziale con massa meccanica costante m. Il prodotto del vettore di moto in P per m chiamerò *vettore d' impulso*, il prodotto per m del vettore d'accelerazione in P *vettore di forza del moto in* P (Kraftvektor der Bewegung).

Conforme a queste definizioni la legge secondo cui ha luogo il moto di un punto di massa per un vettore dato di forza in moto si enuncia così:

Il vettore di forza del moto è eguale al vettore di forza in moto [1]).

Questo enunciato comprende quattro equazioni per le componenti secondo i quattro assi; però, i due vettori essendo normali al vettore di moto, la quarta equazione si può considerare come una conseguenza delle prime tre. Secondo il significato di T stabilito sopra, la quarta equazione dà senza dubbio il teorema dell' energia. L' energia cinetica del punto di massa dovrà definirsi come il prodotto per c^2 della componente del vettore d' impulso secondo l' asse t.

La sua espressione è

$$m c^2 \frac{dt}{d\tau} = m c^2 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

cioè, fatta astrazione della costante additiva $m c^2$, l' espres-

1) H. Minkowski. l. c. p. 107. V. anche M. Planck. Verh. d. Physik. Ges. 4. 136, 1906.

sione $\frac{1}{2} m v^2$ della meccanica di Newton a meno di grandezze dell'ordine $\frac{1}{c^2}$.

Appare quì evidente la dipendenza della energia dal sistema di riferimento.

Ma poichè l'asse t può essere scelto nella direzione di un vettore di tempo qualsiasi, così il teorema dell'energia contiene per ogni sistema di riferimento l'insieme di tutte le equazioni del moto.

Questo fatto nel passaggio al limite $c = \infty$, conserva il suo significato anche per l'assiomatica costruzione della meccanica di Newton, ed in questo senso è stato già osservato dal Sig. J. R. Schütz [1]).

Si possono ormai assumere le unità di misura per la lunghezza e per il tempo in modo che il limite naturale delle velocità diventi $c = 1$.

Se poi s'introduce $t\sqrt{-1} = s$ al posto di t, allora l'espressione differenziale per $d\tau^2$ apparisce pienamente simmetrica in x, y, z, s, e questa simmetria si riproduce nell'espressione matematica d'ogni legge che non contraddica al *postulato universale*. Sicchè l'essenza di questo postulato matematicamente si può vestire d'una formula mistica molto significante: $3{,}10^5$ km. $= \sqrt{-1}$ sec.

V.

I vantaggi che si ottengono con l'introduzione del *postulato universale* non sono mai tanto in luce come nello studio degli effetti prodotti da una carica puntiforme comunque moventesi, conforme alla teoria Maxwell-Lorentz. Immaginiamo di avere la *linea universale* d'un tale elettrone puntiforme con una carica e, introduciamo sopra di essa a partire da un punto qualunque il *tempo proprio* τ. Per avere il campo prodotto dall'elettrone in un *punto universale* qualunque P_1 costruiamo l'*anticono* appartenente a P_1. Questo incontra la *li-*

1) J. R. Schütz. Prinzip der Absoluten Erhaltung der Energie. Gött. Nachr. 1897 p. 110.

nea universale indefinita dell' elettrone in un sol punto P (fig. 4), perchè le sue direzioni sono ovunque vettori di specie tempo.

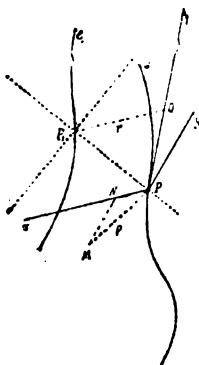



Fig. 4.

Consideriamo in P la tangente alla *linea universale* e costruiamo per P_1 la normale $P_1 Q$ a questa tangente. Sia r la lunghezza di $P_1 Q$.

Come grandezza di P Q secondo la definizione dell' anticono deve prendersi $\frac{r}{c}$. Allora il vettore di grandezza $\frac{e}{r}$ nella direzione PQ, fornisce colle sue componenti secondo gli assi x, y, z il potenziale vettoriale moltiplicato per c, e colla componente secondo l'asse t dà il potenziale scalare del campo prodotto dall' elettrone nel *punto universale* P_1. In ciò consiste la legge elementare data da A. Liénard [1]) e E. Wiechert [2]).

Dalla descrizione del campo prodotto da un elettrone ne viene che la distinzione del campo in forza elettrica e magnetica è relativa e dipendente dalla scelta dell' asse del tempo. Le due forze possono insieme rappresentarsi il più chiaramente possibile paragonandole con una certa analogia, quantunque non completa, ad una forza elicoidale della meccanica.

1) A. Liénard. L'Éclairage électrique, 16, 5, 53, 106, 1898.
2) E. Wiechert. Arch Néerl. (2), 5, 549, 1900.

Darò ora la forza ponderomotrice esercitata da una carica puntiforme qualunque in movimento sopra un' altra qualsiasi carica puntiforme in movimento. Immaginiamo la *linea universale* di un elettrone puntiforme di carica e_1 passante per un punto P_1. Determiniamo P, Q, r, come sopra, costruiamo poi il centro M dell' iperbole di curvatura in P, e finalmente la normale MN da M ad una parallela a QP_1 uscente da P. Assumiamo un sistema di riferimento coll' origine in P e così formato: l' asse t nella direzione PQ, l' asse x nella direzione QP_1, l' asse y in quella MN, con ciò la direzione di z è individuata come perpendicolare agli assi t, x, y. Il vettore di accelerazione in P sia $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}, \ddot{t}$, il vettore di moto in P_1 sia $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1, \dot{t}_1$, allora il vettore della forza in moto esercitata dal primo elettrone mobile sul secondo elettrone mobile nel *punto universale* P_1 sarà

$$-e\,e_1\left(\dot{t}_1 - \frac{\dot{x}_1}{c}\right)k$$

dove per le componenti k_x, k_y, k_z, k_t del vettore k esistono le tre relazioni

$$c\,k_t - k_x = \frac{1}{r^2}\,; \quad k_y = \frac{\ddot{y}}{c^2 r}\,; \quad k_z = 0$$

e in quarto luogo questo vettore k è normale al vettore di moto in P_1, e quindi dipende solo dall' ultimo vettore di moto.

Se si paragonano con questo enunciato le forme adoperate finora per la legge elementare [1]) sull' azione mutua ponderomotrice di cariche puntiformi in movimento, si dovrà riconoscere che le relazioni qui considerate appariscono chiare e semplici solo nello spazio a quattro dimensioni, ma la loro proiezione sopra lo spazio ristretto a tre dimensioni è complicatissima.

Nella Meccanica riformata secondo il postulato della relatività cadono da se stesse le disarmonie che sono sorte fra la

1) K. Schwarzschild. Gött. Nachr. 1903, p. 132; H. A. Lorentz. Enzyk. d. math. Wissensch. Art. V. 14. 199.

meccanica di Newton e la nuova elettrodinamica. Accennerò qui alla posizione della legge di attrazione newtoniana per rispetto a questo postulato.

Ammetto che se due punti di massa m, m_1 descrivono le loro *linee universali*, si eserciti da m sopra m_1 un vettore di forza in moto della stessa espressione che è stata data nel caso degli elettroni, solo che in luogo di $-e\, e_1$ debba porsi $+m\, m_1$. Consideriamo il caso speciale in cui il vettore di accelerazione di m sia costantemente eguale a zero, allora si potrà introdurre t in modo che m sia da considerarsi come in quiete; il moto di m_1 inoltre abbia luogo solo per il vettore di forza prodotto da m. Modifichiamo poi questo vettore moltiplicandolo per

$$\dot{t}^{-1} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

il quale fattore si riduce ad 1, a meno di grandezze dell'ordine di $\frac{1}{c^2}$, allora si dimostra [1]) che per il luogo x_1, y_1, z_1 di m_1 e per il suo movimento nel tempo seguirebbero ancora le leggi di Keplero con la sola differenza che in luogo del tempo t_1 si introdurrebbe il tempo proprio τ_1 di m_1. Con questa semplice osservazione si vede subito che la legge di attrazione nella nuova meccanica non è meno atta a interpetrare le osservazioni astronomiche di quello che sia la legge d'attrazione di Newton collegata con la meccanica di Newton.

Anche le equazioni fondamentali per i fenomeni elettromagnetici nei corpi ponderabili si adattano pienamente al postulato della relatività. Non occorre anzi nemmeno di abbandonare perciò la deduzione data da Lorentz di queste equazioni in base ai concetti della teoria degli elettroni.

La validità senza eccezione del postulato della relatività è, a quanto credo, il vero perno di un'immagine elettromagnetica dell'universo, che, scoperta da Lorentz, sviluppata da Einstein appare ormai del tutto in piena luce.

1) H. Minkowski. l. c., p. 110.

Proseguendo a stabilire le conseguenze matematiche, si troveranno sufficienti verifiche sperimentali del postulato perchè anche quelli, pei quali un cambiamento nelle vedute abituali è antipatico o doloroso, possano convincersi alla visione di una prestabilita armonia tra la matematica pura e la fisica.

CONSIDERAZIONI SULLA POTENZA IRRADIATA DA UN' ANTENNA RADIOTELEGRAFICA E MISURAZIONE SPERIMENTALE IN UN CASO.

P. BARRECA.

Comunicazione al III Congresso della Società Italiana per il progresso delle scienze.

I.

Le leggi matematiche che regolano il funzionamento delle antenne radiotelegrafiche ci sono in massima parte sconosciute; in particolare non si può oggi prevedere quantitativamente il comportamento di una delle antenne complicate della pratica e fissare a priori le dimensioni convenienti.

Una certa luce viene portata dal principio di similitudine valido per tutti gli oscillatori e pel quale, ove si trascurino le resistenze ohmiche, le lunghezze delle onde proprie di due antenne geometricamente simili stanno come le dimensioni omologhe e i decrementi logaritmici sono i medesimi [1]).

L'utilità pratica della proposizione sta in questo, che ove si possieda un album di numerose antenne già sperimentate e di cui si conoscano tutte le dimensioni, nonchè la frequenza ed il decremento misurati al cimometro, si può costruire una antenna con lunghezza d'onda e decremento esattamente assegnati; praticamente poi, come è noto, ogni antenna riceve apparecchi di regolazione nel suo filo di terra per cambiarne la frequenza entro certi limiti, sicchè non è necessaria una grande esattezza [2]).

1) Vedi Abraham. *Annalen der Physik,* 1898, pag. 442. — Drude. Zur Construction von Teslatransformatoren und Selbstinduction von Drahtspulen. *Ann. der Physik,* 1902, 9, pag. 293. — Zenneck. *Elektromagnetische Schwingungen und Drahtlose Telegraphie,* pag. 531.

2) La espressione « antenne geometricamente simili » di cui sopra, necessita di qualche spiegazione. Ogni antenna è un oscillatore di cui una parte è il terreno circostante e l'altra il padiglione aereo che è con esso in buona comunicazione. Si può costruire quest'ultimo in modo che sia geometricamente simile in tutto ad un altro (an-

Circa la quantità di energia che un dato aereo può irradiare, ci dà un'indicazione più trasparente del decremento logaritmico ciò che si potrebbe chiamare *potere irradiante* dell'antenna e che definiamo: *La potenza irradiata in corrispondenza ad un ampère efficace circolante persistentemente nel ventre*. Mostriamo anzitutto che dividendo la potenza W irradiata (con oscillazioni persistenti sinusoidali-pure) pel quadrato della corrente efficace I_v misurata nel ventre, si ottiene la predetta costante caratteristica:

$$\alpha = \frac{W}{I_v^2} .$$

Basta considerare che quando il nostro oscillatore vibra più o meno intensamente, cambiano W ed I ma non la forma geometrica dei suoi tubi elettrostatici e magnetici in istanti corrispondenti del periodo. L'energia immagazzinata in istanti corrispondenti in un medesimo tubo elettrostatico è dunque ogni volta in proporzione del quadrato della differenza di potenziale elettrico ai suoi estremi nell'istante considerato; ora il valore efficace di questa differenza di potenziale è in proporzione del valore efficace della relativa corrente di spostamento nel tubo. Del pari l'energia esistente in uno stesso

---

che nello spessore dei fili) ma la espressione « geometricamente simili » applicata alle due zone del terreno circostante non è chiara senz'altro. È però esatta. In vero occorre distinguere nello spazio circostante la « regione della pura propagazione » (Wellenzone dei tedeschi) dallo spazio adiacente alla stazione il quale fa parte dell'oscillatore aereo-terra e principalmente funziona da dielettrico del suo condensatore e da mezzo magnetico del suo autoinduttore, cioè è in sostanza parte costruttiva dell'apparato. Una distinzione netta tra di esse si ha applicando il teorema di Poynting perchè nella « regione della pura propagazione » un elemento di superficie (fisso nello spazio) viene attraversato dalla energia sempre in un verso (la forza elettrica e la magnetica vi cambiano direzione contemporaneamente) mentre nella « regione dell'oscillatore » o « regione della generazione » a seconda dei movimenti complicati delle linee di forza, l'energia passa alternativamente in versi opposti (con prodominanza di quella che si allontana).

Se i padiglioni aerei sono geometricamente simili interessano, quali regioni di generazione, gli spazi sovrastanti a superfici terrestri geometricamente simili.

Le onde della pratica superano attualmente di rado i 2 Km. sicchè nella regione della generazione la terra è da considerarsi piana.

istante e in uno stesso tubo di forza magnetica nei due casi è certamente in proporzione del quadrato della forza magnetica e perciò in proporzione invariata del quadrato della corrente compessivamente concatenata in quell'istante al tubo, (nei conduttori, nella terra e nei tubi dell'aria circostante come corrente di spostamento) essendochè questa genera le forze magnetiche con identica distribuzione nel tempo e nello spazio in entrambi i casi.

Ne segue che l'enérgia messa in giuoco in un intero periodo è sempre proporzionale a I^2, debba I la corrente misurata in un punto arbitrario ma invariabile dell'oscillatore. Se scegliamo questo punto in una sezione della parte metallica filiforme e meglio ancora nel ventre di corrente, riesce più facile la misurazione pratica della relativa corrente I_v.

Il rapporto α ha ovviamente le dimensioni di una resistenza. Dimostriamo che *non varia in antenne geometricamente simili*, ma premettiamo un'altra considerazione: Siano due oscillatori geometricamente simili e distinguiamo cogl'indici 1 e 2 le analoghe grandezze fisiche in punti omologhi e negl'istanti omologhi (cioè istanti corrispondenti dei due periodi). Siano m_1 ed m_2 due dimensioni omologhe: dico che se li facciamo vibrare in modo che $E_1 = E_2$ anche $H_1 = H_2$ e reciprocamente, dove E sono le forze elettriche ed H le magnetiche.

Infatti, tracciamo negli spazi circostanti ai due oscillatori due circuiti di forma arbitraria, simili nel rapporto $\frac{m_1}{m_2}$, similmente disposti ed infinitamente piccoli; siano σ_1, σ_2, l_1, l_2 le loro superfici e le loro lunghezze. Applichiamo la legge circuitale: $\mu \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{A} \operatorname{rot} E$ dove A è il reciproco della velocità della luce.

Poichè:

$$\operatorname{rot}_1 E = \frac{\int_0^{l_1} E \cos \varepsilon \, dl_1}{\sigma_1}, \quad \operatorname{rot}_2 E = \frac{\int_0^{l_2} E \cos \varepsilon \, dl_2}{\sigma_2} \quad (*)$$

(*) ε angolo di E coll'elemento lineare.

ed E, ε sono i medesimi in punti omologhi, ne segue:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)_1 : \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)_2 = m_2 : m_1 .$$

Ora, se t_1 e t_2 sono i tempi decorsi a partire dalle origini dei rispettivi periodi fino agl'istanti corrispondenti, sarà, poichè t_1 e t_2 si corrispondono:

$$d\,t_2 : d\,t_1 = m_2 : m_1 \tag{1}$$

la quale paragonata alla precedente dà:

$$\left(\frac{\partial H}{d t}\right)_1 : \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)_2 = d\,t_2 : d\,t_1$$

e perciò: $H_1 = H_2$ c. v. d. Per la reciproca, utilizzare l'altra legge circuitale cioè:

$$K \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{1}{A} \operatorname{rot} H .$$

Possiamo adesso dimostrare che il potere radiante nòn varia in antenne geometricamente simili. Facciamole vibrare come i due oscillatori precedenti; le energie contenute negli spazi circostanti in istanti omologhi sono gl'integrali di volume della funzione:

$$\frac{K}{8\pi} E^2 + \frac{\mu}{8\pi} H^2$$

e pertanto stanno come i cubi delle dimensioni omologhe [1]).

D'altra parte le correnti di spostamento nei punti ed istanti omologhi stanno come $m_1 : m_2$ (perchè le loro densità $\frac{K}{4\pi}\frac{\partial E}{\partial t}$ variano inversamente alle dimensioni omologhe [2]) mentre le sezioni dei tubi di forza elettrica geometricamente simili variano direttamente coi quadrati delle stesse). In ugual modo varieranno le correnti della parte metallica che ne sono

1) $\begin{cases} K = \text{potere induttore specifico} \\ \mu = \text{permeabilità magnetica.} \end{cases}$

2) Vedi (1).

la continuazione. Ma la frequenza n varia inversamente alle dimensioni omologhe, dunque:

$$\alpha = \frac{n \times \text{energia per ciclo}}{\text{corrente a quadrato nel ventre}}$$

è indipendente dalle dimensioni.

In quanto segue espongo ricerche sperimentali nelle quali mi proponevo di acquistare un concetto quantitativo dei poteri radianti di molti tipi geometrici di antenne e per la via più diretta possibile, cioè misurando direttamente la potenza W_c somministrata all'antenna (con oscillazioni persistenti e sinusoidali pure) e la corrispondente corrente I_v nel filo di terra.

Poichè W_c comprende la potenza irradiata e quella consumata per effetto Joule nel sistema formato dall'antenna e dalla terra della zona di generazione, si ha:

$$\alpha = \frac{W_c}{I_v^2} - r$$

dove r è la resistenza ohmica (ad alta frequenza e con le correnti non stazionarie). Ulteriori occupazioni mi hanno impedito di sviluppare interamente questo piano e mi limitai ad esperimentare una sola antenna che indicherò più sotto.

Il valore del potere radiante e la dimostrazione della sua esistenza nel caso particolare di un dipolo od oscillatore di Hertz, possono ottenersi immediatamente come fa R. Rüdenberg [1]). In vero Hertz (Ausbreitung etc., pag. 160) calcolò in:

$$\frac{\pi^4 E^2 l^2}{3 \lambda^3}$$

la relativa energia irradiata con oscillazioni persistenti in mezzo periodo; E è la carica massima istantanea, l la distanza tra i centri delle sfere, λ la mezza lunghezza d'onda. Se mol-

1) R. Rüdenberg. Der Empfang elektrischer Wellen in der drahtlosen Telegraphie. *Annalen der Physik*, 1908, 3, pag. 446.

Vedi anche: Barkhausen. Funken oder Lichtbogen? *Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie*. 1908, pag. 41.

tiplichiamo pel doppio della frequenza onde avere la potenza e se indichiamo ora con λ la intera lunghezza d'onda troviamo:

$$\frac{16\,\pi^4\,E^2\,l^2}{3\,A\,\lambda^4}$$

dove A è il reciproco della velocità luminosa. La corrente è in questo oscillatore stazionaria o quasi e in valore efficace vale ovviamente:

$$I_{eff.} = \frac{\sqrt{2}}{2}\,2\,\pi\,n\,E = \frac{\pi\sqrt{2}\,E}{A\,\lambda}$$

talchè la potenza di cui sopra diventa:

$$\left(\frac{8}{3}\,\pi^2\,A\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right) I^2_{ef.} = \left(\text{ohm } 790\,\frac{l^2}{\lambda^2}\right) I^2_{eff.}\,.$$

Nel suo notevole lavoro Rüdenberg propone di approfittare di questo risultato paragonando empiricamente le antenne radiotelegrafiche (sebbene abbiano correnti non stazionarie) a dipoli di cui fissa l'altezza a criterio [1]).

Per esempio se un'antenna presenta una grande espansione superiore, si può facilmente concedere che funzioni come metà di un dipolo la cui sfera superiore disti dal mezzo, quanto dista l'espansione da terra.

Per un'antenna ad ombrello, Rüdenberg consiglia di fissare la sfera corrispondente del medesimo dipolo a circa metà delle stecche ecc.

Per certi aerei (ad esempio un aereo triangolare) ci sembra difficile di potere assegnare così la lunghezza del dipolo da ritenere equivalente.

Per un aereo a semplice filo verticale (del resto poco usato oggidì) e in cui la corrente è molto lontana dalla stazionarietà, il paragone al dipolo si può fare solo artificiosamente, in quanto l'energia emessa da un tale aereo ci è nota per altra via. Non di meno (nei casi nei quali è applicabile) questo

1) Le altre dimensioni del dipolo (per esempio i raggi delle sfere) devono poi dargli la frequenza voluta, il che sarà sempre possibile se nello assegnare l'altezza non si si è sorpassato il limite $\frac{1}{2}\lambda$ come è naturale.

metodo di Rüdenberg tornerà utile perchè preventivo e applicabile ad aerei di cui non si è sperimentato un simile geometrico.

Per l'esattezza del cenno letterario occorre notare che il procedimento di Rüdenberg è in apparenza leggermente diverso da quello esposto. Egli scrive per un dipolo od oscillatore di Hertz l'equazione:

$$D\frac{d^3 q}{d t^3}+L\frac{d^2 q}{d t^2}+R\frac{d q}{d t}+\frac{1}{C}q=0 \text{ [1]}$$

nella quale i tre ultimi termini sono analoghi a quelli noti della equazione di Kelvin ed il primo riguarda l'irradiazione;

D è una costante opportuna. Siccome integrando per oscillazioni persistenti questa equazione si ottiene una funzione sinusoidale, ne segue che il primo ed il terzo termine sono entrambi prodotti di costanti per coseni e possono (con opportune trasformazioni analitiche sui coefficienti e la considerazione della frequenza n) essere sommati, cioè nella equazione finale resta sommata con il coefficiento R una certa espressione costante dovuta alla radiazione. Vi è dunque nel dipolo una costante caratteristica di quest'ultimo fenomeno e che ha le dimensioni di una resistenza; si può calcolarla deducendo D dall'espressione di Hertz citata sopra.

II.

Metodo ed apparecchi adoperati.

Ho usata la medesima lampada di Poulsen adoperata in uno studio anteriore (Atti della Associazione elettrotecnica italiana, 1907, pag. 496) alimentata con idrogeno carburato per gorgogliamento nella benzina. La tensione continua era 240 volt e consumavo corrente per 7 od 8 ampère.

Il campo magnetico trasversale della lampada era circa 3000 gauss. Il condensatore primario era a lastre di vetro armate di stagnola; l'autoinduttore primario era formato quasi esclusivamente dal primario del trasformatore ad alta fre-

1) Con leggere diversità.

quenza, perchè i rimanenti conduttori erano molto vicini l'uno all'altro. Del circuito oscillante primario faceva parte un amperometro a filo caldo (tipo industriale da 50 ampère).

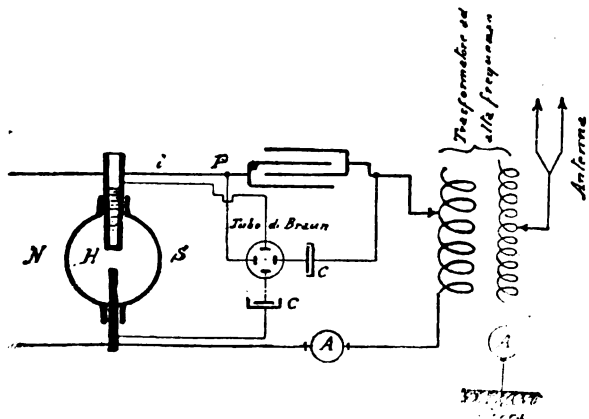



Fig. 1.

Il circuito oscillante secondario era formato da un'antenna a T rappresentata nel disegno (fig. 2) e collegata al trasformatore, ad un amperometro a filo caldo, alla terra, come mostra la fig. 1.

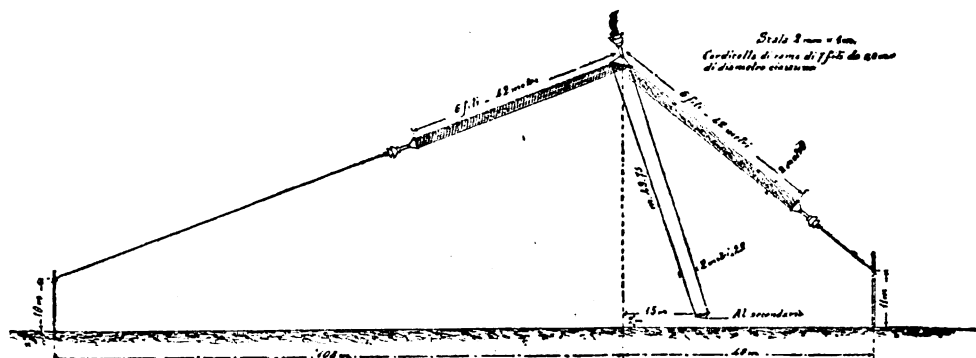



Fig. 2

Il trasformatore di Tesla era formato da due carcasse parallelepipede a base quadrata, di legno paraffinato, alte circa un metro (lati 40 e 30 c/m rispettivamente). Sulla prima erano fissate 16 spire di cordicella di rame a 7 fili rivestita di caout-

chouc e sull'altra spire di analogo cavo. Contatti a tenaglia permettevano di prendere sulla prima e sulla seconda quel numero di spire che necessitavano per avere la frequenza voluta e in pari tempo sintonizzare i due circuiti.

La carcassa interna poteva con carrucole e contrappesi venire più o meno infilata nell'altra per variare il grado di accoppiamento; questo era sempre tenuto tanto lieve che il cimometro munito di rivelatore non rozzo (centiamperometro a filo caldo) indicava nel filo di terra praticamente unica frequenza.

Nella fig. C e C rappresentano condensatorini regolabili ad aria (dischetti metallici di 5 cm. di diametro affacciati) e servivano ad accorciare opportunamente le ascisse e le ordinate dei diagrammi luminosi sino ad avere dimensioni convenienti.

Le due coppie deviatrici di elettrodi erano nel tubo distanti 6 o 7 cm. l'una dall'altra; una di esse era costituita da piastrine interne e l'altra da lamine di stagnola incollate sul bulbo (circa 1 dm^2, con nastri di stagnola per le connessioni). Il tubo era attivato da una piccola Wimshurst a due dischi la quale quando il tempo era sereno dava sullo schermo un puntino azzurro di 2 mm. di diametro.

Il tubo era collegato alla macchina attraverso un numero variabile di tubetti a vuoto formanti reostato, senza dei quali sovente cortocircuitava, per dir così, la macchina che era di piccola potenza.

Il tubo era rivestito di stagnola connessa all'anodo ed al punto P della fig. 1.

L'area del diagramma ottenuto sullo schermo colle connessioni della figura (dovute ad H. Barkhausen) moltiplicata per la frequenza e per la capacità del condensatore dà la potenza circolante nello oscillatore primario [1]). Facendo due misure (W_1 e W_2) con e senza aereo (se l'amperometro pri-

1) A quanto so le mie esperienze sono le prime in cui siasi effettivamente realizzata una tale misurazione. Un'esecuzione indiretta si fece dal Prof. Simon rilevando in un arco Duddel con oscillografo doppio le grandezze che corrispondono alle ascisse ed alle ordinate e combinandole poi graficamente. Zur theorie des selbsttönenden Lichtbogens. E. T. Z. 1907, pag. 295.

mario indica una medesima corrente oscillante o se ci riconduciamo a questo caso) si ha:

$$W_c = W_1 - W_2 .$$

La macchina elettrostatica era continuamente tenuta in moto da un motore elettrico e scaldata da una stufa elettrica; le costanti del tubo venivano determinate ogni volta separatamente. Tutto il dispositivo delle esperienze era in apposito casotto di legno al piede dell'albero radiotelegrafico dell'Arsenale di Spezia.

Per il rilevamento dei diagrammi non ho potuto servirmi della fotografia perchè le immagini luminose, anche quando erano nettamente discernibili ad occhio, non erano abbastanza intense per una fotografia all'esterno del tubo, anche con posa lunghissima.

Pertanto disponevo dietro il fondo del tubo un telaio con lamine di mica e a 30 cm. da esso un forellino. Ponendomi dietro di questo proiettavo sulla mica la curva luminosa incidendola con una penna di vetro la cui punta smerigliata avevo resa visibile con l'artifizio delle fontane luminose (lampadino nel manico).

Incidevo reiteratamente i diagrammi, mentre un assistente leggeva gli amperometri di terra e dello oscillatore primario.

Occorre riferire particolarmente sulla purezza delle oscillazioni sinusoidali impiegate.

III.

Circa l'assenza di armoniche.

Coll'adottare capacità piuttosto piccole (ed autoinduzioni piuttosto grandi) limitavo l'amperaggio primario oscillante che come è noto (ad esempio dal mio lavoro testè citato) cresce al crescere della capacità dell'oscillatore per data frequenza. In questo modo potevo ottenere correnti sinusoidali od oscillazioni così dette di *prima specie* [1]) quali occorrevano alla mia misura ed inoltre prive di armoniche o almeno con ar-

1) H. Barkhausen. Das Problem der Schwingungserzeugung etc. — A. Blondel. Sur les phénomènes de l'arc chantant. *Lumière électrique*. Luglio 1905, pag. 41.

moniche molto deboli. In vero la resistenza apparente di un oscillatore $2\pi n L - \frac{1}{2\pi n C}$ (che è zero per la frequenza sua propria) ha per ogni armonica di dato ordine (cioè di data frequenza) un certo valore; questo valore se resta ferma la frequenza dell'armonica cresce al crescere di L e diminuire di C. L'oscillazione è dunque tanto più pura quanto più è grande $\frac{L}{C}$.

Nel mio caso constatavo la purezza sufficiente delle vibrazioni avvicinando al generatore un cimometro connesso a rivelatore non troppo rozzo (centiamperometro a filo caldo) il quale risonava per una sola frequenza nettamente definita. Invece tutte le volte che volevo produrre correnti oscillatorie accompagnate da armoniche più o meno forti riuscivo facilmente a metter queste in evidenza collo stesso mezzo; bastava adoperare capacità grande relativamente all'a. i. e manovrare il reostato a corrente continua in modo da limitare quest'ultima nella lampada. Le armoniche che più facilmente ottenevo erano quelle di frequenza doppia e quadrupla il che è naturale perchè le armoniche pari che esistono sempre nella tensione all'arco e che rappresentano la dissimmetria dovuta alla sua isteresi devono tendere a dare correnti della medesima frequenza, o quanto meno di frequenza vicina, nel circuito oscillante. Dò un esempio di vibrazione con armonica:

Capacità mf 0,00948 — Non usavo aereo — Il cimometro (usato come sopra) dette in successive letture alternate queste due vibrazioni:

$\lambda_1 =$ m. 470, 475, 510, 460 (media 480 metri)

$\lambda_2 =$ m. 235, 240. 250, 230 (media 239 metri)

e il rapporto delle ampiezze oscillava molto (tra 1,5 e 3).

Nelle condizioni delle esperienze definitive anche un'armonica di corrente che fosse stata ampia 5 % della fondamentale sarebbe stata svelata.

Circa la purezza constatata, riguarda soltanto le correnti (i) e le tensioni al condensatore ed all'autoinduttore le quali $\left(\text{essendo } \frac{1}{C}\int i dt,\ L\frac{di}{dt}\right)$ erano sinusoidali; non riguarda la tensione ai poli dell'arco dotata sempre di armoniche intense.

Quest' ultima distinzione risulta dai diagrammi ottenuti (fig. 4 e 5) o meglio da quelli della fig. 3 che si prestano a considerazioni più semplici [1])). Secondo la verticale del foglio stavano gli elettrodi connessi all' arco.

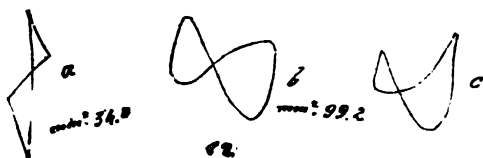



Fig. 3.

Questi ultimi essendo ad otto sono (più o meno esattamente) figure di Lissajous per intervallo di ottava e mostrano che *la tensione all'arco presentava una preponderante armonica doppia, rispetto alla tensione al condensatore (e quindi rispetto alla corrente).* Non che mancasse del tutto in quella l' unisono alla nota fondamentale, chè allora nel caso di corrente pura il lavoro dell' oscillatore sarebbe stato zero e gli occhielli uguali, ma non era notevole perchè non spostava di molto il punto d' incrocio lungo l' orizzontale. Del resto con costruzioni grafiche si potrebbe dai diagrammi 4 e 5, partendo dalla sinusoidalità del moto orizzontale, costruire facilmente la curva della tensione all' arco e decomporla poi per avere due o tre termini della serie di Fourier.

Nel diagramma *b*, la differenza di fase dei due movimenti è circa zero $\left(\frac{1}{2}\text{ periodo della più lenta}\right)$. Le armoniche pari rappresentano l' isteresi dell' arco.

IV.

Misurazioni.

Ho fatto vibrare l' aereo della fig. 2 per una lunghezza d' onda di circa 700 m. col prendere come spire secondarie del trasformatore di Tesla sopra indicato un po' meno di 20 spire.

1) Questi ultimi sono diagrammi rilevati in epoche e condizioni diverse; *a* e *b* sono lucidati dalla rispettiva mica, *c* è uno schizzo raccolto sul giornale delle esperienze.

L'accoppiamento era lieve in modo da ottenere praticamente sull'antenna frequenza *unica:* inoltre avevo cura di non produrre armoniche come ho già avvertito.

In queste condizioni l'antenna era scarsamente eccitata ed un tubo a vuoto posto nelle sue vicinanze od a contatto con essa non brillava affatto. Riporto due serie di esperienze:

I[a] Serie — 8 Maggio 1909 — Capacità primaria mf. 0,001649 — Spire primarie del jigger 10 — Spire secondarie 19 $^3/_4$ — Lunghezza d'onda misurata sul primario m. 730 molto nettamente indicati ($n = 411000$) — Armonica nessuna — Sull'antenna uguali risultati. Ho rilevato i 6 diagrammi della figura 4 notevoli per la forma a tre occhielli; a dritta dell'occhiello

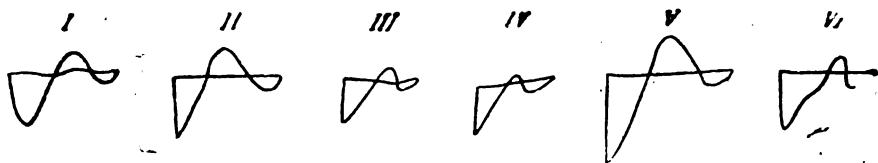



Fig. 4.

più piccolo vi era sempre una macchia allungata (lunga circa 5 mm. nei diagrammi piccoli, fino a 9 mm. nei grandi) che sembrava un altro occhiello schiacciato. Poichè mi interessava ogni volta di rilevare sollecitamente l'area racchiusa nel diagramma non ho inciso sulla mica questi prolungamenti ad area zero; mi limitavo a stimare a occhio la loro lunghezza.

I[a] Serie.

RISULTATI.

1	2	3	4		5	6
N.	Condizioni	Area mm²	Amperometro primario		Larghezza del diagramma oltre la coda mm.	Quoziente della terza colonna moltiplicato per 400 e diviso pel quadrato della quarta mm²
			Lettura	Media efficace		
I	Con aereo	57,2	15	3,88	23,5	101,6
II	Senza aereo	43,5	17	4,39	24	60,2
III	Con aereo	31,1	10	2,58	17	124,4
IV	Con aereo	41	11,5	2,97	18	124,2
V	Senza aereo	75,8	21,5	5,56	27,5	65,6
VI	Con aereo	72,1	15	3,88	21	128,2

L'ultima colonna rappresenta le aree ricondotte a 20 ampère apparenti efficaci (lettura di 20 amp.). I numeri della seconda parte della colonna quarta risultano dalla taratura dell'amperometro primario fatta a frequenza 428,000.

Le aree dei diagrammi a prima vista non seguono una legge semplice; qualche misura con aereo ha superficie minore di quella senza e dipende dal fatto che l'irradiazione deprime l'ampiezza delle oscillazioni primarie. Riconducendo col calcolo tutte le aree ad una lettura di 20 amp. primarî apparenti, come è indicato nella 6[a] colonna, si hanno numeri ben concordanti le cui medie sono:

mm² 62,9 senza areo
mm² 120 con aereo.

Il procedimento di riduzione delle aree secondo i quadrati delle correnti non può lasciare dubbio poichè coeteris paribus la proporzionalità delle correnti primarie alle secondarie risulta da diverse considerazioni. Ad esempio si può notare che l'oscillatore secondario, essendo in risonanza coll'altro, amplifica le proprie oscillazioni fino al punto in cui disperde in un periodo tanta energia per quanta ne riceve nel medesimo intervallo di tempo.

Ma tanto questa dissipazione quanto la somministrazione (per via di accoppiamento induttivo elettrocinetico) avvengono secondo i quadrati delle rispettive correnti, dunque queste sono tra di loro in proporzione. Con ciò supponiamo che (almeno con approssimazione sufficiente) le perdite dell' oscillatore primario (rappresentate dalle relative aree) crescano anche esse secondo i quadrati delle correnti e delle tensioni, il che non sarà lontano dal vero poichè queste perdite avvengono: Per effetto Joule nei fili e nella stagnola del condensatore, irradiazione del primario [1]) e la così detta isteresi dielettrica. Ora se anche quest' ultima dovesse portare una piccola diversità dalla legge con esponente 2; nel passare col calcolo da 15 o più ampère a 20 (per due sole letture si ha meno), la cosa sarà tollerabile.

Le costanti del tubo risultarono come segue:

Da tre determinazioni sugli elettrodi grandi $96{,}9 \frac{\text{volt}}{\text{mm.}}$

» » » piccoli $26{,}9 \frac{\text{volt}}{\text{mm.}}$

(elettrodi connessi all'arco).

Sicchè un mm² dell'area valeva 2608,7 volt².

Dunque le perdite primarie W_1 per 20 ampère apparenti erano:

$$n\,C \times 2609 \frac{\text{volt}^2}{\text{mm}^2} \times 62{,}9 \ \text{mm}^2 = 411000 \times 0{,}001649 \times 10^{-6}$$
$$\text{farade} \times 62{,}9 \times 2609 = \text{w } 111{,}2$$

e colla stessa corrente primaria ma con areo in azione si sviluppavano invece:

$$411000 \times 0{,}001649 \times 10^{-6} \times 2609 \times 120 = \text{W } 212{,}2.$$

La differenza: 101 watt rappresenta la potenza irradiata (e in parte consumata per effetto Joule dell' oscillatore secondario) negli istanti in cui gli apparati lavoravano; l'amperometro primario segnava ampère 18,70 apparenti quando quello di terra segnava ampère apparenti 2,31 (media di 5 letture)

1) Anche senza aereo guarnito, cioè col solo oscillatore primario in funzione, una stazione posta a piccola distanza poteva percepire le oscillazioni.

perciò la potenza di 101 w. si riferisce ad una corrente apparente di 2,47 nel ventre.

Poichè la taratura ad alta frequenza (428000) dell'amperometro adoperato, dette come coefficiente di correzione 1,1 [1]) dobbiamo ritenere in ampère 2,72 la corrente di terra.

Interesserebbe conoscere quale incremento deve subire questa cifra per effetto delle pause nel funzionamento e se queste esistevanò [2]).

Ora *raramente* e con difficoltà sono riuscito a vedere entro il diagramma ad occhielli anche il puntino luminoso in riposo (vicino al punto d'incrocio).

Questo indica che *talora* vi erano certamente pause ma sembra anche un indizio che il più delle volte mancavano o erano troppo brevi per impressionare lo schermo.

Che il puntino luminoso non si scorgesse in quanto capitasse esattamente sul trattino luminoso del ciclo non sembra molto probabile. Abbiamo anzi, dai nostri stessi esperimenti ragioni per asserire che colle oscillazioni di 1ª specie e poco intense che utilizzavamo queste pause, se esistevano, erano di durata relativamente breve. In vero avendo constatata l'assenza di armoniche nella corrente primaria è legittima l'applicazione della formula delle correnti sinusoidali:

$$I_{eff.} = 0{,}707 \times 2\pi\, n\, C\, V\, max$$

1) Questo fatto singolare di un amperometro che ad alta frequenza segna meno del vero era dovuto al fatto che lo shunt (di filo di rame) interno all'istrumento era sottile. Il filo caldo era di quelli divisi in più parti percorse in parallelo dalla corrente.

2) Sembra che talora la corrente oscillatoria della lampada Poulsen non venga generata in modo del tutto continuo ma con qualche interruzione. Fleming, per porre in evidenza questo fatto, fa girare rapidamente un tubo a neon nei pressi dell'oscillatore (*Jahrbuch für drathlose Telegraphie und Telephonie* 1908 pag. 89) e nel disco luminoso descritto dal tubo si discernono allora alcuni settori oscuri. Questa esperienza non prova però che esistono vere e proprie pause, perchè i settori oscuri potrebbero anche corrispondere a vibrazioni poco energiche, inferiori al limite necessario per l'accensione del tubo. Che queste pause possano ritenersi dovute più che altro a irregolarità di funzionamento (per lo meno in certi casi) così che con opportuna condotta possano eliminarsi, risulta dal fatto che Kiebitz (*E. T. Z.* 1909 pag. 22) ripetendo l'esperienza precedente di Fleming (frequenza non elevata) ottenne un disco luminoso. Aumentando la velocità a 40 giri per secondo, scindeva le mezze oscillazioni senza rilevare pause di sorta.

alla larghezza dei nostri diagrammi, la quale rappresenta appunto il doppio della tensione istantanea max al condensatore. Detta dunque r la costante del tubo in 96,9 volt per mm. già vista e tenendo conto delle « code » da aggiungere ai diagrammi della fig. 4 nella misura indicata si hanno gli amperaggi efficaci *veri* moltiplicando per:

$$\frac{1}{2} r . 2\pi n \, C . 0{,}707 =$$

$$= 0{,}707 \times 3{,}14 \times 96{,}9 \times 411000 \times 0{,}001649 \times 10^{-6} = 0{,}1459 \, \frac{\text{amp.eff.}}{\text{mm.}}$$

Eseguendo questi prodotti si trovano cifre assai prossime a quelle contenute nella colonna 4ª (seconda finca) e pertanto *le pause se esistevano non erano* (*colle nostre deboli oscillazioni e di prima specie*) *notevoli.*

IIª Serie — 14 Maggio 1909 — Capacità come nella serie precedente. $\lambda = 715$ metri nettamente indicati. — Nessuna armonica. — Nel filo di terra si trovava (con bobina mobile arrestata) un elettrodinamometro che era stato inserito per tarare direttamente l'amperometro di terra; per aumentare sufficientemente la sensibilità dell'e. dinamometro avevo aggiunto anche alcune spire di cavo fisse al supporto. In tali condizioni per ristabilire la sintonia dei due circuiti fu necessario diminuire il numero delle spire secondarie del T. di Tesla portandole a 7. Accoppiamento lieve — Sul filo di terra $\lambda = 715$ metri — Nessuna armonica. L'amperometro di terra dava indicazioni che per 20 ampère apparenti primari corrisponde-

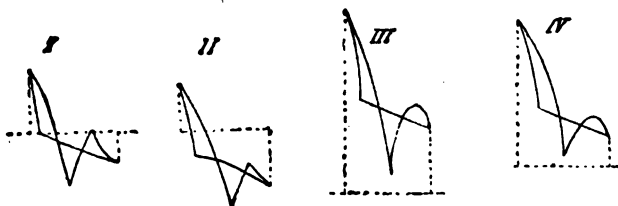



Fig. 5.

vano a 2,47 apparenti, $n = 419000$. Ho rilevato i quattro diagrammi della fig. 5 che presentavano anche la macchia a

coda (forse quarto occhiello schiacciato) di cui ho fatto cenno nella serie precedente e che andava adesso da una lunghezza di 8 ad una di 10 mm. circa.

IIª Serie.

RISULTATI.

1	2	3	4		5	6	
N.	Condizioni	Area mm²	Amperometro primario		Larghezza del diagramma oltre la coda mm.	Quoziente della terza colonna moltiplicato per 400 e diviso pel quadrato della quarta mm²	Medesimo osservazioni della tabella precedente.
			Lettura	Media efficace			
I	Con aereo	44,6	16,5	4,26	22	65,6	
II	Senza aereo	32,6	21	5,43	22	29,6	
III	Senza aereo	28,8	19	4,91	21,5	31,91	
IV	Con aereo	57,1	19,5	5,04	23,5	60,1	

Le aree vennero sempre planimetrate reiteratamente prendendo la media delle singole misure e girando lungo il contorno in unico verso in modo da avere direttamente la somma algebrica delle superfici degli occhielli. Le costanti del tubo (media di tre determinazioni) risultarono come segue: Agli elettrodi connessi al condensatore con 1031 volt efficaci, cioè con un doppio max istantaneo di volt 2908, si ebbero 29 mm. e pertanto 100,3 $\frac{\text{volt}}{\text{mm.}}$ Agli elettrodi piccoli, con volt efficaci 516 cioè con un doppio max istantaneo di volt 1456 si ebbero mm. 31,5 e pertanto 46,22 $\frac{\text{volt}}{\text{mm.}}$

La sinusoidalità sufficiente pel nostro scopo di queste tensioni era stata ricercata grossolanamente all'oscillografo Blondel e poi più esattamente col fare agire (senza l'intermezzo dei condensatorini di regolazione rappresentati nella fig. 1) una tensione continua invertita di circa 300 volt ed una al-

ternata; risnltò che le due costanti così calcolate differivano di 3 o 4 % circa il che è tollerabile non potendo noi aspirare ad una precisione molto più grande nella misura di W.

Un mm^2 valeva dunque $volt^2$ 4638.

Le medie dell' ultima colonna sono:

$$\text{Con aereo } mm^2 \; 62{,}8 \pm 4\,\%$$
$$mm^2 \; 30{,}75 \pm 4\,\%$$

la cui differenza in mm^2 32 vale la potenza versata all' antenna e che è.

$$419000 \times 0{,}001649 \times 10^{-6} \times 4639 \, \frac{volt^2}{mm.} \times 32 \, mm^2 = w \; 102{,}5 \, .$$

È notevole come un' area diversissima da quella della serie precedente conduca ad un risultato così concordante, il che prova che la diversità era tutta dovuta al regolaggio diverso di uno dei condensatorini del tubo di Braun.

Ma lo stesso accordo così perfetto dei risultati delle due serie deve in parte essere fortuito, nonostante la cura da me posta nella esecuzione delle esperienze, se si pensa alle numerose misurazioni di indole diversa che bisognò fare per procurarsi i dati necessari. Infatti la determinazione risulta per differenza di due altre ciascuna delle quali è del tipo:

$$n \times C \times \text{area} \times r \times r' \, .$$

Non è molto probabile che gli errori fatti nella misura di questi fattori si sommino tutti, ma è possibile; se stimiamo separatamente a criterio i singoli errori eventuali giungiamo alla conclusione che è possibile che W_c sia errata di 15 a 20 %.

Quanto all' amperaggio di terra della 2ª serie è ancora 2,47 apparenti e 2,72 effettivi; veramente ne feci unica determinazione (media di 5 letture) per le due serie.

Le correnti calcolate dalle larghezze complessive dei diagrammi (comprese le code) col moltiplicarle per:

$$\frac{1}{2} r \, . \, 2\pi \, nC \times 0{,}707 = 0{,}707 \times 3{,}14 \times 100{,}3 \, \frac{volt}{mm.} \times 419000 \times$$
$$\times \, 0{,}001649 \times 10^{-6} = 0{,}1539 \, \frac{\text{amp. efficaci}}{mm.}$$

coincidono all' incirca con quelle della 4ª colonna, sia con che senza aereo guarnito e confermano che nel caso nostro se le pause esistevano non erano grandi.

Anche i valori delle correnti di terra (a causa della neccessaria taratura e della non perfetta tranquillità dell' istrumento durante le letture) possono essere affette da un errore possibile max di forse 5%. Il rapporto $\frac{W_c}{I_v^2}$ è dunque incerto entro $20 + 2 \times 5 = 30$ per cento circa.

V.

Risultati.

Con 19 spire e $^3/_4$ del trasf. di Tesla descritto la somma della resistenza ohmica e del potere radiante del sistema antenna-terra cimentato era

$$13 \text{ a } 14 \text{ ohm} \pm 30\%.$$

Per antenne geometricamente simili rimane invariata la parte non ohmica perchè in linea di approssimazione sarà applicabile il teorema visto per antenne non resistenti geometricamente simili.

SULLE OSSERVAZIONI SISMICHE [1].

Il comportamento di una colonna liquida usata come massa sismometrica.

Nota II del Dott. A. LO SURDO [2].

Un recipiente di forma qualsiasi a pareti rigide riempito completamente da un liquido, venga assoggettato ad un moto rettilineo $x = f(t)$, per es., secondo la AB (fig. 1). La massa del liquido spinta dalle pareti è costretta a seguire lo stesso

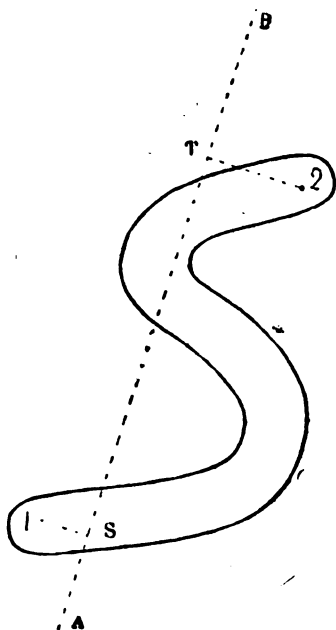



Fig. 1.

1) Dai *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei,* Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali, Vol. XVIII, 2° Sem. 1909, fasc. 10°.
2) Vedi Nota I nel fascicolo di Settembre 1909.

movimento del recipiente, quindi su ogni elemento di massa dm agisce in ogni istante una forza $x''dm$ diretta secondo AB, la quale deve compensare la reazione d'inerzia $-x''dm$. Tutte le forze parallele $-x''dm$ dovute all'inerzia sugli elementi di massa, agiranno evidentemente allo stesso modo di quelle gdm dovute alla gravità, e ne risulta che secondo la direzione AB si avranno gli stessi fenomeni idrostatici i quali si osservano rispetto alla verticale nei liquidi pesanti in quiete. La differenza sta nell'accelerazione che per i liquidi pesanti è costante ed ha il valore g, mentre nei liquidi inerti è variabile, ed ha in ogni istante il valore $-x''$.

Fra due punti 1 e 2 all'interno della massa liquida, avremo dunque una differenza di pressione dovuta all'inerzia che sarà espressa da:

$$p_1 - p_2 = l \sigma x'' ;$$

σ indica la densità del liquido, ed l la distanza S T fra le proiezioni dei punti 1 e 2 sulla A B, e si suppone che i punti S e T si succedano nel verso positivo [1]).

Posto ciò, supponiamo che il recipiente sia rigidamente connesso al suolo; le differenze di pressione che si avranno allora fra due punti della massa liquida dipenderanno dal

1) Si può mettere in evidenza l'analogo del principio di Archimede nei liquidi inerti colla seguente esperienza molto semplice. In un recipiente pieno di liquido, per es. acqua, si pongano due corpi uno di densità minore e l'altro maggiore nel liquido, due sferette (fig. 2), rispettivamente di sughero 1, e d'ottone 2. Accelerando il moto

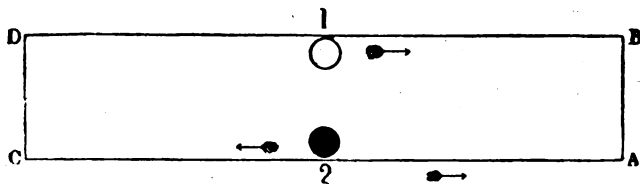



Fig. 2.

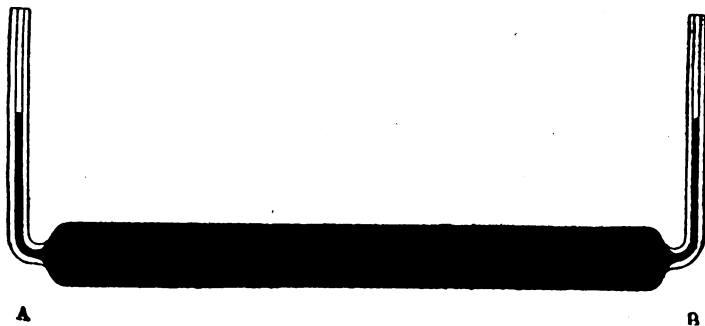
del recipiente, per es. secondo la freccia, noi vedremo la sferetta di sughero spostarsi nel senso stesso della freccia verso A, e quella di ottone in senso inverso, come avverrebbe se il tubo si trovasse disposto verticalmente sulla base CD. Una esperienza consimile è fatta dal Bjerknes, per mostrare l'estensione del principio d'Archimede ai campi idrodinamici.

moto di questo, e precisamente, per la relazione ora scritta, supponendo trattarsi di sole traslazioni, saranno proporzionali all'accelerazione sismica. Viene quindi ora spontanea l'idea di vedere se è possibile approfittare di queste differenze di pressione per la determinazione dell'accelerazione sismica, e perciò ci proponiamo di studiare l'impiego di un liquido come massa sismometrica.

Per metterci in condizioni particolarmente semplici supponiamo che il liquido abbia la forma di una colonna cilindrica, il cui asse sia disposto secondo la direzione in cui avviene il moto. La colonna possa muoversi longitudinalmente entro il tubo che la contiene, ed una pressione antagonista tenda a ricondurla in una determinata posizione di riposo, dalla quale noi contiamo gli spostamenti a; la pressione antagonista cresca inoltre proporzionalmente allo spostamento dalla posizione di riposo.

La colonna liquida in queste condizioni si comporterà come un qualsiasi sistema oscillante sismometrico, valgono quindi per essa le condizioni che noi abbiamo stabilito colla Nota precedente, per la registrazione dell'accelerazione sismica.

Nel caso che si voglia determinare una componente orizzontale, l'asse della colonna liquida deve trovarsi in un piano orizzontale, e si può ottenere la pressione antagonista in modo molto semplice, contenendo cioè la massa in un tubo ad U (fig. 3) nel quale però i due rami verticali, ne vedremo ora

Fig. 8.

la ragione, devono essere di sezione molto più piccola di quella della colonna orizzontale.

Spostando di a il liquido dalla sua posizione di riposo nella colonna principale, il menisco di ogni ramo verticale sottile si sposterà di $y = na$, se n indica il rapporto fra le sezioni dei due tubi; si produrrà quindi una pressione antagonista eguale a $2na\sigma g$. Per lo spostamento unitario questa pressione ha il valore $2n\sigma g$; quindi la corrispondente accelerazione antagonista, potendo considerarsi la massa per unità di sezione uguale ad $L\sigma$, dove L indica la lunghezza della colonna orizzontale, sarà data da $2n\sigma g / L\sigma$.

Al sistema, trascurando la massa nei due rami sottili, è quindi applicabile la solita equazione del moto:

$$a'' + 2\alpha a' + \beta^2 a = \Omega$$

che nel nostro caso prende la forma:

$$a'' + 2\alpha a' + \frac{2ng}{L} a = \Omega \,. \tag{1}$$

2α rappresenta come al solito l'accelerazione della forza di smorzamento, ed Ω l'accelerazione sismica $-x''$.

Il periodo proprio del sistema non smorzato sappiamo essere $2\pi / \beta$, nel nostro caso abbiamo dunque:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2ng}} \,. \tag{2}$$

Lo spostamento della colonna per l'unità di accelerazione è:

$$K_x = \frac{1}{\beta^2} = \frac{L}{2ng}$$

quindi lo spostamento dei menischi nei rami verticali risulta:

$$K_y = \frac{L}{2g} \tag{3}$$

e noi assumeremo questo come sensibilità del sistema.

Osserviamo dunque che:

la sensibilità ed il periodo proprio del sistema sono indipendenti dalla densità del liquido.

la sensibilità è proporzionale alla lunghezza della colonna liquida.

Noi abbiamo stabilito in generale che, perchè il moto della massa, e quindi della penna scrivente nei sismografi, rappresenti il più fedelmente possibile l'andamento dell'accelerazione sismica, il periodo proprio del sistema oscillante non smorzato sia il più piccolo possibile. Ora, nel caso di una colonna liquida, per la (2), si potrebbe far piccolo il periodo di oscillazione col ridurre la lunghezza L. Coll'impicciolire L però, noi verremmo a diminuire la sensibilità; e siccome il periodo dipende anche da n, è chiaro che noi *aumentando il rapporto delle sezioni possiamo impicciolire il periodo senza diminuire la sensibilità*, che perciò può essere stabilita opportunamente.

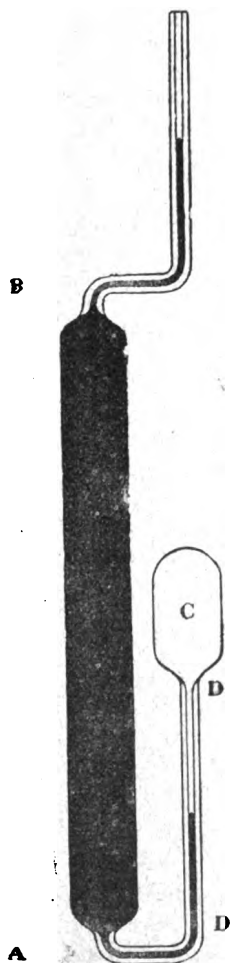



Fig. 4.

Per la componente verticale noi dobbiamo disporre verticalmente anche la colonna AB. Si possono raggiungere approssimativamente le stesse condizioni di funzionamento precedentemente esaminate, dando ai recipienti la forma della fig. 4. La colonna viene sostenuta dalla pressione di un gas racchiuso in un bulbo C, il cui volume si fa tanto grande da poter trascurare le variazioni di pressione del gas che esso contiene, quando il menisco si sposta lungo il cannello capillare D. La lunghezza della colonna liquida utile ci è data dalla distanza verticale fra i due menischi, i quali, per la forma del tubo, si trovano sulla stessa verticale affinchè l'apparecchio sia insensibile alle componenti orizzontali dell'accelerazione.

Nella precedente Nota abbiamo anche indicato esser preferibile di usare lo smorzamento critico cioè di fare $\alpha = \beta$. Nel nostro caso stabilito il valore opportuno di β, noi possiamo ottenere che lo smorzamento sia quello corrispondente anche senza variare n ed L; per esempio scegliendo il tubo sottile di diametro opportuno, od anche variando la lunghezza della colonna liquida nei rami sottili.

L'accelerazione della pressione smorzatrice, cioè 2α, si può calcolare nel modo seguente. Dalla legge di Poiseuille sul flusso dei liquidi nei tubi cilindrici, si ricava:

$$p_0 - p = \rho \frac{8\, l\, V}{\pi r^4} \tag{4}$$

dove $p_0 - p$ è la differenza di pressione fra gli estremi di un tubo lungo l e di raggio r, alla quale corrisponde il flusso di un volume V di liquido al secondo, ρ è il coefficiente d'attrito del liquido.

Nel nostro caso trascuriamo l'attrito nel tubo grosso, e le azioni terminali dei menischi, e quindi indichiamo con l la lunghezza complessiva della colonna liquida nei due tratti capillari; in questi la velocità di spostamento in un dato istante è $n\frac{da}{dt}$, e il volume di liquido che fluirebbe in un secondo se essa si mantenesse costante è quindi $V = sn\frac{da}{dt}$, indicando con s la sezione del tubo sottile. Sostituito questo valore nella (4) si ottiene:

$$p_0 - p = \rho \frac{8lns}{\pi r^4}\frac{da}{dt},$$

per la pressione che serve a vincere l'attrito e che risulta proporzionale alla velocità come abbiamo supposto implicitamente. L'accelerazione per $\frac{da}{dt} = 1$, cioè 2α, è quindi:

$$2\alpha = \frac{8lns}{L\sigma\pi r^4}$$

da cui

$$\alpha = \rho \frac{4n}{L\sigma}\frac{l}{r^2}.$$

È evidente che il calcolo potrà darci soltanto approssimativamente il valore del coefficiente α: esso però può venire determinato sperimentalmente col seguente metodo.

Supponiamo di collocare l'apparecchio su una piattaforma mobile, che noi assoggettiamo ad un moto oscillatorio di ampiezza B e di periodo θ; gli spostamenti avvengano secondo l'asse della colonna liquida principale.

In questo moto, lo spostamento è:

$$x = \mathrm{B} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \varphi \right)$$

e l'accelerazione

$$x'' = - \mathrm{B} \frac{4\pi^2}{\theta^2} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \varphi \right)$$

che indicata con

$$\Omega = \Omega_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \varphi \right)$$

e sostituita nella (1) dà l'equazione del moto della colonna liquida è in questo caso:

$$a'' + 2\alpha a' + \beta^2 a = \Omega_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \varphi \right). \tag{5}$$

Quindi si potrà ritenere che:

$$a = \mathrm{A} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \psi \right)$$

rappresenti il moto del liquido nella colonna principale, che si stabilisce dopo un tempo sufficientemente lungo perchè risulti trascurabile la prima parte dell'integrale, la funzione complementare, la quale rappresenta il moto proprio smorzato del sistema.

Noi possiamo ricavare la relazione tra A ed Ω_0, come pure la differenza di fase $\psi - \varphi$ mediante gli stessi procedimenti usati per i circuiti elettrici con correnti alternate sinusoidali. Per esempio, applicando la rappresentazione polare; le tre grandezze sinusoidali contenute nel primo membro della (5):

$$\beta^2 a = \beta^2 \mathrm{A} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \psi\right)$$

$$2\alpha a' = 2\alpha \mathrm{A} \frac{2\pi}{\theta} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \psi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a'' = \mathrm{A} \frac{4\pi^2}{\theta^2} \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \psi + \pi\right)$$

risultano rappresentate come nella fig. 5.

La loro somma, per la (5), dà la grandezza sinusoidale

$$\Omega = \Omega_0 \operatorname{sen} 2\pi \left(\frac{t}{\theta} - \varphi\right):$$

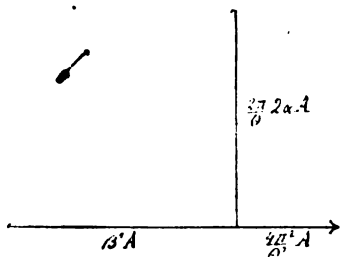
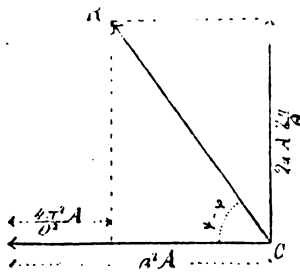



Fig. 5. Fig. 6.

Componendo quindi questi tre vettori (fig. 6) otteniamo il vettore OR la cui grandezza è uguale ad Ω_0. E quindi dev' essere :

$$\Omega_0^2 = \left[\frac{4\pi^2}{\theta^2} 4\alpha^2 + \left(\beta^2 - \frac{4\pi^2}{\theta^2}\right)^2\right] \mathrm{A}^2 .$$

Dalla quale relazione si può trarre l' espressione di α in funzione di quantità note.

Daremo prossimamente un saggio sulla pratica applicazione dei principii finora esposti.

Laboratorio di Fisica del R. Istituto di Studi Superiori.
Firenze, Settembre 1909.

SULLA POLARIZZAZIONE DEGLI ELETTRODI.

G. ERCOLINI.

1. — La diffussione degli ioni negli elettrodi e le reazioni chimiche degli uni con gli altri che, data la quantità di calore sviluppantesi nella loro formazione, posson generarsi anche con piccole f. e. m., arrecano una complicazione non trascurabile affatto nei fenomeni di polarizzazione presentati da un voltametro.

Si nota infatti [1]) non solo un *effetto di superficie* dovuto, molto probabilmente, ad una modificazione del doppio strato elettrico al contatto fra elettrodi ed elettrolita, ma anche un netto *effetto di volume* dovuto alla corrente necessaria a compensare la depolarizzazione generata dalla modificazione degli elettrodi nei quali penetrano gli ioni.

L'esperienza prova che non basta mettere i suoi elettrodi in comunicazione fra loro per ricondurre un voltametro alle condizioni iniziali, e se dopo una carica per un certo tempo essi si chiudono in corto circuito per lo stesso tempo, una seconda carica produce una polarizzazione diversa dalla prima.

Ma se un voltametro vien caricato e scaricato più volte di seguito, dopo un certo numero di operazioni finisce per presentare delle curve di carica che si sovrappongono; raggiunge cioè uno *stato limite* dipendente dal ciclo di polarizzazione prodotto e al quale corrisponde una capacità limite ben definita.

Tutto ciò quando il senso della corrente di carica rimane immutato; è probabile che l'effetto di volume porti pure la sua influenza quando la corrente si alterna. Sarebbe quindi utile conoscere se e come la polarizzazione d'un voltametro percorso da una corrente alternante raggiunga, più o meno

1) Rothé. *Journ. d. Phys.* 1904.

rapidamente, uno stato limite, allo scopo di esaminare l'esattezza dei ragionamenti che si son fatti per rappresentare, in diversi casi, l'andamento della polarizzazione colle correnti alternanti, nei quali, di solito, nessun effetto di volume è preso in considerazione.

2. — Non avendo i mezzi necessari per seguire il comportarsi della polarizzazione d'un voltametro nelle successive alternazioni d'una corrente che lo percorre, ho dovuto limitarmi ad esaminare, con un interruttore di precisione, « come varî la polarizzazione d'un voltametro allorchè la corrente che lo traversa cambia *istantaneamente* di senso ». Lo studio di questo caso può darci sempre delle utili indicazioni per intravedere ciò che succede almeno durante tutto il primo periodo d'una corrente alternante e servirà anche a scrutare il meccanismo della depolarizzazione operata dalla corrente di senso contrario alla prima.

Invertire *istantaneamente* una corrente si può ricorrendo ad una proprietà del ponte di Wheatstone [1]).

Sia questo ABDC (fig. 1) e r_1, r_2, r_3, r_4 le resistenze non induttive dei suoi lati; R rappresenti la resistenza totale, non induttiva, della diagonale esterna AD nella quale sia inserita la pila π di f. e. m. uguale ad e; r denoti la resistenza della diagonale interna BC ed i l'intensità della corrente che vi circola, p. es. da B in C, nel caso in cui $r_4 = \infty$; si ha:

$$(1) \qquad i = \frac{e\, r_1}{(\mathrm{R}+r_2)(r+r_1+r_3)+r_1(r+r_3)}\,.$$

Se invece $r_4 = 0$ la corrente cambia senso, va da C a B, e diventa:

$$(2) \quad i' = \frac{e\, r_2\, r_3}{\mathrm{R}\{r(r_1+r_2+r_3)+r_3(r_1+r_2)\}+r r_3(r_1+r_2)+r_1 r_2 r_3}\,.$$

Facendo $\mathrm{R} = r = r_1 = r_2 = r_3$ viene:

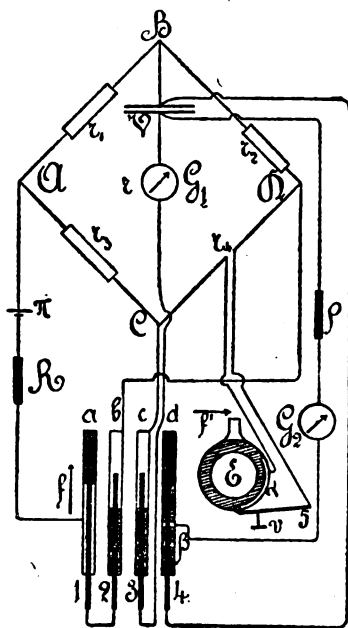
$$i = \frac{e}{8r} = i'\,.$$

In generale se un galvanometro G_1 è incluso nel circuito del voltametro V in istudio, quando passa la corrente di ca-

1) Opler. *L' Elettricista*. 1892.

rica, che dopo un certo tempo s'inverte, l'ago di G_1 viene assoggettato a due impulsioni opposte consecutive; e allora [1]) se il cammino percorso dall'ago tra le due percussioni può ritenersi un infinitesimo di primo ordine rispetto all'ampiezza della sua deviazione, che si osserva, questa misura la differenza di percussione coll'errore d'un infinitesimo di secondo ordine, e ciò qualunque sia il rapporto di una delle due percussioni alla lor differenza.

Ora poichè io ho adoperato un galvanometro G_1 del tipo D'Arsonval, di debole resistenza interna (ω 11,277) il cui equipaggio mobile ha un periodo d'oscillazione di 26 s., si può ritenere che le deviazioni che si leggono sieno proporzionali alla differenza fra le quantità di elettricità che passano nel voltametro in senso inverso, ciascuna per meno di due decimi di secondo.

3. — La disposizione degli apparecchi è rappresentata dalla figura. *a*, *b*, *c*, *d* sono i quattro dischi di ebanite dell'in-

1) Weiss. *Journ. d. Phys.* 1895.

terruttore che usai già in precedenti ricerche [1]); le parti non tratteggiate rapresentano le porzioni metalliche — d'argentana — della loro periferia; 1, 2, 3, 4, sono le molle di contatto.

In posizione opportuna, e regolabile con una vite, è collocato un disco metallico E, munito d'una sporgenza e girevole nel suo centro. Sostiene esso una corona circolare di ebanite, una porzione di periferia della quale è munita d'una grossa striscia d'argentana α; per mezzo della vite di pressione v la molla 5 poggia fortemente contro la superficie esterna dell'ebanite di E. Il lato CD del ponte, di resistenza trascurabile, fa capo ad α e a 5.

Quando il pendolo dell'interruttore si abbassa e i dischi ruotano insieme secondo la freccia f, succedono diversi fatti nell'ordine seguente:

1° Poichè a principio la 5 non tocca α è $r_4 = \infty$; quindi, allorchè l'argentana di a viene in contatto con la 1, la corrente della pila si stabilisce per un tempo t_1 e va da B a C attraverso il voltamètro V e il galvanometro G_1, essendo il loro circuito chiuso su c.

2° Il pendolo nel cadere batte, nel senso f', sulla sporgenza di E e questo ruota; alla fine di t_1 divènta $r_4 = 0$ e la corrente in V e G_1 va da C a B per un tempo t_2.

Alla fine di t_2 si aprono insieme i contatti sui dischi b e c e quindi s'interrompono i circuiti della pila π e di G_1: cessa ogni possibile corrente e V resta isolato.

3° Dopo un tempo t_3 il voltametro V si scarica sul galvanometro G_2 attraverso la resistenza non induttiva ρ di 187,3 ohm per un tempo t_4, quanto cioè ne impiega la lamina d'argentana β, incastrata in d, a passare sotto la molla 4.

Il galvanometro G_2 è pure del tipo D'Arsonval; il periodo d'oscillazione del suo telaio è $\sim$ 5 s. e poichè $t_4 = 0^s,003$ costantemente, le sue deviazioni posson ritenersi proporzionali alla f. e. m. di polarizzazione.

Cambiando opportunamente l'azimut relativo dei dischi a, b, c, d, e la posizione di E si posson variare i tempi t_1, t_2 e t_3; ma ho sempre procurato che fosse $t_3 = t_4$.

1) *Nuovo Cim.* Ottobre 1903.

Il modo di adoprare l'interruttore e di valutare i tempi, come il dispositivo per la successiva lettura delle deviazioni di G_1 e G_2, sono del tutto uguali a quelli che gia descrissi (l. c.).

La pila π è sempre stata una grande daniell a solfato di zinco.

Perchè i ed i' possano rendersi uguali è necessario conoscere la resistenza interna del voltametro che si esamina; non avendo i mezzi necessari, ho conseguito lo scopo variando opportunamente una delle tre resistenze r_1, r_2, r_3. Le (1) e (2) mostrano che, mantenendo R costante e di pochi ohm, è conveniente fare $r_1 = r_3$ e variare r_2.

Ridotto $r_1 = r_3 = 16$ ohm circa ho perciò cambiato r_2 finchè le deviazioni di G_1 e G_2, quando si serba $r_4 = \infty$ per tutto il tempo di carica, non son risultate molto prossimamente uguali a quelle che si ottengono nel caso in cui si mantiene sempre $r_4 = 0$.

Ho studiato elettrodi d'oro, platino e palladio: i primi sono i meno, gli ultimi i più assorbenti.

I tre voltametri, costituiti da bicchieri uguali, contengono una soluzione in acqua di àcido solforico al 10°/₀ in peso: gli elettrodi sono lamine, di circa 6 cm^2. di superficie per faccia, dello spessore di cm. 0,01, totalmente immerse e sostenute da fili dello stesso metallo. Elettrodi, voltametri e circuiti sono isolati con ebanite o solfo.

Dopo ogni carica gli elettrodi vengon tenuti in corto circuito non mai meno di un'ora e per le grandi polarizzazioni assai di più.

4. — Riporto da prima i risultati forniti dagli elettrodi d'oro.

Ho cominciato a determinare le curve di carica e scarica, mantenendo E in posizione fissa, allorchè $r_4 = \infty$ e poi quando $r_4 = 0$: nel primo caso le deviazioni di G_1 e G_2 si ritengono positive e vengono indicate rispettivame con q_∞ e p_∞, nel secondo con q_0 e p_0 e son negative. Le curve ottenute risultano due a due praticamente simmetriche rispetto all' asse dei tempi.

Ho quindi eseguito una serie d'esperienze con corrente che s'inverte in modo che il tempo t_1, in cui $r_4 = \infty$, è esattamente uguale a quello t_2, in cui $r_4 = 0$. In tal caso le deviazioni di G_1 — proporzionali alla differenza fra le quantità di elettricità che attraversano il voltametro — sono segnate con q_u; le p_u indicano le deviazioni di G_2.

$t_1 = t_2$	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0	$\|q_u\|-\|q_0\|$	$\|p_u\|-\|q_u\|$
0,00195	—19.0	— 55.0	7.0	32.0	— 9.5	— 27.0	9.5	28.0
0,00429	—36.0	— 85.5	18.0	52.0	—20.0	— 56.0	16.0	29.5
0,0078	—46.0	—103.0	31.0	80.0	—32.0	— 84.0	14.0	19.0
0,01248	—48.0	—108.0	42.0	101.0	—41.0	—103.0	7.0	5.0
0,02457	—53.0	—115.0	54.0	123.0	—55.0	—122.0	— 2.0	— 7.0
0,03822	—54.0	—120.0	59.0	130.0	—60.0	—129.0	— 6.0	— 9.0
0,0585	—55.0	—121.0	61.5	135.5	—62.5	—133.0	— 7.5	—12.0
0,0819	—56.5	—123.5	63.0	137.0	—64.0	—135.5	— 7.5	—12.0
0,0975	—57.0	—125.0	64.0	138.0	—64.0	—136.0	— 7.0	—11.0
0,1443	—59.0	—126.0	67.0	139.0	—66.0	—136.5	— 7.0	—10.5

Si nota subito che le q_u e le p_u sono sempre *negative*, cioè « dello stesso senso di quelle prodotte dalla corrente che passa per ultima ($r_4 = 0$) ». Ciò si è continuamente verificato in molte altre esperienze.

In secondo luogo si osserva che le q_u e p_u riescono diverse da q_0 e p_0: in principio le prime sono più grandi, poi più piccole delle altre, come mostrano le differenze fra i loro valori assoluti delle ultime due colonne. Ciò denota che gli effetti prodotti dalla prima corrente ($r_4 = \infty$) portano una alterazione sensibile, e variabile col tempo di carica, su quelli che la seconda ($r_4 = 0$) genererebbe da sola ove gli elettrodi fossero completamente spolarizzati.

5. — Allo scopo di chiarire meglio questi fatti, ho eseguito una serie d'esperienze mantenendo t_2 costante e inferiore a t_1 che faccio variare; e qui riporto i risultati in cui q_∞, p_∞, q_0, p_0; sono dedotti dalle curve generali di carica e scarica.

t_1	t_2	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0
0,02466	0,003	— 24.5	— 8.0	54.5	122.0	— 14.0	— 40.0
0,04884	»	— 12.0	— 47.5	60.5	132.5	»	»
0,07344	»	— 5.0	— 24.0	63.0	137.0	»	»
0,114	»	— 44.0	— 110.0	65.0	139.0	»	»
0,1608	»	— 24.5	— 66.0	67.0	139.5	»	»
0,03822	0,01092	— 54.0	— 131.0	59.5	130.0	— 39.0	— 98.0
0,06552	»	— 46.0	— 118.0	62.5	136.0	»	»
0,10608	»	— 50.0	— 125.0	64.0	138.0	»	»
0,15288	»	— 45.0	— 121.0	67.0	139.0	»	»
0,05304	0,0234	— 51.0	— 108.0	61.0	134.0	— 53.0	— 123.0
0,0936	»	— 50.0	— 111.0	64.0	137.0	»	»
0,1404	»	— 51.0	— 114.0	66.5	139.9	»	»
0,07878	0,03822	— 53.0	— 115.0	63.5	137.0	— 60.5	— 129.0
0,12558	»	— 53.0	— 118.0	66.0	138.5	»	»

Si deduce che « anche quando t_2 è piccolissimo prevalgon sempre gli effetti della corrente che passa per ultima » giacchè le q_u e p_u sono *negative* in ogni caso.

Si ha pure che, in generale, per piccoli valori di t_2 è $|q_u| > |q_0|$ e $|p_u| > |p_0|$; per grandi invece $|q_u| < |q_0|$ e $|p_u| < |p_0|$.

I risultati che ho avuti facendo $t_1 < t_2$ sono i seguenti:

t_1	t_2	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0
0,003	0,02466	— 50.0	— 115.0	12.0	39.0	— 56.0	—121.5
»	0,04884	— 60.0	— 121.0	»	»	— 62.0	—132.0
»	0,07344	— 65.5	— 117.0	»	»	— 64.0	—135.0
»	0,114	— 53.0	— 108.0	»	»	— 65.0	—136.0
»	0,1608	— 63.0	— 126.0	»	»	— 67.0	—137.0
0,01092	0,03822	— 60.0	— 119.0	39.0	96.0	— 60.5	—129.0
»	0,06552	— 58.0	— 121.0	»	»	— 63.0	—134.5
»	0,1068	— 56.0	— 118.0	»	»	— 65.0	—136.0
»	0,15288	— 50.0	— 126.0	»	»	— 66.0	—137.0
0,0234	0,05304	— 59.0	— 120.0	53.0	120.0	— 62.5	—132.5
»	0,0936	— 57.0	— 117.0	»	»	— 64.0	—135.0
»	0,1404	— 61.0	— 146.0	»	»	— 65.0	—136.5
0,03822	0,07878	— 56.0	— 114.0	59.0	130.0	— 64.0	—135.0
»	0,12558	— 59.0	— 125.0	»	»	— 65.0	—136.5

Qui i valori assoluti di q_u e p_u sono in generale minori di q_0 e p_0.

Il confronto fra i risultati delle due ultime serie porta a concludere che sui valori di p_u e q_u che si ottengono quando $t_1 \neq t_2$ influisce la grandezza relativa di t_1 e t_2 e l'ordine con cui le durate di carica si succedono.

6. — Prima di interpretare i precedenti, riporterò i risultati ottenuti con gli altri due voltametri.

Senza alcuna alterazione di circuiti, al primo vien sostituito il voltametro ad elettrodi di platino. Le sue curve di carica e scarica per $r_4 = \infty$ e $= 0$ riescono assai simmetriche rispetto all'asse del tempo, come si deduce dalle q_∞, p_∞, q_0, p_0 della seguente tabella in cui, al solito, q_u, p_u indicano le de-

viazioni di G_1 e G_2 quando le correnti invertite hanno la stessa durata $(t_1 = t_2)$.

$t_1 = t_2$	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0	$\|q_u\|-\|q_0\|$	$\|p_u\|-\|p_0\|$
0,00195	— 33.0	— 20.0	37.0	19.0	— 41.0	— 23.0	— 7.0	— 3.0
0,00429	— 67.0	— 40.0	70.0	38.0	— 88.0	— 49.0	—21.0	— 9.0
0,0078	—118.0	— 67.0	114.0	60.0	—145.0	— 80.0	—27.0	—13.0
0,01248	—163.0	— 99.5	152.0	87.0	—191.0	—110.0	—28.0	— 0.5
0,02457	—220.0	—123.0	208.0	120.0	—235.0	—132.0	—15.0	— 9.0
0,03822	—229.0	—124.5	230.0	136.0	—258.0	—141.0	—29.0	—16.5
0,0585	—238.5	—129.0	250.5	144.0	—269.0	—144.0	—30.5	—15.0
0,0819	—242.0	—133.0	268.0	145.0	—272.0	—147.0	—30.0	—14.0
0,0975	—243.0	—134.5	272.0	148.0	—272.0	—148.0	—29.0	—13.5
0,1443	—244.0	—135.0	279.5	150.0	—278.0	—149.0	—34.0	—14.0
0,1599	—246.0	—137.5	280.0	150.0	—278.0	—149.0	—32.0	—11.5

Anche qui, come per l'altro voltametro, le q_u e p_u son sempre *negative;* risulta però, in ogni caso, $|q_u| < |q_0|$ e $|p_u| < |p_0|$. Pure ora gli effetti della prima corrente influiscono sul comportamento del voltametro rispetto alla seconda, e in generale di più sulla quantità d'elettricità che lo traversa che sulla polarità che vi si desta, come risulta dalle differenze fra i valori assoluti segnate nelle ultime due colonne.

Se t_2 si tien costante e inferiore a t_1 si ha:

t_1	t_2	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0
0,02466	0,003	104.0	62.5	225.0	120.0	— 63.0	— 36.0
0,04884	»	234.5	129.0	241.0	140.0	»	»
0,07344	»	240.5	138.0	261.0	245.0	»	»
0,114	»	104.0	41.0	278.0	148.0	»	»
0,1608	»	218.0	111.0	280.0	149.0	»	»
0,03822	0,01092	—122.0	— 77.0	231.0	137,0	—178.0	—101.0
0,06552	»	—144.0	— 93.0	258.0	145.0	»	»
0,10608	»	—124.0	—107.0	273.0	149.0	»	»
0,15288	»	— 73.0	66.0	279.0	150.0	»	»
0,05304	0,0234	—189.5	—110.0	245.0	141.0	—236.0	—132.0
0,0936	»	—187.5	—111.0	271.0	148.5	»	»
0,1404	»	—188.0	—115.0	279.0	149.0	»	»
0,07878	0,03822	—221.0	—120.0	265.0	145.0	—258.0	—141.0
0,12558	»	—219.0	—131.0	278.0	148.0	»	»

Si deduce che solo quando t_2 è molto piccolo le deviazioni che si ottengono ai galvanometri sono dello stesso senso di quelle prodotte dalla corrente che passa da prima: negli altri casi è $|q_u| < |q_0|$ e $|p_u| < |p_0|$.

Quando invece $t_1 < t_2$ si ha:

t_1	t_2	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0
0,003	0,02466	—198.0	—116.0	51.0	29.0	—236.0	—132.0
»	0,04884	—249.0	—127.0	»	»	—262.0	—142.0
»	0,07344	—264.0	—126.0	»	»	—271.0	—146.0
»	0,114	—235.5	—119.9	»	»	—277.0	—147.0
»	0,1608	—278.0	—135.0	»	»	—279.0	—148.5
0,01092	0,03822	—240.5	—124.0	140.0	79.0	—258.0	—141.0
»	0,06552	—248.0	—122.0	»	»	—270.0	—146.0
»	0,1068	—247.0	—126.0	»	»	—274.0	—148.0
»	0,15288	—226.0	—137.0	»	»	—278.0	—149.0
0,0234	0,05304	—266.0	—139.0	121.5	119.0	—267.0	—144.0
»	0,0936	—247.5	—129.0	»	»	—271.0	—148.0
»	0,1404	—274.0	—159.0	»	»	—276.0	—149.0
0,03822	0,07878	—244.5	—124.0	230.0	136.0	—272.0	—144.0
»	0,12558	—236.0	—141.0	»	»	—276.0	—148.0

Risulta in generale $|q_u| < |q_0|$ e $|p_u| < |p_0|$, ma le lor differenze sono maggiori delle corrispondenti del primo voltametro.

Si vede dunque che i due voltametri fin qui esaminati presentano un comportamento ben diverso alle correnti invertite.

7. — Il terzo, ad elettrodi di palladio, sostituito nello stesso circuito al posto degli altri due, per correnti continue offre delle curve di carica e scarica non più simmetriche; ma poichè non differiscono troppo fra di loro, ho eseguito ancora tutte le misure con gli stessi circuiti precedenti.

I risultati sono:

$t_1 = t_2$	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0	$\|q_u\| - \|q_0\|$	$\|p_u\| - \|p_0\|$
0,00195	— 20.0	— 3.0	50.0	10.0	— 77.0	— 12.5	— 57.0	— 9.5
0,00429	— 80.0	— 9.5	115.0	20.0	— 174.0	— 22.0	— 94.0	—12.5
0,0078	— 152.0	— 20.0	190.0	27.0	— 300.0	— 40.0	—148.0	—20.0
0,01248	— 250.0	— 30.5	275.0	37.0	— 450.0	— 57.0	—200.0	—26.5
0,02457	— 401.5	— 42.5	475.0	60.0	— 702.0	— 76.0	—300.0	—33.5
0,03822	— 548.0	— 58.5	650.0	72.0	— 890.0	— 90.0	—352.0	—31.5
0,0585	— 773.0	— 79.5	850.0	89.0	—1130.0	—104.0	—357.0	—24.5
0,0819	—1051.0	— 96.0	1048.0	100.0	—1355.0	—118.0	—304.0	—22.0
0,0975	—1190.5	—100.0	1150.0	106.0	—1485.0	—123.0	—294.5	—23.0
0,1443	—1465.0	—103.5	1430.0	119.0	—1790.0	—135.0	—325.0	—31.5
0,1599	—1551.0	—106.0	1500.0	120.0	—1850.0	—138.0	—399.0	—32.0

Le conclusioni che si traggono sono qualitativamente uguali a quelle del voltametro ad elettrodi di platino: cioè q_u e p_u son *negative* ed è $|q_u| < |q_0|$, $|p_u| < |p_0|$. Le differenze $|q_u| - |q_0|$ e $|p_u| - |p_0|$ riescono però più grandi che nei casi precedenti. Esse crescono dunque maggiore diventa la capacità apparente di carica dei voltametri: infatti il terzo ha una capacità circa 26 volte maggiore di quella del primo e 6 volte circa più grande di quella del secondo.

Quando si faccia $t_2 < t_1$ si trova:

t_1	t_2	q_u	p_u	q_∞	p_∞	q_0	p_0
0,02466	0,003	316.0	30.0	470.0	60.0	—120.0	—18.0
0,04884	»	734.0	77.0	750.0	80.0	»	»
0,07344	»	842.0	91.0	976.5	98.0	»	»
0,114	»	990.0	81.0	1270.0	111.0	»	»
0,03822	0,01092	137.0	10.0	650.0	72.0	—400.0	—50.0
0,06552	»	294.0	23.0	912.0	91.0	»	»
0,10608	»	441.0	37.0	1220.0	109.0	»	»
0,15288	»	887.0	64.0	1475.0	120.0	»	»
0,05304	0,0234	—120.0	—18.0	788.0	82.0	—685.0	—74.0
0,0936	»	54.0	— 6.0	1180.0	104.0	»	»
0,1404	»	231.5	— 5.0	1410.0	118.0	»	»
0,07878	0,03822	—370.0	—42.5	1025.0	99.0	—888.0	—90.0
0,12558	»	—223.0	—35.0	1337.0	116.0	»	»

Nel caso del palladio le q_u e p_u sono *negative,* solo quando t_2 ha un valore relativamente grande, e allora $|q_u| < |q_0|$ e $|p_u| < |p_0|$.

Se poi $t_1 < t_2$ risulta, come per gli altri voltametri, che $|q_u|$ e $|p_u|$ sono sempre rispettivamente inferiori a $|q_0|$ e $|p_0|$, ma le loro differenze riescono un po' maggiori delle corrispondenti del voltametro ad elettrodi di platino.

Osservo che i fatti fin qui riferiti non sono cambiati mandando nei voltametri prima la corrente corrispondente a $r_4 = 0$ e poi quella relativa a $r_4 = \infty$ e sono stati qualitativamente confermati da altre esperienze eseguite con correnti invertite assai dissimmetriche.

8. — Consideriamo ora in generale quel che succcede quando, dopo un tempo t_1, la corrente che traversa un voltametro viene invertita per un tempo $t_2 = t_1$.

Da ricevitore che era nel tempo t_1, all'inizio di t_2 il voltametro passa ad esser generatore, giacchè alla f. e. m. e a-

gente in circuito viene a sovrapporsi la f. e. m. p_∞ che esso ha acquistato in virtù della prima corrente e rispetto alla quale rappresenta la f. c. e. m. generata alla fine di t_1. Per un certo tempo τ dopo l'inversione agiscono perciò, in concordanza, e e p_∞: quindi in t_2 il voltametro sarà attraversato da una quantità d'elettricità maggiore di quella q_∞ che lo ha percorso nel tempo t_1.

Gli effetti che si generano dipendono e dalla resistenza totale del circuito e dalla natura degli elettrodi.

Se la polarizzazione fosse solo un fenomeno di superficie, dovuto cioè al depositarsi degli ioni sugli elettrodi in numero sufficiente per creare la f. c. e. m. p_∞, senza che avvengano nè diffusioni, nè reazioni chimiche fra gli uni e gli altri, oppure nel caso che queste siano trascurabili, la quantità d'elettricità che passa in t_2 dovrebbe destare una polarità in valore assoluto più grande di p_∞.

In realtà gli elettrodi vanno soggetti a modificazioni secondarie; se, come nelle presenti esperienze, la resistenza del circuito è piccola, la corrente variabile in t_1 è di breve durata e quindi l'alterazione dei metalli considerevole anche per valori assai piccoli di t_1. In tal caso all'inversione della corrente gli elettrodi si trovano in uno stato diverso dall'iniziale: la polarità che si genera alla fine di t_2 deve perciò risultare differente da quella che si ha alla fine di t_1 o da quella che la seconda corrente produrrebbe da sola nel tempo t_2.

9. — I risultati offerti dai tre voltametri studiati offrono esempi dei diversi casi.

Cominciando dal primo ad elettrodi d'oro, che sono meno assorbenti, si comprende che qui l'effetto dell'occlusione per cariche molto brevi sarà trascurabile; troviamo infatti che in tal caso è $p_u > p_0$ e anche $|p_u| > |p_\infty|$, poichè $|p_0|$ e $|p_\infty|$ sono sensibilmente uguali.

Ma quando la carica dura un tempo relativamente considerevole, l'effetto di volume diventa sensibile e si trova $p_u < p_0$ proprio come nel platino, e, in modo più spiccato, nel palladio, nei quali ultimi, essendo più grandi le modificazioni a cui van soggetti, succede lo stesso anche per piccolissimi valori di $t_1 = t_2$.

Dato il significato delle deviazioni del galvanometro G_1, è certo che la quantità d'elettricità passata attraverso i voltametri nel tempo t_2 è $q_\infty + q_u$; per effetto di questa la polarità dal valore p_∞, che in t_1 vien generata dalla q_∞, passa all'altro $-p_u$ alla fine di t_2.

Qualunque sia il meccanismo intimo di questo fenomeno, possiamo dire che, prescindendo dalla depolarizzazione spontanea per convezione, la polarizzazione di un voltametro per effetto d'una corrente d'una certa durata, quando i suoi elettrodi sono allo stato naturale, risulta sensibilmente differente da quella che prende allorchè essi sono stati in precedenza traversati da una corrente uguale, di ugual durata e di senso inverso.

10. — Dai risultati ottenuti nelle esperienze in cui $t_2 < t_1$ posson trarsi delle utili indicazioni riguardo al tempo τ necessario per annullare la polarità p_∞.

Mentre per l'oro, anche quando t_2 è piccolissimo, le polarità p_u che si generano alla fine di t_2 son sempre negative, ciò pel platino non succede che per valori di t_2 non troppo piccoli e pel palladio solo quando t_2 è relativamente assai grande. Maggiore è dunque l'alterazione subita dagli elettrodi più lungo riesce τ. Ma quando $t_1 = t_2$ il tempo τ è sempre inferiore a t_2: se infatti fosse stato $\tau = t_2$, avrebbe dovuto aversi $p_u = 0$ e allora le polarità prodotte dalle due correnti inverse si sarebbero sommate algebricamente [1]).

Solo facendo t_1 e t_2 straordinariamente piccoli può risultare $p_u = 0$ [2]).

1) Le esperienze eseguite facendo passare prima la corrente più intensa corrispondente a $r_1 = 0$ e le altre con correnti dissimmetriche hanno mostrato che p_u risulta sempre *negativa* quando $t_1 = t_2$. In nessun caso le polarità si sommano algebricamente; ciò non succede che per combinazione, quando $t_1 \mp t_2$, allorchè si variano per gradi i valori di t_1 e di t_2. Anche se con correnti invertite d'intensità molto differente si giungesse a rendere $t_2 = \tau$, pur risultando $p_u = 0$, le polarità non si sommerebbero.

2) In certe condizioni cogli elettrodi di platino succede che la polarità p_∞ non è ancora annullata mentre è già passata, in senso inverso al primitivo, una quantità d'elettricità assai maggiore di q_∞; con quelli di palladio la p_∞ può alcune volte essere annullata prima che passi in senso inverso tutta la quantità q_∞. Ciò può indicare che l'alterazione degli elettrodi dipende dalla quantità d'elettricità che traversa il voltametro in un dato tempo, se non si vuole ammettere che nel brevessimo tempo t_3, in cui il voltametro carico resta isolato, la sua polarità vada soggetta a variazioni sensibili che non si saprebbero facilmente prevedere.

Risulta quindi che la natura e l'entità delle modificazioni subite dagli elettrodi hanno una sensibile e varia influenza sul tempo in capo al quale la polarità destata in un voltametrò dalla corrente che passa per prima si annulla in virtù d'una corrente che lo attraversa in senso inverso.

L'esame del caso in cui $t_1 < t_2$ mostra che, in generale, è $|p_u| < |p_0|$ anche per i più piccoli valori di t_1: le differenze $|p_0| - |p_u|$ sono le più piccole per l'oro, le più grandi pel platino.

Si può affermare perciò che, per quanto sia piccola la quantità d'elettricità q_∞ passata durante t_1, gli effetti da questa prodotti sulla polarità p_u destata dalla corrente che passa in senso inverso, anche per un tempo t_2 molto più lungo di t_1, non sono affatto trascurabili.

11. — Le precedenti esperienze, nelle condizioni in cui sono state eseguite e con gli elettrodi adoprati, permettono di concludere che, lanciando in un voltametro, immediatamente una dopo l'altra due correnti uguali, di ugual durata $t_1 = t_2$ e di senso contrario, dovute alla stessa f. e. m. (1 daniell) attiva sempre nello stesso circuito di piccola resistenza, la polarità che si desta alla fine di t_2

è dello stesso senso di quella che genera la corrente che passa per ultima e s'inizia dopo l'inversione della corrente, tanto più presto, minore è l'alterazione subita dagli elettrodi per effetto degli ioni prodotti dalla prima corrente;

dipende dall'effetto di volume presentato dagli elettrodi: se è trascurabile, o piccolo a sufficienza, essa è maggiore di quella che la corrente che passa per ultima ecciterebbe se agisse da sola pel tempo t_2; se invece diventa sensibile, avviene il rovescio tanto di più, maggiore è quell'effetto.

L'andamento della polarità d'un voltametro nel tempo t_2 è dunque assai diverso da quello nel tempo t_1 e dipende dalla natura degli elettrodi.

Quando poi le correnti invertite che si lanciano nel voltametro non hanno ugual durata $(t_1 \neq t_2)$, la polarità che si desta alla fine di t_2 dipende, in valore e segno, dai valori relativi di t_1 e t_2, dall'ordine con cui le grandezze di questi si succedono e dalla specie degli elettrodi.

12. — È da osservare che se nelle inversioni successive si verificasse la variazione del valore assoluto della polarità osservato nella prima, la polarità del voltametro, oscillando con la corrente, varierebbe successivamente e, con probabilità, fra valori in generale sempre più prossimi, fino forse ad assumerne uno limite oscillante. Ma le presenti esperienze non permettono di verificare l'esattezza di questa congettura: occorrerebbe adoprare un oscillografo molto sensibile.

Esse però consentono di fare alcune osservazioni riguardo alla teoria della polarizzazione operata da una corrente alternante, nel caso in cui la polarizzazione del voltametro non possa trascurarsi, quando cioè si voglion considerare gli effetti di questa sull'andamento dell'intensità della corrente.

Si rappresenta allora la grandezza della polarizzazione con

$$p = P\int i\,dt\,, \tag{3}$$

essendo P la f. e. m. generata dalla quantità unitaria d'elettricità passata attraverso il voltametro i cui elettrodi hanno l'unità di superficie, e s'introduce nella equazione che permette di dedurre il valore dell'intensità della corrente nel circuito del voltametro [1]).

I risultati ottenuti sopra mostrerebbero che tutto ciò non è corretto: nel secondo semiperiodo l'effetto della p dovuto al primo si unisce a quello della f. e. m. agente in circuito in modo dipendente da questo e dalla natura degli elettrodi, e per un tempo che, restando sempre inferiore ad un semiperiodo, varia al mutare delle stesse condizioni; quindi inoltre P non si mantiene costante.

Nè parrebbe aver gran valore l'obiezione che il caso d'una f. e. m. sinusoidale è diverso da quello in cui essa è costante e invertita. La (3) infatti vale quando le f. e. m. son costanti

1) Kohlrausch. *Pogg. Ann.* Bd. 148, p. 143. L'equazione stabilita dall'A. è infatti: $R\,i = \frac{ab}{T}\,\mathrm{sen}\,\frac{\pi t}{T} - c\,\frac{di}{dt} - P\int_0^t i\,dt\,.$

e non potrebbe allora applicarsi alle altre. Ove questo fosse realmente e si dovessero ben distinguere i due casi di f. e. m. costanti invertite e di sinusoidali, non sarebbe men vero che l'andamento della polarizzazione operata dalle ultime è diverso da quello ammesso, almeno pel primo periodo.

Non può neppure dirsi a priori che raggiunto, dopo un certo numero di alternazioni, uno stato limite oscillante, la polarizzazione finisca per comportarsi nel modo supposto, sia pure in condizioni opportune e con certi elettrodi.

Mi riserbo di studiare ulteriormente il caso di polarizzazioni spinte fino al di sopra del massimo.

Napoli, R. Liceo « Garibaldi »
Settembre 1909.

SULLA RIDUZIONE DELLA GRAVITÀ A LIVELLO DEL MARE.

ENRICO GRADARA.

I.

È noto che dalla gravità osservata g_H in una stazione di altezza H si passa immediatamente alla gravità g_0 a livello del mare con l' applicazione della formula del Bouguer

$$g_0 = g_H + \frac{2H}{R}\left\{1 - \frac{3}{4}\frac{\theta}{\theta_m}\right\} g_H,$$

quando il terreno intorno alla stazione si possa considerare sensibilmente piano per un circuito di raggio a per il quale valga la relazione $\frac{H^2}{a} < 68$ m.

Nel caso che l'intorno della stazione non possa considerarsi come tale, alla correzione del Bouguer si deve aggiungere la correzione indicata dall'Helmert [1]):

$$(1)\quad C = \frac{3}{2}\frac{1}{n}\frac{\theta}{\theta_m}\frac{g_H}{R}\Sigma\left\{r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2}\right\},$$

supponendo la proiezione orizzontale del terreno divisa in n settori ed essendo la sommatoria estesa a tutti i settori. Per l'intelligenza di quanto espongo in seguito credo opportuno ricordare brevemente il modo di applicare la formula (1). Occorre anzitutto dividere la proiezione orizzontale del terreno in n settori e quindi tracciare dei cerchi aventi per centro comune la stazione e raggi sempre crescenti. Il terreno rimane così ripartito in corone circolari e ciascuna di queste corone a sua volta in un certo numero di parti aventi la forma di trapezi mistilinei. Lo strato di terreno compreso in ciascun

1) Helmert. Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. Band. II, pag. 170.

trapezio si riguarda allora come un prisma avente per base il trapezio stesso e per altezza l'altezza media della suddivisione. Nella formola (1) h rappresenta la differenza fra l'altezza H della stazione e quest'altezza media; r_1 e r_2 i raggi degli archi di cerchio che formano le basi del trapezio, supposto $r_2 > r_1$. Devesi quindi calcolare per ogni trapezio il fattore $r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2}$ e poscia sommare tutti questi valori fra loro. Moltiplicando infine il risultato per $\frac{3}{2} \frac{1}{n} \frac{\theta}{\theta_m} \frac{g_H}{R}$ si ha la correzione cercata C. Tutto ciò nel caso che tutti i settori abbiano la medesima ampiezza e che la densità θ del terreno in ciascun settore si possa considerare sensibilmente uguale alla densità media del terreno in tutto l'intorno della stazione; in caso contrario è facile vedere come la formula si debba modificare. È manifesto che con questo procedimento occorrono lunghi calcoli numerici per giungere al valore di C, quando il numero dei trapezi sia abbastanza grande. Tuttavia l'applicazione ai casi pratici della formula (1) è resa alquanto più speditiva con la costruzione di tavole a doppio argomento, che per date coppie di valori di r_1 e r_2 e per dati valori di h, diano in corrispondenza i valori della quantità $r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2}$. Un esempio di queste tabelle e della loro utile applicazione si trova nei lavori dello Sterneck esposti nelle *Mittheilungen des Militär-Geographischen Institutes* del 1891. Nell'uso di questo genere di tavole numeriche vi è però un inconveniente; inconveniente che in alcuni casi può essere di poco rilievo, mentre in altri casi può riuscire non del tutto trascurabile. Infatti volendo far uso di siffatte tavole, si dovrà suddividere sempre il terreno in trapezi mistilinei determinati dai valori speciali di r_1 e r_2 per i quali fu calcolata la tabella numerica; e mentre una tale suddivisione può adattarsi benissimo a una data località, può darsi che non sia abbastanza soddisfacente per tener conto di tutte le irregolarità del terreno presentate da un'altra località. A questo inconveniente trovò un ingegnoso ripiego il Pizzetti con il suo metodo grafico [1]), il quale per-

1) *Atti della Società Ligustica di Scienze Naturali.* Anno IV, Vol. IV.

mette di fare la correzione C in modo molto più rapido di quello che non si possa fare con l'immediata applicazione numerica di essa formula. Come applicazione del suo metodo lo stesso Pizzetti negli *Atti dell'Accademia dei Lincei* [1]) pubblicava una Nota sulla riduzione al livello del mare della gravità osservata alla vetta del M. Bianco, deducendo le quote del terreno circostante alla stazione, da una carta a curve orizzontali nella scala di 1 : 100.000. In questa relazione l'A. osservava che sarebbe stato ancora utile di ripetere tale riduzione valendosi di una carta a maggiori dimensioni. A questo compito, dietro suggerimento del Prof. Reina, ho cercato di soddisfare usando una carta ipsometrica alla scala di 1 : 50.000 eseguita per ordine del Club Alpino Svizzero e una carta dell'Istituto Geografico Militare alla scala di 1 : 100.000 contenente l'altimetria per una grande estensione anche dalla parte del versante francese.

Scelto come vertice del M. Bianco l'Osservatorio astronomico posto alla quota 4810, ho diviso la proiezione orizzontale del terreno, per mezzo di raggi uscenti dal predetto vertice, in 18 settori uguali di 20° gradi di ampiezza ciascuno, parendomi più che sufficiente questa suddivisione, tenuto conto e delle scale e dell'aver dovuto limitare il calcolo ad un intorno di soli 30 Km., non essendomi consentita una maggior estensione dalle carte topografiche di cui mi sono servito. Ho stabilita l'orientazione dei settori in guisa che l'asse del I settore venisse a trovarsi a 10° Nord-Ovest e quindi gli azimut degli assi dei settori II, III,... ecc. risultarono rispettivamente di 30°, 50°,..... ecc. Ho determinato il profilo medio di ciascun settore; e per questo ho tracciato dei cerchi di raggi di metri 100, 200, 400, 600, 800 e di chilometri 1, 1,5, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 30 aventi il centro nel vertice del M. Bianco. Se $\widehat{AOB}$ è uno dei 18 settori di 20° e $\overline{rs}$ il cerchio di raggio 100 m.; r, s, t i punti in cui esso incontra rispettivamente i lati $\overline{OA}$ e $\overline{OB}$ del settore e la bisettrice del suo angolo; per mezzo delle linee di livello di cui era munita la carta ho determinato le altezze sul livello del mare dei tre

1) *Atti dell'Accademia dei Lincei*. Sedute 8 e 22 Gennaio 1899.

punti r, t, s; delle quali fatta la media aritmetica, supposi essere questa l'altezza dal livello del mare del punto del profilo medio alla distanza di 100 m. dalla vetta del M. Bianco; analogamente determinai i punti del profilo medio alle distanze di 200, 400,.... metri ecc. così di seguito fino a 30 chilometri.

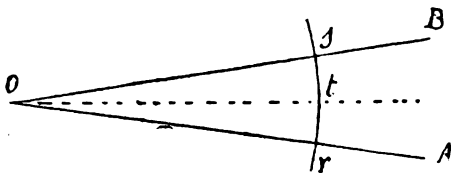



Fig. 1.

La medesima cosa ho ripetuto per tutti gli altri settori. Siccome per applicare il metodo grafico del Pizzetti è necessario avere le altezze dei punti dei profili medi, contate a partire dalla superfice di livello passante per la vetta del M. Bianco, ho sottratto tutti i numeri precedentemente ottenuti dalla quota 4810. Dipoi ho costruito sopra una carta millimetrata le curve di equazioni $x = \frac{l y}{\sqrt{r^2 + y}}$ prendendo per valore del parametro l, 1000 metri e adottando per le lunghezze la scala di 1 : 10000. He determinato quindi i punti dei profili trasformati di ogni settore per mezzo delle quote già ottenute, nel modo indicato dal Pizzetti nel suo lavoro citato sopra. Riuniti tutti questi punti con una linea continua, ottenni i profili trasformati di tutti i 18 settori. Per mezzo di un planimetro polare ho misurato per ciascun settore l'area compresa fra il profilo trasformato e la curva $r = a$, dove a indica il raggio del massimo cerchio sul quale ho potuto leggere per mezzo delle carte topografiche le quote altimetriche. Ottenni rispettivamente per ogni settore i seguenti valori delle aree espressi in cm²:

Settore		Area:	cm²		Settore		Area:	cm²
Settore	I.	Area:	cm² 114,30		Settore	X.	Area:	cm² 108,20
»	II.	»	» 125,30		»	XI.	»	» 104,65
»	III.	»	» 123,10		»	XII.	»	» 118,80
»	IV.	»	» 112,30		»	XIII.	»	» 149,95
»	V.	»	» 111,40		»	XIV.	»	» 134,20
»	VI.	»	» 113,70		»	XV.	»	» 100,60
»	VII.	»	» 111,00		»	XVI.	»	» 81,50
»	VIII.	»	» 114,80		»	XVII.	»	» 62,35
»	IX.	»	» 106,70		»	XVIII.	»	» 90,50

Per adattarla al suo metodo grafico, il Pizzetti ha dato alla formula della gravità g_0 al livello del mare, la seguente espressione

$$(2) \qquad g_0 = g_H + \frac{2H}{R} g_H - \frac{3}{2} \frac{\theta}{\theta_m} \frac{g_H}{R} \left(H - \frac{1}{n} \frac{\Sigma \alpha}{l} \right).$$

dove nel nostro caso

g_H = gravità osservata = 9,79472 metri.
R = raggio terrestre = 6,371109 metri.
θ = densità delle masse intorno alla vetta del M. Bianco = 2,65.
θ_m = densità media terrestre = 5,6.
H = altezza della vetta del M. Bianco dal livello del mare = 4810 metri.
n = numero dei settori = 18.
l = parametro delle curve = 1000 metri.
$\Sigma \alpha$ = somma delle aree precedenti = 1893,35 cm².

Siccome H è espresso in metri, affinchè vi sia omogeneità nella quantità racchiusa tra parentesi, si deve scrivere

$$\frac{1}{n} \frac{1}{1000} \frac{(10000)^2 \Sigma \alpha}{10000} = \frac{1}{n} 10 \Sigma \alpha$$

poichè come scala generale di riduzione delle lunghezze nella costruzione dei profili ho adoperato quella nella ragione di 1 : 10000. Indicato con A, l'ultimo termine della formula (2) si può scrivere

$$A = \frac{3}{2} \frac{g_H}{R} \frac{\theta}{\theta_m} \left\{ H - \frac{10}{n} \Sigma \alpha \right\}.$$

Come valore della densità media delle roccie costituenti il terreno intorno al M. Bianco mi sono servito di quella adottata dallo stesso Pizzetti. Onde

$$10 \frac{1}{n} \Sigma \alpha = 10 \,.\, \frac{1}{18} \,.\, 1983{,}35 = 1101{,}8$$

$$H - \frac{10}{n} \Sigma \alpha = 4810 - 1101{,}8 = 3708{,}2$$

e quindi

$$A = 0{,}004046\,.$$

Dunque la correzione da farsi alla gravità osservata $g = 9{,}^{m}79472$ è $A = 0{,}^{m}004046$. Essendo poi $\frac{2H}{R} g_H = 0{,}014787$ e $g_H + \frac{2H}{R} g_H = 9{,}80950$ si ottiene infine

$$g_0 = 9{,}80546 \text{ metri.}$$

La gravità, calcolata con la formula dell'Helmert da lui ottenuta nel 1901:

$$\gamma = 9{,}78046\ (1 + 0{,}005302\ \text{sen}^2\,\phi)$$

sarebbe invece per la latitudine $\phi = 45°{,}50'$ della vetta del M. Bianco

$$\gamma = 9{,}80714.$$

Il valore $A = 0{,}004046$ è molto prossimo a quello ottenuto dal Pizzetti 0,00404 riportato nella sua Nota sopra citata, quantunque egli si sia servito di una carta topografica a scala più piccola. Ciò proverebbe che le piccole ineguaglianze del terreno, specialmente a grandi distanze dal punto di osservazione, non hanno una grande influenza su questa determinazione, quando sia fatta col metodo di cui si tratta. Il che lascia prevedere che anche quando sarà possibile di riprendere tale determinazione valendosi di una carta del M. Bianco in scala maggiore e più particolareggiata dal lato ipsometrico, di quella da me usata, come sarà certamente quella dei fratelli Vallot alla scala di 1 : 20000 attualmente in preparazione, è poco probabile che si vengano ad ottenere, per la correzione cercata, valori molto differenti da quello già ottenuto

dal Pizzetti e che ritengo di aver riconfermato con la presente mia determinazione.

II.

Con la suddivisione del terreno in settori il metodo del Pizzetti rappresenta certamente una notevole abbreviazione nel calcolo, poichè sono sempre poche le aree che si debbono costruire e misurare; ma quando si volesse usare la suddivisione del terreno in trapezzi mistilinei, a cagione di forti irregolarità del terreno nell'intorno della stazione, allora, dovendosi per ciascun trapezio costruire la linea del profilo medio e misurare una data area, il lavoro risulterebbe molto più lungo. Ho quindi pensato ad un modo grafico, per il calcolo delle stesse formule, che, per non richiedere nè costruzioni di aree, nè quindi la loro misura con strumenti speciali o con mezzi geometrici che sono sempre più lunghi e penosi,

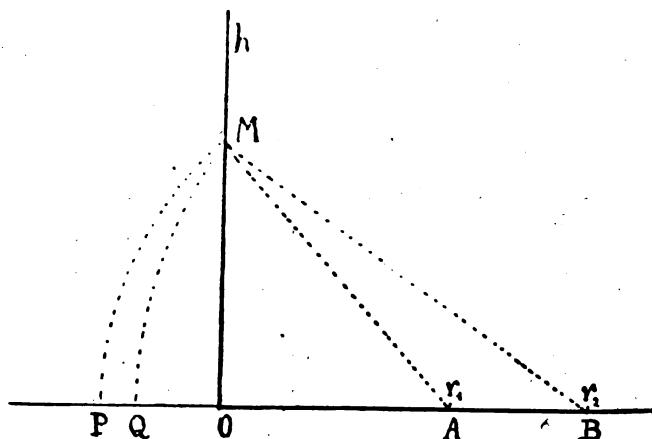



Fig. 2.

rende il calcolo molto più rapido. Sopra un asse si misurino le altezze h e sopra un altro, ortogonale al primo, le distanze r; siccome la quantità tra parentesi della formula (1) si può scrivere

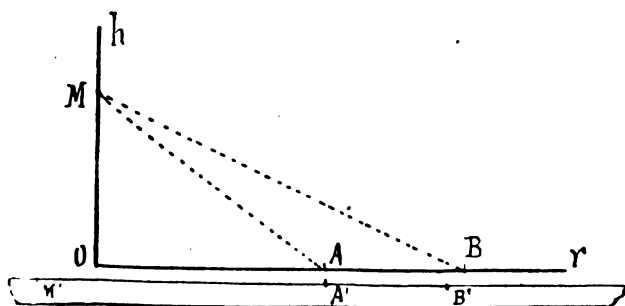
$$(\sqrt{r_1^2 + h^2} - r_1) - (\sqrt{r_2^2 + h^2} - r_2);$$

se $\overline{OM} = h$, $\overline{OA} = r_1$, $\overline{OB} = r_2$ la detta quantità si può ancora scrivere

$$(\overline{AM} - \overline{OA}) - (\overline{BM} - \overline{OB}) = (\overline{PA} - \overline{OA}) - (\overline{QB} - \overline{OB}) =$$

$$= \overline{PO} - \overline{QO} = \overline{PQ} .$$

Da ciò risulta che il valore della quantità cercata è rappresentata dal segmento $\overline{PQ}$; per cui se si suppone l'asse Or graduato anche dalla parte sinistra di O nello stesso modo in cui sono divisi la parte destra di Or e l'asse Oh, con una sola e semplice lettura si ha il valore dell'espressione cercata. Praticamente non occorre neppure fare la lettura del segmento $\overline{PQ}$ sulla parte sinistra dell'asse delle r. Infatti condotti due assi ortogonali Or ed Oh su un foglio di carta millimetrata e segnati sull'asse delle r i punti A e B e sull'asse delle h il punto M corrispondenti agli elementi di un dato trapezio mistilineo, per mezzo di una riga pure millimetrata od anche più semplicemente di una lista di carta forte ben tesa, si segnino a partire da un punto M' di quest'ultima le distanze $\overline{MA}$ ed $\overline{MB}$; siano queste $\overline{M'A'}$ ed $\overline{M'B'}$; portando la lista di

Fig. 3.

carta a coincidere con l'asse Or in modo che A' cada in A, la distanza BB', che si può leggere direttamente sulla carta millimetrata, risulta uguale al segmento $\overline{PQ}$. Per agevolare la lettura dei segmenti come $\overline{BB'}$ e per avere un'approssimazione sufficiente, si varia la scala in relazione alle distanze, cioè in relazione ai valori delle r; la qual cosa riesce semplicissima

se si fa uso, come ho fatto io, di carta millimetrata. Per mostrare che in questo modo si può avere un'esattezza sufficiente ho voluto calcolare di nuovo l'attrazione dovuta alle masse circostanti alla vetta del M. Bianco sopra un pendolo situato sulla vetta. Ho ricorso per ciò alla citata formula

$$A = \frac{3}{2} \frac{\theta}{\theta_m} \frac{g_H}{R} \left\{ H - \frac{1}{n} \Sigma \left(r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} \right) \right\} .$$

Suddivisa la proiezione orizzontale del terreno intorno alla vetta come nella precedente determinazione, cioè in 18 settori di uguale ampiezza disposti nello stesso modo; e quindi tracciati gli stessi cerchi, il terreno risultò diviso in tanti trapezi mistilinei. L'altezza media del terreno in ciascun trapezio fu da me determinata facendo la media aritmetica delle quote dei quattro vertici del trapezio e dei punti di mezzo dei lati curvilinei. Applicando il metodo su esposto, alla quota h di ciascun trapezio (misurata a partire dal piano orizzontale passante per la vetta) coi rispettivi valori di r_1 e r_2, ottenni per ogni trapezio il valore dell'espressione

$$r_2 - r_1 + \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} .$$

La somma totale di questi valori risultò di metri 19860,20 che introdotta nella formula ultima ha dato

$$A = 0,004045$$

valore che non differisce sensibilmente da quello di sopra [1]).

Roma, 10 Novembre 1909.

---

1) Le suesposte determinazioni, formano parte della mia tesi di Laurea in matematiche (Luglio 1909).

ALCUNE ESPERIENZE PER UN CORSO DI CHIMICA-FISICA.

Nota del Dott. UGO GRASSI [1]).

Azioni catalitiche degli acidi.

In presenza di un acido un chetone si unisce alla idrazina per formare un idrazone e la reazione procede con velocità proporzionale alla concentrazione dell'acido aggiunto alla idrazina.

Il fenilidrazone del mentone è meno solubile del mentone stesso e quindi partendo da soluzioni contenenti mentone, acido e fenilidrazina si avrà una separazione di fenilidrazone. Il tempo necessario perchè appaia un primo indizio di intorbidamento sarà tanto più lungo quanto meno rapida è la reazione e se sussiste la proporzionalità supposta sarà inversamente proporzionale alla concentrazione dell'acido; come infatti risulta dalla esperienza. Ecco i dati:

I. A 10 cm^3 di alcool si aggiungono gr. 1.08 di fenilidrazina più 5 cm^3 di $HCl \frac{1}{25}$ normale più gr. 1.54 di mentone alla temperatura di 21 gradi circa dopo dieci minuti si ha un passaggio netto dalla limpidezza all' intorbidamento.

II. Tenute ferme le altre quantità si raddoppia la concentrazione dell' HCl aggiunto e la precipitazione si avrà dopo cinque minuti.

Anche con acetofenone (che è più economico del mentone) la esperienza riesce assai bene; si possono adoperare concentrazioni equivalenti a quelle di prima e la esperienza si verifica in un tempo poco diverso da quello precedente; la proporzionalità tra la concentrazione dell' acido e la velocità di reazione si verifica sempre con rigore.

1) Laboratorio di Fisica del R. Istituto di studi superiori in Firenze.

La legge della azione di massa nella dissociazione dei gas.

La reazione studiata è la nota dissociazione $N_2 O_4 = N O_2$. La legge sull' azione di massa dà per il grado di dissociazione X la relazione

$$X^2 = k (1 - X) P^{-1}.$$

Quando X è piccolo rispetto all' unità si ha che i gradi di dissociazione X_1 e X_2 per due valori distinti P_1 e P_2 della pressione sono dati dalla formula approssimata [1]).

$$\frac{X_1}{X_2} = \sqrt{\frac{P_2}{P_1}}.$$

Le molecole semplici sono colorate, le doppie incolore. Questa proprietà si può illustrare ad es. scaldando un tubetto contenente anidride nitrosa nitrica e mostrando che la tinta giallastra diventa molto cupa e che per contrario raffreddando diventa più pallida.

Nell' apparecchio costruito per verificare la legge sulla azione di massa si utilizza appunto l' assorbimento delle mole-

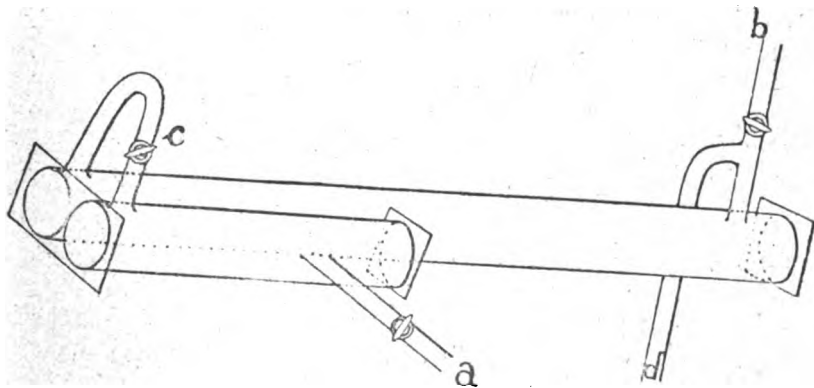



Fig. 1.

cole semplici. L' anidride nitrosa nitrica si trova nell' apparecchio indicato dalla fig. 1 e che consiste in due tubi di 2 cm.

1) Nel caso dell' $N_2 O_4$ risulta appunto dalle osservazioni di Natanson che l' approssimazione è del tutto legittima.

circa di diametro lunghi rispettivamente 7 e 14 cm. chiusi alle estremità da due lastrine di vetro e comunicanti tra di loro per mezzo di un tubetto di vetro portante un rubinetto *c*.

Con un apparecchio di proiezione si manda un fascio leggermente divergente attraverso l'apparecchio e con una lente si proietta poi la imagine reale della estremità comune su di uno schermo.

Il tubetto *b* è in comunicazione con un buon aspiratore Bunsen ad acqua o meglio con una pompa più energica e per mezzo di *d* comunica pure con un manometro a mercurio.

L' apparecchio si riempie di anidride nitrosa nitrica *secca* facendola circolare da *a* a *b* attraverso *c*. Appaiono allora sullo schermo due dischi di tinta gialla uniforme l' uno più scuro dell' altro.

La pressione iniziale sia π.

Si chiude *c* e si fa agire la pompa finchè i due dischi assumono un tinta eguale. La pressione è allora ridotta nel tubo più lungo ad un quarto della primitiva π ; siccome il tubo è doppio di quello più corto così la concentrazione delle molecole semplici deve essere la metà che non inizialmente sotto la pressione totale π, e quindi il grado di dissociazione doppio. Precisamente come vuole la legge sulla azione di massa.

La esperienza è istruttiva perchè prepara a quella analoga sulla dissociazione elettrolitica degli elettroliti deboli che si fa generalmente misurando la conducibilità dell'acido acetico a diverse diluizioni.

L' anidride nitrosa nitrica in soluzione si presta poi anche a mettere in evidenza il potere associante e dissociante di diversi solventi.

Ad es. soluzioni in acido acetico sono azzurrine e divengono gialle solo con il riscaldamento; quelle in benzolo, toluolo sono gialle anche alla temperatura ordinaria.

Abbassamento della solubilità nell'acqua operata da una sostanza disciolta nell' etere.

Come indica la figura 2 la esperienza si fa con dei recipienti in vetro che assomigliano in fondo a dei palloni gra-

duati del tipo Biltz. Il rigonfiamento inferiore ha una capacità di 100 cm^3 quando sia riempito fino al segno inferiore. Con una stessa pipetta si introducono perciò 100 cm^3 di acqua e girando opportunamente i colonnini delle basi che sono fissati a vite nella tavola formante la base dell'apparecchio si porta una volta per tutte il menisco di ciascuno contro lo zero della scala.

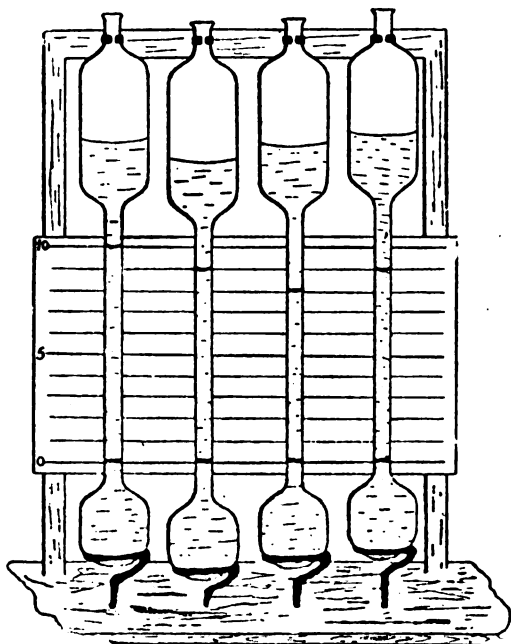



Fig. 2.

Si aggiungono nel primo 100 cm^3 di etere, nel secondo 100 cm^3 di una soluzione eterea normale di toluolo, nel terzo 100 cm^3 di una soluzione eterea doppia normale di toluolo, nel quarto infine 100 cm^3 di una soluzione eterea normale di naftalina.

Si chiude con un tappo, si capovolge ciascun apparecchio in maniera da far entrare tutto il liquido nello scompartimento più grande che ha una capacità due volte e mezza circa maggiore dell'altro, si agita fortemente e poi si rimette a po-

sto lasciando riposare qualche minuto e si osserva dove si stabilisce il menisco di separazione.

La quantità di etere che si scioglie si può assumere proporzionale allo spostamento del menisco e si trova che la diminuzione della solubilità è proporzionale alla concentrazione molecolare della soluzione eterea ed indipendente dalla natura del soluto.

Per rendere più facilmente visibile il punto in cui si stabilisce il menisco si può aggiungere una goccia di sostanza colorante insolubile in etere e solubile in acqua.

SULLA EMISSIONE DELLA FOTOSFERA SOLARE.

Nota del Prof. ALESSANDRO AMERIO.

1. Per calcolare la temperatura del sole, si applicano alla sua radiazione le leggi che valgono pel corpo nero.

Ma per la presenza dell'atmosfera solare si manifesta un assorbimento che varia dal centro alla periferia del disco; e per ciò la radiazione *totale* è la sovrapposizione di infinite altre tutte differenti e non può essere quella del corpo nero.

Wilson e Gray come pure Millochau cercano di determinare l'assorbimento dell'atmosfera solare per dedurre la radiazione complessiva della fotosfera e applicare la formula di Stefan-Boltzmann.

E qui si suppone che la fotosfera solare irradii come un corpo nero. Per questa ragione i risultati lasciano dei dubbî; ma d'altra parte se non si facesse questa ipotesi non si saprebbe veramente come procedere.

Ora si può dimostrare in modo abbastanza semplice e rigoroso che la fotosfera solare irradia come un corpo *nero* o *quasi nero*, secondo i casi; quindi i risultati ottenuti e quelli che si potranno ottenere applicando alla fotosfera solare *tutte* le leggi del corpo nero, acquistano quella sicurezza che ormai si può esigere in questo campo.

2. Sulla natura della fotosfera solare si possono fare queste ipotesi:

1° che essa consista di densi strati gassosi;

2° che provenga invece dalla condensazione di vapori metallici in goccioline che restano sospese nell'atmosfera.

Nella prima ipotesi basta supporre che gli strati che prendono parte alla radiazione non siano tanto profondi da presentare forti differenze di temperatura.

In tal caso un raggio incidente unità, proveniente dall'esterno, alla profondità x sarà ridotto a e^{-kx}, se k è il coefficiente d'assorbimento, e siccome per l'ipotesi fatta k non è

tanto piccolo, quest'espressione si ridurrà prontamente a zero, cioè la massa sarà perfettamente assorbente e, pel principio di Kirchhoff, anche perfettamente irradiante.

Nella seconda ipotesi consideriamo la fotosfera solare come un sistema discreto di punti uniformemente distribuiti, che siano i centri di goccioline sferiche aventi il potere assorbente a, riflettente r, e ne calcolo il potere riflettente A per un fascio di raggi unità proveniente dall'esterno.

Noto che a non dev' essere molto piccolo perchè in generale cresce colla temperatura, ciò che pei metalli è in accordo colla teoria elettromagnetica della luce.

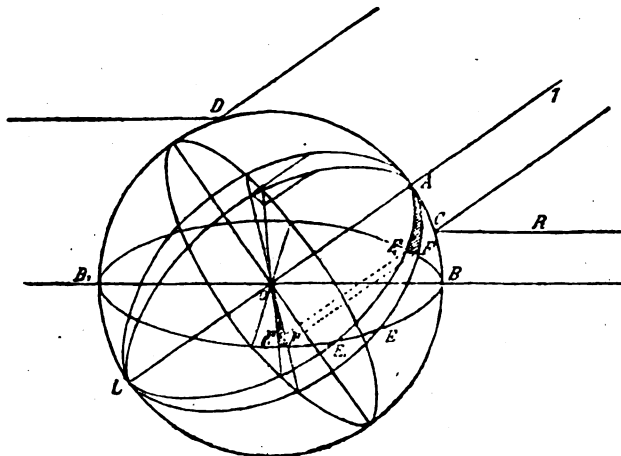



Fig. 1.

Anche la densa atmosfera che tiene le goccie in sospensione contribuirà colla sua emissione ad avvicinare la massa al corpo nero; ma, pel calcolo, ne trascurerò l' azione e considererò la fotosfera come se limitata da una parte da un piano che dirò *limite* e, negli altri sensi, indefinitamente estesa. *Pel momento* non terrò conto della diffrazione, nè della variazione di r coll' angolo d' incidenza.

Considero un fascio incidente *unità*, costituito dai raggi paralleli, normali al *piano limite* compresi nell' unità di sezione.

Penetrando nella massa questi raggi verranno in parte assorbiti, in parte riflessi. La prima frazione ci darà il potere assorbente A, mentre l'insieme dei raggi che viene respinto dalla massa ci darà il potere riflettente R.

3. Per procedere a questo calcolo occorre stabilire prima ciò che avviene di un fascio di raggi paralleli che investa esattamente una sfera riflettente.

Per ciò considero una sfera di centro O, raggio ϱ: la sua intersezione con un piano diametrale parallelo al piano *limite* sia BEB_1; sia IA il raggio centrale del fascio (fig. 1). Prendo per unità il fascio che colpisce l'unità di superficie; sopra la calotta di vertice A e angolo al centro 2α cadrà la quantità

$$i = \pi\varrho^2 \operatorname{sen}^2 \alpha$$

e sulla zona elementare compresa tra 2α e $2(\alpha + d\alpha)$ cadrà

$$di = 2\pi\varrho^2 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \, d\alpha = \pi\varrho^2 \operatorname{sen} 2\alpha \, d\alpha.$$

Si noti che 2α è precisamente l'angolo che il raggio riflesso fa coll'incidente; ne viene che l'energia riflessa nei varî angoli solidi cresce da $\alpha = 0$ a $\alpha = \frac{\pi}{4}$, assume il massimo valore quando il raggio riflesso è normale al raggio incidente, e poi decresce simmetricamente fino ad $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Nel piano della figura resteranno dalla stessa parte del *piano limite* tutti i raggi che cadono tra AC e AD, C e D essendo i punti di mezzo degli archi AB e AB_1.

In un altro piano, p. es. AEL, resteranno dalla stessa parte quelli che cadono fra i punti F e G trovati come C e D.

Se l'angolo BAE che chiamo β varia di $d\beta$, F diventerà F_1, e i raggi che colpiscono l'elemento di figura FAF_1 dopo la riflessione resteranno dalla stessa parte del *piano limite*. Questi raggi colpirebbero l'elemento $F'OF'_1$, proiezione normale di FAF_1 sul piano perpendicolare ad IA.

Ora, se ϑ_0 è l'angolo AOB, ϑ l'angolo variabile AOE si ha:

$$OF' = \varrho \operatorname{sen} \frac{1}{2} \vartheta \quad , \quad OF'_1 = \varrho \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\vartheta + d\vartheta)$$

e l' area elementare F'_1OF' sarà (essendo $F'OF'_1 = d\beta$)

$$\frac{1}{2}\varrho^2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\vartheta \, d\beta .$$

Tutto è simmetrico rispetto al piano del disegno, quindi la proiezione dell' area colpita da raggi che restano dalla stessa parte del *piano limite* è

$$2\int_0^{\pi} \frac{1}{2}\varrho^2 \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\vartheta \, d\beta = \varrho^2 \int_0^{\pi} \operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\vartheta \, d\beta .$$

Il triangolo rettangolo AEB dà

$$\operatorname{tg}\vartheta = \frac{\operatorname{tg}\vartheta_0}{\cos\beta}$$

da cui ricavo facilmente

$$\operatorname{sen}^2 \frac{1}{2}\vartheta = \frac{1 - \dfrac{\cos\beta}{\sqrt{\cos^2\beta + \operatorname{tg}^2\vartheta_0}}}{2}$$

e l' area cercata diventa

$$\frac{1}{2}\varrho^2 \int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\cos\beta}{\sqrt{\cos^2\beta + \operatorname{tg}^2\vartheta_0}}\right) d\beta =$$

$$= \varrho^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \frac{\cos\beta}{\sqrt{\cos^2\beta + \operatorname{tg}^2\vartheta_0}} d\beta\right).$$

L' integrale che resta da calcolare è nullo perchè scindendolo in altri due tra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e tra $\frac{\pi}{2}$ e π si vede che ad ogni elemento del primo ne corrisponde uno eguale del secondo ma col segno cambiato per cui la somma è sempre nulla.

Ne segue che l'area cercata è $\frac{1}{2}\pi\varrho^2$ ossia *è la metà della sezione del fascio* che investe la sfera e non dipende dall'angolo che il fascio fa col piano limite; e così resta stabilito che, *qualunque sia quest' angolo, una metà dell' energia resta da una parte del piano limite e l'altra metà passa dall' altra parte.*

4. Se dunque un fascio di raggi, comunque diretti, investe una delle gocce del sistema una parte proporzionale ad a viene assorbita, una proporzionale a $\frac{1}{2} r$ viene riflessa verso l' interno e una uguale verso l' esterno.

Considero l' unità di sezione dello strato di gocce che si trovi alla distanza x dal piano limite e cerco l' espressione della quantità di energia $\varphi(x)$ che l'attraversa in tutti i sensi, avendo preso come unità l'energia incidente sulla stessa area al piano limite.

Perciò scindo $\varphi(x)$ in tre parti che sono:

$\varphi_1(x)$ porzione che ancora non è stata nè assorbita, nè riflessa;

$\varphi_2(x)$ insieme dei raggi che dopo riflessione procedono verso l' interno;

$\varphi_3(x)$ insieme dei raggi riflessi verso l' esterno.

Queste tre funzioni non dipendono che dalla x.

Sia ora n la somma delle sezioni massime delle gocce che si trovano nell' unità di volume.

Il valore di $\varphi_1(x)$ alla profondità $(x + dx)$ sarà

$$\varphi_1(x + dx) = \varphi_1(x) + \varphi'_1(x)\, dx.$$

D'altra parte attraversando dx, φ_1 diminuisce di $\frac{a}{n} \varphi_1(x)\, dx$ assorbita, $\frac{r}{2n} \varphi_1(x)\, dx$ riflessa in dentro, $\frac{r}{2n} \varphi_1(x)\, dx$ riflessa in fuori, quindi

$$\varphi_1(x + dx) = \varphi_1(x) - \frac{a}{n} \varphi_1(x)\, dx - \frac{1}{2} \frac{r}{n} \varphi_1(x)\, dx -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{r}{n} \varphi_1(x)\, dx = \varphi_1(x) - \frac{1}{n} \varphi_1(x)\, dx.$$

Dunque

$$\varphi'_1(x) = - \frac{1}{n} \varphi_1(x)$$

ossia

$$\varphi_1(x) = C_1\, e^{-\frac{x}{n}}.$$

La condizione al limite $x=0$ è $\varphi_1=1$ e dà $C_1=1$ e quindi

$$\varphi_1 = e^{-\frac{x}{n}}. \tag{1}$$

L' assorbimento di questa parte sarà:

$$\frac{a}{n}\int_0^\infty e^{-\frac{x}{n}}\,dx = a. \tag{2}$$

Calcoliamo φ_2 e φ_3.

Attraverso lo spessore dx φ_2 diventerà

$$\varphi_2(x+dx) = \varphi_2(x) + \varphi_2'(x)\,dx.$$

D' altra parte φ_2 aumenterà per riflessione di

$$\frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_1(x)\,dx + \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_3(x)\,dx$$

e diminuirà parte per assorbimento, parte per riflessione verso l' esterno di

$$\frac{a}{n}\varphi_2(x)\,dx \quad \text{e} \quad \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_2(x)\,dx.$$

Si avrà dunque

$$\varphi'_2 = \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_1 + \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_3 - \frac{a}{n}\varphi_2 - \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_2. \tag{3}$$

Analogamente, considerando il passaggio di φ_3 da x a $x-dx$ risulta

$$\varphi'_3 = -\frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_1 - \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_2 + \frac{a}{n}\varphi_3 + \frac{1}{2}\frac{r}{n}\varphi_3; \tag{4}$$

e ponendo

$$\frac{1}{2}\frac{r}{n} = \alpha \quad , \quad \frac{1}{2}\frac{r}{n} + \frac{a}{n} = \beta; \tag{5}$$

si avrà il sistema:

$$\begin{cases} \varphi_2' = \alpha\varphi_1 + \alpha\varphi_3 - \beta\varphi_2 & (6) \\ \varphi_3' = -\alpha\varphi_1 - \alpha\varphi_2 + \beta\varphi_3. & (7) \end{cases}$$

Per risolverlo ricavo ϕ_3 dalla (6), derivo e sostituisco nella (7); ricavo ϕ_2 dalla (7) derivo e sostituisco nella (6). Tenuto conto della espressione (1) della ϕ_1 si ottiene

$$\begin{cases} \phi_2'' + (\alpha^2 - \beta^2)\,\phi_2 + \left(\alpha^2 + \alpha\beta + \frac{\alpha}{n}\right) e^{-\frac{x}{n}} = 0 \\ \phi_3'' + (\alpha^2 - \beta^2)\,\phi_3 + \left(\alpha^2 + \alpha\beta - \frac{\alpha}{n}\right) e^{-\frac{x}{n}} = 0\,; \end{cases}$$

e tenendo conto delle (5), per cui

$$\begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 = -\frac{a}{n^2} \\ \alpha^2 + \alpha\beta + \frac{\alpha}{n} = \frac{r}{n^2} \\ \alpha^2 + \alpha\beta - \frac{\alpha}{n} = 0 \end{cases}$$

si avrà il sistema

$$\begin{cases} \phi_2'' - \frac{a}{n^2}\,\phi_2 + \frac{r}{n^2}\, e^{-\frac{x}{n}} = 0 & (8) \\ \phi_3'' - \frac{a}{n^2}\,\phi_3 = 0. & (9) \end{cases}$$

Per risolvere la (8) pongo

$$\phi_2 = (y-1)\, e^{-\frac{x}{n}} \tag{10}$$

essa diventerà

$$y'' - \frac{2}{n}\, y' + \frac{r}{n^2}\, y = 0\,. \tag{11}$$

E questa ha per soluzione generale

$$y = C_1\, e^{k_1 x} + C_2\, e^{k_2 x},$$

essendo k_1 e k_2 le radici dell' equazione algebrica

$$k^2 - \frac{2}{n}\, k + \frac{r}{n^2} = 0\,,$$

cioè

$$k_1 = \frac{1}{n} + \sqrt{\frac{a}{n^2}} \quad , \quad k_2 = \frac{1}{n} - \sqrt{\frac{a}{n^2}}\,,$$

e quindi per la (10)

$$(12)\qquad \Phi_2 = (y-1)e^{-\frac{x}{n}} = C_1 e^{\sqrt{a}\frac{x}{n}} + C_2 e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} - e^{-\frac{x}{n}}.$$

Le costanti C_1 e C_2 sono date dalle condizioni ai limiti. Per $x=\infty$ si ha $\Phi_2=0$, dunque $C_1=0$; per $x=0$ si ha $\Phi_2=0$; dunque $C_2=1$. Ne risulta

$$(13)\qquad \Phi_2 = e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} - e^{-\frac{x}{n}}.$$

L' assorbimento di questa parte è

$$(14)\qquad A_2 = \int_0^\infty \frac{a}{n}\left[e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} - e^{-\frac{x}{n}}\right]dx = \sqrt{a} - a.$$

Ed ora calcoliamo Φ_3. La soluzione generale della (9) è

$$\Phi_3 = C_3 e^{k'x} + C_4 e^{k''x}$$

dove k' e k'' sono le radici di

$$k^2 = \frac{a}{n^2}.$$

Dunque

$$\Phi_3 = C_3 e^{\sqrt{a}\frac{x}{n}} + C_4 e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}}.$$

Poichè per $x=\infty$ $\Phi_3=0$ sarà $C_3=0$ e quindi

$$(15)\qquad \Phi_3 = C_4 e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}}.$$

Per trovare C_4 osservo che $\Phi_3(0)$ è quanto dell' energia unità incidente esce dalla massa, cioè

$$(16)\qquad C_4 = \Phi_3(0) = R = 1 - a - A_2 - A_3,$$

dove A_3 è la porzione assorbita di Φ_3. Ora

$$A_3 = \int_0^\infty \frac{a}{n} C_4 e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} = C_4\sqrt{a},$$

e quindi sostituendo in (16) e risolvendo:

$$C_4 = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}.$$

Ne consegue

$$\Phi_3 = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} \tag{17}$$

$$A_3 = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} \sqrt{a}. \tag{18}$$

5. Riassumendo: In ogni punto della massa considerata, le quantità di energia propagantisi sono:

$$\left\{\begin{aligned} &\Phi_1 = e^{-\frac{x}{n}} && (1)\\ &\Phi_2 = e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} - e^{-\frac{x}{n}} && (13)\\ &\Phi_3 = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}} && (17)\end{aligned}\right.$$

e quindi si propaga verso l' interno

$$\Phi_1 + \Phi_2 = e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}}, \tag{19}$$

mentre verso l' esterno si propaga la quantità:

$$\Phi_3 = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} e^{-\sqrt{a}\frac{x}{n}}. \tag{20}$$

Entrambe seguono la legge esponenziale mentre la (13) no, e presenta un massimo per una profondità

$$x = -\frac{n}{2}\frac{\log a}{1-\sqrt{a}}$$

che cresce con n, cioè con la rarefazione della massa, e col diminuire di a.

L' assorbimento totale e il potere riflettente saranno:

$$A = a + A_2 + A_3 = 2\frac{\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}} > a\,, \tag{21}$$

$$R = \frac{1-\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}\,. \tag{22}$$

Il rapporto

$$\frac{A}{a} = \frac{2}{a+\sqrt{a}} \tag{23}$$

ci dice che l' efficacia della suddivisione della massa è tanto maggiore quanto a è più piccolo, per cui se nelle diverse parti dello spettro a presenta notevoli differenze, A le presenterà molto attenuate.

Le curve della fig. 2 fanno vedere come dipendano A e R da a. Si vede p. es. che, mentre a varia da 0,9 a 0,5, A va-

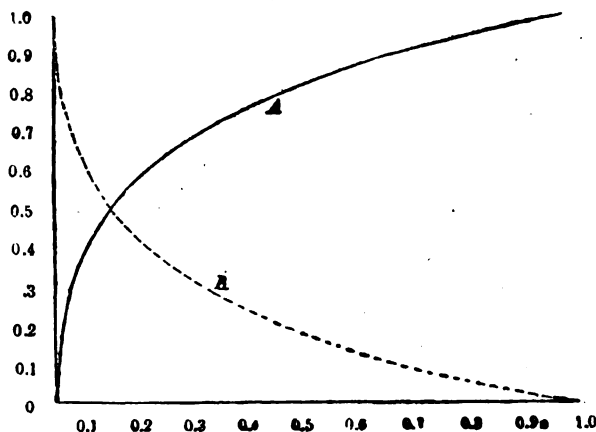



Fig. 2.

ria da 0,974 a 0,829 e poichè non è probabile che a assuma valori piccoli possiamo ammettere che l' emissione e l' assorbimento siano *sensibilmente* eguali a quelli del corpo nero.

Non è forse inopportuno notare che vale anche la legge del coseno e che per conseguenza le variazioni d' intensità

sul disco solare sono dovute esclusivamente all' assorbimento dell' atmosfera solare.

6. Ho già detto che la presenza dei gas intorno alle particelle deve avvicinare ancor più l' emissione a quella del corpo nero. Restano da vedere gli effetti della diffrazione e della variazione del potere riflettente coll'angolo d'incidenza.

Il primo effetto è simmetrico rispetto al piano diametrale della goccia perpendicolare al raggio incidente, presentando un minimo per questo piano. Ciò farà variare la distribuzione dell' energia intorno alla goccia, ma non impedirà che una metà si trovi da una parte del piano diametrale parallelo al piano limite, e l' altrà dalla parte opposta. La sola azione che potrà avere sul valore di A sarà dovuta al suo effetto combinato colla variazione del potere riflettente: essa sarà ad ogni modo trascurabile.

Resta a vedere l' effetto della variazione di r. Ciò farà variare i coefficienti delle equazioni (3) e (4) e i risultati saranno più complicati.

Ma si può vedere facilmente, e me lo conferma un calcolo fatto in un caso particolare, che le variazioni non saranno notevoli, perchè l' aumento di r coll' angolo d' incidenza, farà da una parte penetrare più profondamente nella massa l' energia, d' altra parte farà crescere la porzione di ϕ_3 che si riflette verso l' esterno, stabilendosi così un certo compenso.

In complesso dunque si può conchiudere che *la fotosfera solare irradia come un corpo perfettamente o almeno approssimatamente nero.*

UN'ESPERIENZA DA LEZIONE SULLA PRESSIONE DELLA LUCE.

Prof. ALESSANDRO AMERIO.

Medaglia d'oro della Società Italiana di Fisica — Congresso di Padova 1909.

1. La pressione che la luce esercita sopra una superfice, ogni qual volta dalle due parti di questa l'energia radiante abbia densità diversa, ha grandissima importanza in natura, giacchè serve a spiegare varî fenomeni cosmici, tra i quali il moto della chioma delle comete in vicinanza del sole, la disgregazione di questi astri, l'emissione di materia da parte del sole, con tutte le sue conseguenze, come le aurore polari, le perturbazioni magnetiche ecc.

La maggiore difficoltà che si incotra nello studiarla è di evitare che le azioni radiometriche, le quali possono superarla di gran lunga, si sovrappongano ad essa, simulandone l'effetto e rendendo indispensabili numerose e delicate misure.

E infatti nella prima dimostrazione sperimentale, che fu data da Lebedew, l'azione radiometrica era fortissima.

Meglio fecero in seguito Nichols e Hull, approfittando del fatto che la pressione si esercita nel senso del raggio incidente, mentre l'azione radiometrica è sulla superfice più calda e normale ad essa. Nella loro disposizione la luce si riflette sull'argento depositato su un vetrino. Se la riflessione avviene sulla superfice libera, la pressione e l'azione radiometrica si sommano; se invece la luce attraversa prima il vetrino le due forze agiscono in senso contrario.

Migliore ancora è l'eliminazione in un'altra disposizione di Hull ove la superfice riflettente o assorbente si trova tra due laminette di vetro parallele che sono ad essa rigidamente unite e limitano così due cuscinetti sottilissimi di aria nei quali le azioni radiometriche restano, per seguire l'espressiva dizione dell'A. *imbottigliate.*

L' eliminazione degli effetti radiometrici parve migliore coll' artifizio di Poynting.

La superfice su cui cade la radiazione è normale ad una sottile asticella sospesa a un filo di seta o di quarzo. (v. fig. 1).

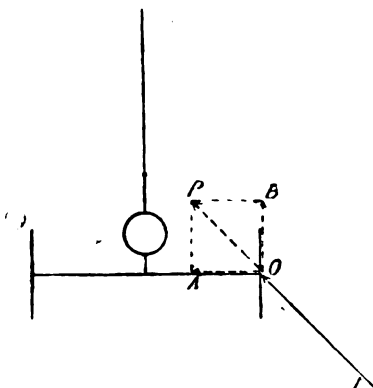



Fig. 1.

L' energia incidente IO venga assorbita. Essa eserciterà un' azione radiometrica che, essendo normale per la sua natura alla superfice riscaldata, quando tutto sia ben simmetrico non produrrà rotazioni. Inoltre eserciterà la pressione OP che avrà una componente OA normale alla superfice e una OB tangenziale. La prima non produrrà rotazione, la seconda sì.

Ma si può obbiettare che nell' esperienza del Poynting si avevano vetrini anneriti e per conseguenza azioni radiometriche fortissime per cui bastava una piccola dissimmetria del sistema o del fascio per produrre una rotazione.

Inoltre l' annerimento, anche se fatto con inchiostro di china, dà sempre una superfice che rispetto alle lunghezze d' onda impiegate sarà granulare; da cui un maggior riscaldamento dei granuli dalla parte rivolta ai raggi e quindi una azione radiometrica prevalente nel verso del raggio.

Un perfezionamento di questo metodo è di costruire con una lamina di alluminio sottile un cilindretto avente il diametro di circa 3 cm. e l' altezza di 1 cm., annerirlo con in-

chiostro di china e poi ricoprirlo con uno strato sottile di vernice trasparente.

Il filo di seta della sospensione dev' essere sul prolungamento dell' asse del cilindro.

Il sostegno della materia assorbente essendo così ottimo conduttore del calore farà diminuire l' effetto radiometrico per via della minore differenza di temperatura che si può stabilire tra le due faccie rispetto a quella che si ha con lastrine di vetro; la distribuzione dell' energia nel fascio incidente può essere asimmetrica senza inconvenienti perchè tutte le azioni radiometriche convergono verso il centro; infine la vernice, per quanto sottile, toglie l' inconveniente citato che l' azione radiometrica non sia perpendicolare alla superfice.

Tuttavia questa disposizione che può essere buona per ricerche quantitative può, in un' esperienza dimostrativa, lasciare il dubbio che le deviazioni osservate siano da attribuirsi ad azioni radiometriche rese efficaci da imperfezioni di costruzione.

2. Quest' obbiezione si può fare a maggior ragione a tutte le altre disposizioni ed è perciò che a tutte preferisco la seguente che elimina senz' altro le azioni radiometriche.

Alle estremità di un' asticella finissima di vetro (fig. 2) si fissino due vetrini coprioggetti dei più sottili, nel piano verticale che passa per l' asticella stessa; il sistema sia munito del solito specchietto S per proiezione, o per l' osservazione col metodo di Poggendorf, sia sospeso a un filo sottilissimo di seta o di quarzo, e introdotto in un grosso pallone di vetro a pareti sottili e collo largo. Esso è rappresentato in grandezza naturale dalla fig. 2, pesa circa g. 0.1 e ha un periodo di oscillazione di circa 2^m.

Il coperchio metallico C che regge il sistema sia fissato al collo del pallone con glu marina e sia fornito di un tubo metallico da mettere in comunicazione con una pompa pneumatica.

Il pallone sia disposto sopra un sostegno girevole intorno a un asse verticale.

Si spinga la rarefazione in modo che la pressione non superi qualche millimetro di mercurio, per evitare perturbazioni prodotte da moti convettivi, indi si concentri su uno dei

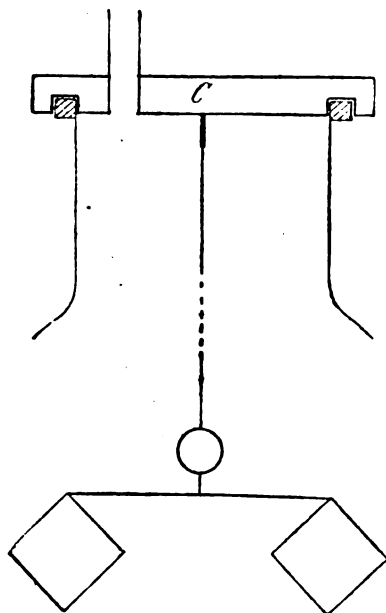



Fig. 2.

vetrini V la luce del sole o di una potente lampada ad arco A, *che attraversi un nicol* N e un opportuno sistema di lenti L_1 L_2 L_3. (Fig. 3).

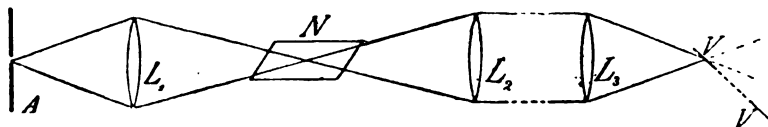



Fig. 3.

L' angolo d' incidenza sia eguale all' angolo di polarizzazione totale.

Se le vibrazioni si compiono nel piano d' incidenza il vetrino si lasciarà attraversare da tutta l' energia incidente per

la quale è trasparente, senza rifletterne la minima parte. Quest'energia non potrà dunque esercitare pressione.

Si giri ora il nicol di 90°; dell'energia incidente la prima faccia rifletterà il 15 %, la seconda il 15 % del rimanente, e nel complesso, tra le due facce, il 26 %; quest'energia eserciterà una pressione che farà rotare il sistema.

E la rotazione sarà visibilissima disponendo una scala a quattro o cinque metri e proiettandovi sopra con lo specchietto S la luce proveniente da una lampada di Nernst.

Se la luce proveniente dalla lampada ad arco e riflessa dal vetrino cade sopra uno schermo, l'uditorio potrà vedere, allorchè si gira il nicol, crescere o decrescere parallelamente l'intensità della luce riflessa sullo schermo e la deviazione sulla scala.

In quest'esperienza non è il caso di parlare di azioni radiometriche.

L'energia incidente filtrata attraverso a tre o quattro lenti ha perduto quasi tutto ciò che può essere assorbito dal vetro, ed in questo, ad ogni modo, l'assorbimento non si manifesterebbe con notevole prevalenza vicino alla prima superfice, ma press'a poco uniformemente in tutta la massa e *sarebbe maggiore quando la quantità riflessa è nulla* che nell'altro caso.

Per quei raggi che non assorbe il vetro si comporta come un dielettrico perfetto e perciò la riflessione avviene senza assorbimento e quindi senza riscaldamento.

In quanto alla disposizione pratica c'è poco da aggiungere essendo l'esperienza molto semplice.

Conviene che il sostegno del pallone sia girevole per poter facilmente ottenere l'angolo d'incidenza voluto.

Si potrebbe pensare di aumentare la deviazione aumentando l'angolo di incidenza, ciò che farebbe crescere rapidamente il potere riflettente.

Ma si noti che se r è il potere riflettente del vetro, ϕ l'angolo d'incidenza, ψ l'angolo di rifrazione nell'interno della laminetta, la deviazione per una data quantità di energia incidente sarà proporzionale a

$$\frac{2r}{1+r}\cos\phi \tag{1}$$

essendo $\frac{2r}{1+r}$ la quantità di luce riflessa dalle due facce del vetrino.

L'espressione di r, per la luce che vibra nel piano perpendicolare al piano d'incidenza è

$$r = \frac{\operatorname{sen}^2(\varphi - \psi)}{\operatorname{sen}^2(\varphi + \psi)}$$

quindi la deviazione sarà proporzionale a

$$\frac{2 \operatorname{sen}^2(\varphi - \psi)}{\operatorname{sen}^2(\varphi - \psi) + \operatorname{sen}^2(\varphi + \psi)} \cos\varphi \, .$$

Questa funzione presenta un massimo molto netto verso 67° crescendo da 0° a 67° e decrescendo poi sino a 90° molto rapidamente.

Per conseguenza le condizioni sperimentali sono già molto prossime a questo massimo. Per esse $\varphi = 56°$ e il valore della (1) è 0,145. Su una superficie perfettamente riflettente la quantità corrispondente alla (1), per incidenza normale, sarebbe 1. L'azione è dunque ridotta al 14 % circa ma è sempre più che sufficente per un'ottima dimostrazione.

Se $\varphi = 67°$ allora la (1) assume il valore 0,164 ma per compenso resta una deviazione anche col fascio polarizzato nel piano perpendicolare al piano d'incidenza e ciò è assai svantaggioso per la dimostrazione, mentre se l'angolo di incidenza è di 56° circa, resta bensì un po' di luce riflessa dovuta al fatto che non tutti i raggi hanno la stessa incidenza, e che la rifrazione sulle lenti può avere depolarizzato alquanto il fascio, ma si tratta di tracce insufficienti a produrre una rotazione sensibile, e quindi si ha una differenza più evidente.

Roma, 20 Ottobre 1909.

DISPOSITIVO PER DIMOSTRARE IL FENOMENO DELL'ISTERESI ELASTICA.

L. TIERI [1]).

Una sbarretta di vetro v (fig. 1) posta orizzontalmente, è fissata per un estremo ad un solido sostegno k e porta all'altro estremo uno specchietto in vicinanza del quale sono legati ad essa due fili che passano nelle gole di due sensibilissime carrucole c e c' e sono tenuti tesi da due pesi p e p'. Quando la sbarretta di vetro è in posizione di riposo, il tratto di filo

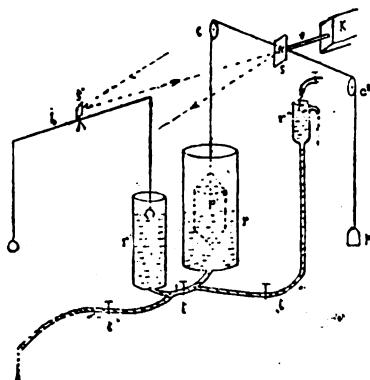



Fig. 1.

$c\,c'$, posto nello stesso piano della sbarretta, è perpendicolare a questa. Il peso p' è costituito da un recipiente che pesca nell'acqua di un altro recipiente r. Un giogo di bilancia b è posto parallelamente alla sbarretta di vetro ed alle estremità dei bracci sono sospese due palline, di cui una, quando la bilancia è in equilibrio, pesca per metà nell' acqua di un recipiente r'. Al disopra del fulcro è attaccato uno specchietto s'. I due recipienti r ed r' si possono far comunicare fra loro mediante il rubinetto t. Inoltre, il recipiente r' comunica con l'esterno e il recipiente r comunica con un vaso r'' in cui

1) Questa esperienza fu una delle tre prescelte nel concorso bandito dalla Società Italiana di Fisica; non fu però mostrata alla Società durante il Congresso di Padova.

l'acqua è mantenuta a livello costante. Nei tubi di comunicazione fra questo vaso e r, r' e l'esterno, sono posti i rubinetti t' e t''. Si apre il rubinetto t e si tiene chiuso il rubinetto t'' fino a che l'acqua proveniente da r'' non abbia raggiunto nei due recipienti r e r' un livello tale da ridurre $p' = 2p$. Allora si apre il rubinetto t'' e si regola in modo che la quantità di acqua che esce sia esattamente uguale a quella che entra per t'. Ciò avviene quando un punto luminoso riflesso su uno schermo dai due specchi s' e s rimane fermo. In queste condizioni la sbarretta di vetro è deformata da una forza p verso sinistra. Se ora si chiude il rubinetto t, si innalza il livello dell'acqua in r e si abbassa in r': la forza p' va diminuendo e perciò lo specchietto s gira verso destra, mentre il giogo della bilancia, e quindi lo specchietto s', si inclina in avanti. Allora il punto luminoso, riflesso dagli specchietti, descriverà la curva L N M (fig. 2) e sarà in M quando

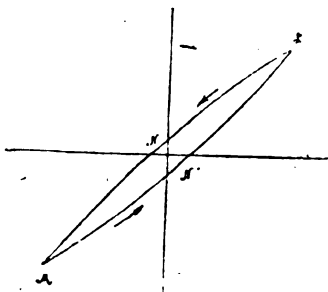



Fig. 2.

$p' = 0$. Giunti a questo punto si apre il rubinetto t regolandolo in modo che vi passi una quantità di acqua maggiore di quella che passa per t''; allora si abbasserà il livello dell'acqua in r e si solleverà in r'; gli specchietti avranno un movimento contrario al precedente e il punto luminoso descriverà la curva M N' L [1]). Ripetendo le precedenti operazioni il punto luminoso ripercorrerà sensibilmente le curve L N M, M N' L.

Il peso p è calcolato in modo che per la sua azione non venga sorpassato il limite di elasticità della sbarretta di vetro.

1) Si noti che la simmetria dei due rami della curva di isteresi si raggiunge dopo diverse alternazioni fra i medesimi limiti di forza.

METODO IDROSTATICO A COMPENSAZIONE PER LO STUDIO DELLA DILATAZIONE TERMICA DEI CORPI.

Prof. M. BELLATI *e* *Dott.* L. FINAZZI.

Per la misura della dilatazione termica dei solidi e dei liquidi si ricorre comunemente al dilatometro, istrumento senza dubbio prezioso, ma di uso delicato e non scevro d'incertezze e d'errori. Infatti anche nel caso più semplice, quando cioè si tratti dello studio di un liquido, la precisione finale dipende da quella di parecchie operazioni preliminari, quali la calibrazione del cannello e la determinazione della capacità del serbatoio a varie temperature. I risultati di queste operazioni si ottengono con differenze di pesate, che esigono correzioni minuziose. Così per conseguire in ricerche di tal genere una precisione di 1 : 1000000 bisogna calcolare la spinta dell'aria tenendo conto non solo della temperatura e della pressione, ma anche dello stato igrometrico. Di più è sempre incerto il peso del vapor acqueo che sta condensato sulla superficie esterna del dilatometro, e che, secondo F. Kohlrausch e W. Hallwachs, bisognerebbe non variasse oltre 1 : 1000 mg. | cmq. quando si voglia raggiungere la precisione sopraindicata [1]).

Ove inoltre si consideri che il dilatometro nelle varie manipolazioni, e più specialmente in quelle per l'espulsione dell'aria, viene esposto a forti differenze di temperatura, e che perciò è soggetto a tutti quei complessi fenomeni di isteresi termica, che furono tanto minuziosamente studiati nei termometri per la misura accurata delle temperature, si deve appunto concludere che il metodo dilatometrico non va esente da incertezze e da errori men lievi di quanto sulle prime possa apparire.

Nel caso poi che si voglia misurare la dilatazione termica di un solido, e che nel dilatometro non si possa far uso del

1) Kohlrausch u. Hallwachs - *Wied. Ann. 53*, p. 14 (1894).

mercurio o dell' acqua, per i quali è ben noto l' andamento della dilatazione, bisogna cominciare dallo studio di un liquido particolare; e siccome in generale le variazioni di volume di un solido sono piccole in confronto di quelle di un liquido, gli errori inevitabili nello studio dilatometrico di questo si traducono in errori relativamente molto grandi nella misura della dilatazione del solido. Ed è anche bene notare che per i solidi bisogna adoperare o un dilatometro a cannello mobile, — ed allora si hanno difficoltà di chiusura e possibili differenze di capacità del serbatoio nelle successive operazioni —, oppure un dilatometro con cannello saldato a fuoco, — ed allora si va incontro ad altre difficoltà pratiche e alle incertezze causate da un riscaldamento spinto fino al rammollimento di una porzione del vetro.

Il metodo idrostatico è più semplice, più diretto e richiede, oltre il termometro, la sola bilancia, che è l'istrumento più esatto di cui il Fisico disponga.

Ma anche questo metodo presenta degli inconvenienti, che derivano specialmente dalla necessità di sospendere il corpo ad un filo. Su questo filo la capillarità esercita una trazione che dipende da parecchie circostanze, e particolarmente dalla temperatura e dalle condizioni variabili della superficie del liquido e del filo. Per rendere costante la trazione capillare, Kohlrausch sostituì al semplice filo di platino un filo di platino fortemente platinato e successivamente arroventato: in tali condizioni esso si bagna in modo perfetto. Nelle sue ricerche sul peso specifico delle soluzioni acquose diluitissime [1]) egli riuscì ad ottenere risultati esatti entro l'unità della settima cifra decimale; ma a questa precisione veramente meravigliosa potè giungere soltanto ponendosi in condizioni specialissime, nelle quali un errore di qualche millesimo di grado nella stima della temperatura non influiva sul risultato. Giacchè la misura delle temperature consente una precisione ben minore di quella che si può conseguire nella pesata di un corpo immerso in un liquido.

1) F. Kohlrausch - *Wied. Ann.* 56, p. 185 (1895).

Quando poi si vada a temperature un po' elevate può avvenire che sul filo si condensino in goccioline i vapori del liquido in cui il corpo è sommerso; ma questa causa d'errore si può eliminare, come suggerì il Matthiessen [1]), allontanando con un aspiratore i vapori del liquido prima che giungano alla porzione fredda del filo. Con questo e con altri accorgimenti egli riuscì a compiere misure anche oggi molto apprezzate.

Tuttavia il metodo idrostatico, benchè semplice e preciso, non venne fino ad ora molto usato per lo studio della dilatazione termica dei corpi. Ma colle modificazioni, che qui proponiamo, ci pare che esso offra tali vantaggi da riuscire in generale preferibile ad ogni altro.

Il principio che ci ha costantemente guidati fu quello di annullare gli effetti delle azioni perturbatrici, compensandoli alle estremità delle due braccia della bilancia, supposte fra loro eguali. Così se oltre al filo che sostiene il corpo, se ne abbia un altro identico, che penda dal piattino opposto, ed ambedue s'immergano nel liquido, le azioni dovute alla tensione superficiale si eliminano completamente; oltre a ciò l'equilibrio non è turbato anche se varia il livello del bagno, mentre l'ordinario metodo idrostatico esige che il tratto di filo immerso abbia una lunghezza costante.

Del pari se a contenere il corpo che si studia si usa un tubetto di vetro, la spinta da questo subita si eliminerà per qualunque temperatura, se dal secondo filo si faccia pendere nel bagno un tubetto di egual peso e della stessa qualità di vetro.

E finalmente, seguendo sempre il criterio della compensazione, è in generale possibile far dipendere la misura delle variazioni di volume del corpo, che si studia, da quelle di un volume press'a poco eguale di un corpo campione (che può essere con vantaggio il mercurio), e da quelle di un liquido, del quale tuttavia non occorre conoscere con grande esattezza la legge di dilatazione. Infatti le spinte dovute al liquido si compenserebbero esattamente se i volumi dei due corpi im-

1) *Pogg. Ann.* Bd. CXXVIII, p. 522 (1866).

mersi si mantenessero costantemente eguali: ciò naturalmente non avviene, ma in ogni caso le due spinte restano per la massima parte compensate, differendo fra loro soltanto del peso di un volume di liquido corrispondente alla piccola differenza fra i volumi dei due corpi.

La disposizione pratica da noi adottata è la seguente.

La bilancia sta sopra una mensola infissa ad una parete, e il bagno, in cui si tuffano e si possono riscaldare i corpi messi a confronto, trovasi in una stanza sottoposta. Ciò evidentemente non è necessario; ma consente tuttavia una maggiore comodità, e permette di sottrarre completamente la bilancia alle perturbazioni che potrebbero derivare dall'apparecchio riscaldante.

Per diminuire notevolmente la distanza dei fili di sospensione onde avvicinare i due corpi nel bagno e assicurare così l'eguaglianza della loro temperatura, abbiamo sospeso ai piatti della bilancia due leggieri telai di alluminio foggiati a triangolo e di egual peso, che vengono a trovarsi nel piano verti-

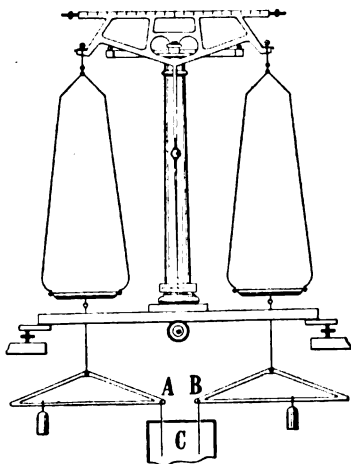



Fig. 1.

cale passante per il giogo. Dai vertici A e B (Fig. 1) pendono due fili di rame che arrivano nella stanza inferiore protetti

contro le correnti d'aria da un tubo metallico C. Anche la bilancia ed i telai sottoposti sono racchiusi entro apposita custodia. Lungo i lati inferiori dei telai possono scorrere, a guisa di romano, due pesi identici coi quali si regola opportunamente la posizione verticale dei punti A e B.

Ai due fili di sospensione, che sporgono dalla estremità inferiore del tubo C (Fig. 2), si attaccano i due filini di platino che sostengono i tubetti di vetro immersi nel liquido.

Per mantenere il bagno alle varie temperature si adottò il riscaldamento elettrico, come quello che alla massima comodità accoppia somma facilità di regolazione.

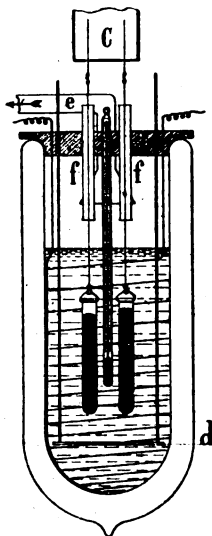



Fig. 2.

A tal fine nel liquido sta immersa una spirale di manganina che, partendo dal fondo del vaso, e svolgendosi a breve distanza dalla parete, sale a spire sempre più rade fin verso la superficie ed è percorsa da una corrente elettrica, della quale si può regolare opportunamente l' intensità.

Allo scopo di diminuire lo scambio di calore con l'esterno il liquido è contenuto in un vaso di Dewar trasparente per poter leggere il termometro tuffato nel liquido accanto ai tu-

betti, e precisamente alla stessa distanza di questi dall'asse del vaso.

La temperatura si mantiene uniforme mediante un agitatore anulare d, il cui movimento viene arrestato soltanto nel breve tempo necessario a compiere la pesata. Mentre si agita il liquido la bilancia è mantenuta a riposo, e così pure i telai sottostanti mediante un semplice congegno d'arresto, che non apparisce nella figura.

Finalmente un aspiratore ad acqua serve a richiamare attraverso il tubo e i vapori che si svolgono dal liquido e nello stesso tempo provoca la discesa di una corrente d'aria nei tubetti f che circondano i fili di platino, impedendo così la condensazione del vapore su di essi.

La teoria del metodo è molto semplice: chiamando

t la temperatura del bagno,

p il peso assoluto del corpo che si studia,

s il suo peso specifico a 0°,

k il suo coefficiente medio di dilatazione cubica fra 0° e t,

p_1, s_1, k_1, s_2, k_2 le quantità analoghe rispettivamente per il corpo campione e per il liquido del bagno,

p_a il peso (corretto per la spinta dell'aria) che serve a stabilire l'equilibrio della bilancia, e che si assume positivo se aggiunto sul piattino da cui pende il corpo che si studia,

e supposte eguali le due braccia del giogo, si ha:

$$p_1 - \frac{p_1 s_2}{s_1} \frac{1 + k_1 t}{1 + k_2 t} = p_a + p - \frac{p s_2}{s} \frac{1 + k t}{1 + k_2 t}, \tag{1}$$

da cui

$$1 + kt = \frac{s}{p} \left[\frac{p_1}{s_1} (1 + k_1 t) + \frac{p_a + p - p_1}{s_2} (1 + k_2 t) \right]. \tag{2}$$

Se a 0° il volume del corpo fosse esattamente eguale a quello del corpo campione, cioè se fosse $\frac{p}{s} = \frac{p_1}{s_1}$, si avrebbe

$$k = k_1 + \frac{p_a + p - p_1}{pt} \frac{s}{s_2} (1 + k_2 t),$$

dalla quale apparisce come k_2 entri solamente in un termine di correzione. Perciò quand'anche la misura di k_2 non fosse molto precisa, l'errore, dal quale risulterebbe affetto il valore di k, sarebbe trascurabile. Questa conclusione vale pure se i volumi dei due corpi non fossero, a 0°, rigorosamente eguali.

Quando si deva studiare un liquido, che si possa avere in quantità sufficiente, lo si userà come liquido del bagno e il procedimento sarà allora semplificato. In tal caso l'incognita è k_2, e la si ricava dalla (1) ponendo $p = 0$. Si ha allora:

$$1 + k_2 t = \frac{p_1}{p_1 - p_2} \cdot \frac{s_2}{s_1} (1 + k_1 t) . \tag{3}$$

Il metodo ora descritto fu da noi applicato allo studio delle variazioni di volume che presentano alcuni solidi, i quali a temperature determinate subiscono dei cambiamenti di forma cristallina.

Riservandoci di pubblicare in seguito i risultati delle nostre ricerche, possiamo intanto assicurare che il metodo ha corrisposto pienamente alla nostra aspettazione.

Anche a temperature superiori a 200° le pesate si fanno con sicurezza: le correnti di convezione del liquido non disturbano, e ciò in grazia del buon sistema di riscaldamento e forse anche della completa simmetria dell'apparecchio, per cui le azioni delle correnti stesse tendono a compensarsi. Del resto, occorrendo, non sarebbe difficile migliorare le condizioni del riscaldamento, mantenendo la stessa temperatura anche all'esterno del vaso per tutta la sua altezza.

È superfluo notare che anche per la semplice determinazione del peso specifico di un corpo a temperatura ordinaria il principio della compensazione può in certi casi riuscire utilissimo.

Laboratorio di Fisica tecnica della R. Università di Padova,
Giugno 1909.

OSSERVAZIONI INTORNO A UNA MEMORIA DEL SIG. K. DÖRSING SULLA VELOCITÀ DEL SUONO NEI LIQUIDI.

TITO MARTINI.

Nel fascicolo di maggio u. s. del *Journal de Physique* [1]) è riassunto uno studio sperimentale intorno alla velocità del suono nei liquidi determinata per mezzo delle figure del Kundt. L' autore è giunto alle seguenti conclusioni:

La velocità del suono nell' acqua aumenta quando la temperatura s'innalza; laddove negli altri liquidi diminuisce col crescere della temperatura:

Nei liquidi che contengono in soluzione dei gas o dei solidi, la velocità del suono cresce con la concentrazione:

Nei tubi pieni di liquido, la velocità del suono aumenta allorquando, restando invariabile lo spessore, diminuisce il raggio; ovvero, restando invariabile il raggio, aumenta lo spessore [2]).

Sono ormai passati parecchi anni dacchè, io pure, condussi a compimento un lungo studio sullo stesso argomento servendomi di un metodo tutto diverso da quello usato dal Dörsing; deducendo cioè la velocità della propagazione, dall'altezza del suono fondamentale eccitato in un liquido effluente da un foro praticato sul fondo di un tubo che deve essere mantenuto sempre pieno del liquido col quale si esperimenta [3]).

Fu il Savart che, in una memoria incompiuta e pubblicata dopo la morte di lui, insegnò il modo di ottenere dei suoni

1) *Journal de Physique théorique et appliquée*, Mai, 1909, pag. 374.

2) Messung der Geschwindigkeit des Schalles in Flussigkeiten und des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen des Äthers mit Hilfe Kundtschen Staubfiguren. *Annalen der Physik*. T. 25, n. 1, 1908, pag. 250.

3) *Appendice degli Atti del R. Istituto Veneto*. T. IV, Serie VI, 1886. (Memoria premiata dalla R. Acc. dei Lincei).

con l' efflusso dei liquidi [1]). Il Savart sperimentò soltanto con l'acqua ma non giunse a terminare le prove; ed io, ripetendole, potei compiere ciò che aveva iniziato il celebre Fisico assegnando il valore musicale dei suoni ottenuti con l' efflusso [2]). Avendo poi riconosciuto che, variando il liquido, a parità di altre circostanze, variava pure l' altezza del suono, trassi la conclusione che l' esperimento del Savart poteva servire a misurare la velocità colla quale il suono si propaga, in un modo più semplice, e meno facile ad errare, di quello che fu usato dal Wertheim.

Per la descrizione degli esperimenti e per i risultati ottenuti rinvio il lettore alla mia memoria originale: qui riporto soltanto le conclusioni che sono in tutto conformi a quelle del sig. Dörsing.

La velocità del suono nell' acqua cresce con la temperatura, almeno dentro i limiti delle temperature ordinarie:

La velocità del suono negli altri liquidi scema col crescere della temperatura:

Se nell' acqua si disciolgono delle sostanze gassose, liquide (dentro certi limiti) o solide, avviene un accrescimento nella velocità del suono:

Nelle soluzioni saline la velocità del suono cresce con l' aumentare la quantità del sale disciolto [3]).

Nella terza legge è detto che in una miscela d'acqua con altro liquido la velocità del suono cresce dentro certi limiti. Cosiffatta conclusione fu dedotta da una serie di esperimenti eseguiti con le mescolanze d' acqua e di alcool etilico le quali, in uno stesso tubo, davano dei suoni ora più gravi ora più acuti a seconda delle proporzioni nelle quali i due liquidi stavano mescolati [4]). Tali variazioni sono dovute ad un cambiamento nel coefficiente di compressibilità della miscela il quale,

1) Des phénomènes de vibration que présente l' écoulement des liquides par des ajoutages courts. Mémoire posthume de F. Savart, *Comptes-Rendus de l' Ac. de Sc.*, T. 37, p. 208.

2) *Atti del R. Ist. Ven* T. VIII, Serie V, pag. 961 e T. II, Serie VI; e in sunto, *Journal de Physique*. T. I, 2.a Serie, pag. 514 e T. III, pag. 218.

3) *Appendice agli Atti del R. Ist. Ven*. T. IV, Serie VI, pag. 87.

4) Loc. cit., pag. 51.

dapprima, diminuisce col crescere la quantità dell'alcool disciolto; ma tale diminuzione ha un limite al di là del quale il coefficiente aumenta, riapparisce eguale a quello dell'acqua e continua ad aumentare. Tutto ciò è compiutamente confermato da quanto osservarono i sigg. Pagliani e Palazzo nelle loro accurate ricerche piezometriche sui miscugli alcoolici [1]).

Non è possibile istituire un esatto confronto fra i dati numerici trovati dal Dörsing con i miei sia per rispetto alle temperature sotto le quali furono sperimentati i liquidi puri, sia per il diverso grado di concentrazione delle soluzioni. Limitando il confronto a quei dati che, rispetto alle temperature, sono meno distanti, diamo il seguente quadro dove t indica la temperatura; v la velocità trovata dal Dörsing; v^1 quella trovata da me, e u quella calcolata in base al coefficiente di compressibilità.

Liquidi	t	v (Dörsing)	v^1 (Martini)	u
Acqua distillata	13°	1245m		
	13,7	—	1437m	
	13,4	—	—	1457m (Grassi)
Alcool etilico .	12,5	1131		
	8,4	—	1263	
	7,3	—	—	1234 (Grassi)
Etere	15	973		
	0°	—	1145	
	0°	—	—	1124 (Jamin)
Essenza di trementina . .	15	1185		
	3,5	—	1371	
	3,5	—	—	1375 (Quincke)

Dal quadro esposto apparisce che i numeri v^1 sono più prossimi ai valori di u che non siano quelli trovati dal si-

1) Sulla compressibilità dei miscugli di alcool etilico ed acqua. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, Vol. 19, adunanza del 15 giugno 1884.

gnor Dörsing, i quali si mantengono inferiori ai miei con una costanza sufficientemente approssimata tenuto conto delle condizioni diverse sotto le quali sono stati ottenuti. Perciò le conclusioni, rispetto all' andamento del fenomeno, sono compiutamente conformi; e ciò dimostra che il geniale esperimento di Felice Savart servì benissimo allo scopo che mi era proposto, come già ebbi a constatare per la concordanza dei miei risultamenti con quelli dei sigg. Pagliani e Palazzo rispetto alla compressibilità dei miscugli alcoolici.

Venezia, giugno 1909.

SULLA ROTAZIONE MAGNETICA DELLE SCARICHE ELETTRICHE DEL ROCCHETTO D' INDUZIONE [1]).

Dott. G. ACCOLLA.

I.

Una campana di vetro è fissata con mastice ad una piattaforma di zinco la quale nella parte centrale è attraversata, a tenuta d'aria e senza sporgenza interna, da un cilindretto di ferro dolce che inferiormente si appoggia ad un polo di un elettromagnete rettilineo, costituendone così un prolungamento.

Alla distanza di cm. 2,5 circa dalla piattaforma e parallelamento ad essa è posto un elettrodo circolare di rame avente il diametro di cm. 6,0.

Congiungendo il disco con un polo del secondario d'un rocchetto d'induzione, attivato mercè un interruttore meccanico a mercurio di Klingelfuss munito di girometro, la piattaforma e l'altro polo col suolo, e facendo il vuoto nella campana per mezzo d'una macchina pneumatica, si vede che la scarica ha un comportamento diverso alle diverse rarefazioni.

1. A pressioni più elevate di mm. 78 di mercurio passa la sola scarica di apertura del rocchetto; essa ha luogo tra un punto dell'orlo del disco e la piattaforma sottostante ed ha l'aspetto d'un piccolo fiocco rossiccio separato dalla debole luminosità negativa color lavanda dallo spazio oscuro del Faraday.

Eccitando l'elettromagnete in modo che il polo superiore sia N la scarica comincia a girare, e guardando dall'alto, la rotazione appare positiva se la scarica è diretta verso il basso, negativa se è diretta in senso contrario. Rotazioni rispettivamente opposte si verificano nel caso che il polo superiore

1) Dal *Bollettino dell'Accademia Gioenia* in Catania, Fasc. VII, serie 2.a, 1909.

sia S. In tutti i casi il fiocco di luce positiva si slarga a ventaglio nel senso della rotazione.

2. Alla pressione di mm. 78 comincia a passare anche la scarica di chiusura e si osservano due piccoli fiocchi di luminosità positiva, separati da uno spazio oscuro, dei quali il più sviluppato è quello corrispondente alla scarica di apertura.

Il campo magnetico imprime alle due scariche una rotazione dello stesso verso, che è quello che si riferisce alla scarica di apertura; le due luminosità sono però slargate a ventaglio in senso opposto.

La velocità di rotazione si va rallentando sino alla pressione di 60 mm. circa.

3. Tra le pressioni di mm. 60 e mm. 55, quantunque la luminosità più sviluppata sia ancora quella corrispondente alla scarica di apertura, nel campo magnetico non c'è rotazione, rimanendo sempre le due luminosità slargate nel senso della rotazione che subirebbero se fossero libere.

4. Tra le pressioni di mm. 55 e mm. 11 la luminosità maggiore è sempre quella dovuta alla scarica d'apertura; ma eccitando l'elettromagnete le due scariche girano insieme; il senso della rotazione è però opposto a quello corrispondente del secondo caso, cioè quello che si riferisce alla libera rotazione della scarica delle correnti di chiusura. Le due luminosità sono sempre aperte a ventaglio come nel terzo caso.

5. A pressioni inferiori a 11 mm. le due luminosità positive non girano più intorno al polo; esse inoltre cominciano a ritirarsi e a lasciar posto alla luce negativa che in breve invade l'intera campana.

II.

Secondo queste esperienze le due luminosità girano sempre insieme come se costituissero un tutto unico; però in un primo stadio, a rarefazioni poco spinte, il senso della rotazione è dato dalle correnti di apertura, fenomeno esaurientemente studiato dallo scopritore De La Rive [1]) e recentemente da Mallik [2]); in un secondo stadio, a rarefazioni più spinte,

1) *Ann. de Chem. et de Phys.* IV Série, T. XXIX, p. 207; 1873.
2) *Phil. Mag.* Vol. 16, p. 531; 1908.

il senso di rotazione s' inverte e diventa quello delle correnti di chiusura. In un breve intervallo, corrispondente a rarefazioni comprese tra i due stadii, le tendenze di rotazioni opposte delle due scariche sembrano elidersi.

Il fenomeno si verifica con maggiore regolarità quando le interruzioni al rocchetto hanno la frequenza di circa 50 al secondo e quando sulla parte centrale della piattaforma di zinco si colloca una lastrina di vetro di forma quadrata, la quale ha per iscopo di far succedere le scariche costantemente tra l' orlo dell' elettrodo isolato e i punti sottostanti della piattaforma.

La natura del metallo costituente l' elettrodo isolato (ho usato elettrodi, oltre che di rame, di ferro, di nickel, di bismuto e di zinco) non sembra avere influenza sulle opposte rotazioni delle scariche, rotazioni che si sono altresì verificate in un tubo di forma cilindrica con elettrodi perfettamente identici.

Dall' Istituto Fisico della R. Università di Catania, Marzo 1909.

INFLUENZA DELLE SCARICHE OSCILLATORIE E DEL MAGNETISMO SULL'ISTERESI ELASTICA DEL FERRO PER TRAZIONE.

Prof. G. P. GRIMALDI *e Dott.* G. ACCOLLA.

I.

Malgrado i numerosi lavori pubblicati fin da quando Joule nel 1842 scoperse che il ferro cambia di dimensioni per effetto della magnetizzazione, vi sono ancora insolute numerose quistioni riguardanti le proprietà magneto-elastiche dei corpi in stretta relazione con la magnetostrizione.

Come osserva Nagaoka [1]) la teoria che realmente soddisfa ai vari aspetti del fenomeno è ancora nella sua infanzia e nessuno ha osato rompere la barriera dei fenomeni che presentano isteresi.

Lo studio di questi fenomeni è ben lungi dall'essere completo: se difatti vi sono delle ricerche sull'influenza delle deformazioni elastiche sull'isteresi magnetica, non è a nostra conoscenza che siano state studiate le variazioni che l'isteresi elastica di un filo di ferro subisce in un campo magnetico o per effetto delle onde elettriche.

Di tale studio ci occupiamo in questo lavoro [2]).

Fra le ricerche che riguardano l'influenza delle deformazioni elastiche sull'isteresi magnetica ricorderemo quello di Sella e Tieri perchè presentano una certa analogia con alcune delle esperienze qui esposte.

Il Sella [3]) studiò l'influenza delle onde elettriche sull'isteresi magnetica di un filo di ferro generata da una defor-

1) Trans. int. cong. St. Louis, 1904, vol. I, pag. 356.

2) Le ricerche che formano oggetto della presente memoria furono eseguite negli anni 1903-1904 ed i risultati preliminari pubblicati in due note comunicate all'*Accademia Gioenia* di Catania nel febbraio 1904 (Cfr. anche *Nuovo Cimento*, t. VII, pag. 202; 1904). Il lavoro completo però non è stato condotto a termine e pubblicato prima di ora perchè uno di noi è stato occupato nell'ufficio di Rettore di questa Università.

3) *Rend. Acc. Lincei*, vol. XII (1903 1° semestre) pag. 340.

mazione elastica, invece che da un cambiamento di campo esterno come nel *detector* Marconi. Egli così costruì un detector magneto-elastico che poi il Tieri ha perfezionato e reso sensibile [1]).

Le esperienze del Sella c' indussero ad esaminare se le onde elettriche avessero alcuna influenza sull' isteresi elastica di un corpo e da tale esame ebbe origine il presente lavoro, il quale fu poi esteso ad altre ricerche come riferiremo in seguito.

Abbiamo voluto cominciare con lo studio dell' elasticità di trazione, perchè in tale caso ci riusciva più agevole il ricercare il fenomeno in parola, che si prevedeva essere assai piccolo. È intensione però di uno di noi di continuarlo per l' elasticità di flessione.

Per raggiungere il nostro scopo abbiamo dovuto costruire un apparecchio tale da permettere di misurare con sicurezza piccolissimi allungamenti: di esso diamo qui appresso una descrizione particolareggiata.

II.

Le disposizioni escogitate dai diversi sperimentatori per determinare con grande esattezza e sensibilità piccole variazioni di lunghezza sono principalmente fondate sul metodo delle frangie d' interferenza di Fizeau, o su quello dello specchio girevole o a tre punte, (leva a riflessione di Cornu).

Il primo metodo, al quale ricorse Nagaoka nei suoi numerosi e importanti lavori sulla magnetostrizione, come questo sperimentatore stesso fa osservare [2]), non si presta bene per misure rapide, quantunque le frangie d' interferenza possano talvolta servire da micrometro estremamente sensibile.

In sua vece egli ha adottato il metodo dello specchio a tre punte con una disposizione ottica semplice e ingegnosa che permette di renderlo sensibilissimo con relativa facilità.

L' apparecchio di Nagaoka fu impiegato alla misura delle variazioni di lunghezza di sbarre od ovoidi orizzontali; in se-

1) *Rend. Acc. Lincei*, vol. XV, 1906 1° sem. pag. 164 e 2° sem., pag. 94.
2) *Phil. Mag.* Ser. V, vol. 37, pag. 131 (1894).

guito però Honda e Shimizu [1]), per non parlare di altri, adoperarono un apparecchio il quale era fondato sullo stesso principio e che serviva per misurare variazioni di lunghezza su fili situati in direzione verticale.

L'apparecchio [2]) impiegato nelle nostre ricerche è anche fondato sullo stesso principio, ma ne differisce molto nella disposizione sperimentale; esso è rappresentato in grandezza due volte e mezzo più piccola del vero nella fig. 1. È collocato in una stanza posta a tramontana e sostenuto, per mezzo di una sospensione a ginocchio, dalla robusta mensola M solidamente fissata a un muro maestro interno.

Si compone di una parte fissa e di una parte mobile. La parte fissa è costruita dal telaio ABB'A' nel quale le aste cilindriche AB e A'B', lunghe m. 1,50 ciascuna, sono di rame e le spranghette rettangolari AA' e BB' di ottone come il resto dell'apparecchio.

Alla spranga BB' sono avvitate le due colonne D, D' le quali sostengono la piattaforma orizzontale EE', e su questa si innalzano le tre colonnine uguali G, G', G'', che a sfregamento dolce passano attraverso tre ghiere fortemente avvitate alla piattaforma LL'. Di queste ghiere due H ed H' sono visibili nel disegno, la terza rimane nascosta da altri pezzi.

La piattaforma LL' si appoggia contro i dadi V, V' spinta dalle due spirali d'ottone I, I' che circondano due pilastrini fissati alla piattaforma EE'. Per mezzo di questi due dadi la piattaforma LL' può essere innalzata od abbassata con grande regolarità.

La parte mobile dell'apparecchio è sospesa per mezzo del filo da cimentare e si compone del telaio NOO'N'; alla parte inferiore di esso è fissata a vite la colonnina Q che sostiene la piccola piattaforma P.

Per smorzare le eventuali oscillazioni del sistema i due cilindretti di ottone R, R' si fanno pescare in due tubi di vetro contenenti glicerina e debitamente fissati a muro.

1) *Phil. Mag.* Ser. VI, vol. 4, pag. 341 (1902).

2) Questo apparecchio fu assai bene costruito dal meccanico A. Rubino di questo Istituto.

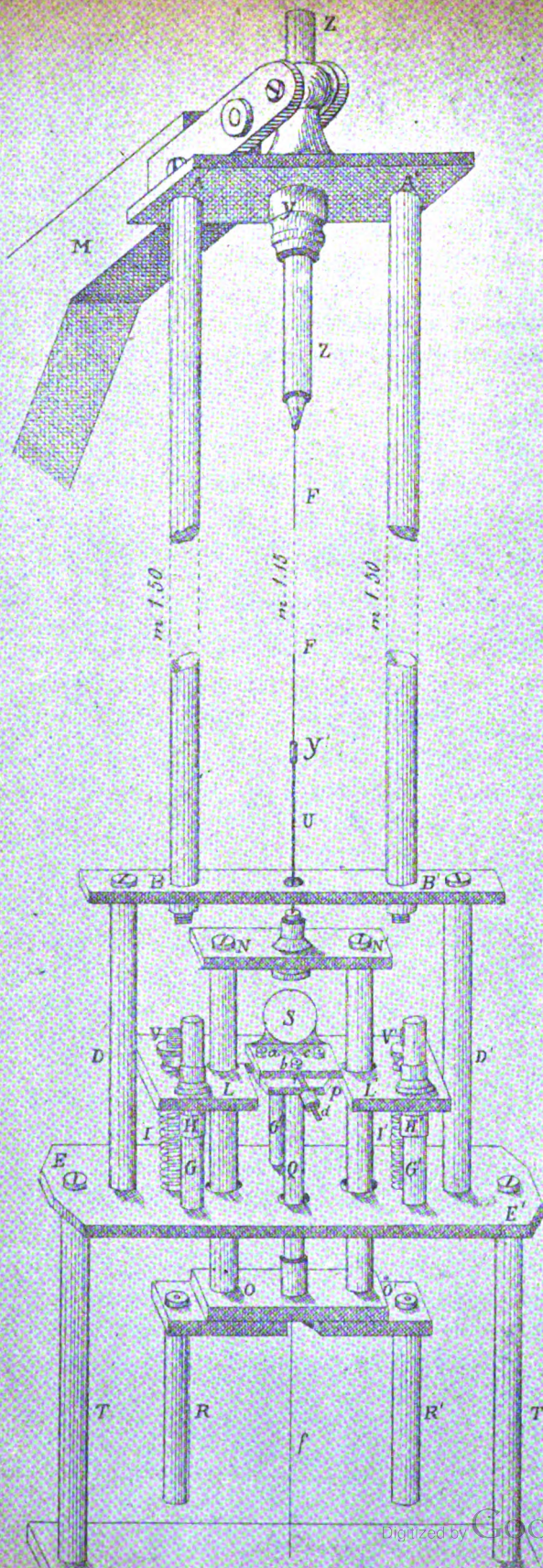



Fig. 1.

Lo specchietto piano S è montato verticalmente sopra una laštrina rettangolare di ottone, che porta tre punte acuminate di acciaio accuratamente costruite, delle quali due sono fissate per mezzo delle vitine *a* e *c*; la terza, appena visibile nella figura, si può avvicinare o allontanare dalla retta che congiunge le altre due a seconda della maggiore o minore sensibilità che si vuole dare all' apparecchio: questa punta si fissa mediante la vitina *b*.

Il piccolo dado a vite *d* serve a regolare il centro di gravità del pezzo in modo che esso rimanga in equilibrio sulle tre punte.

La punta *b* appoggia sopra una lastrina di vetro fissata sulla piattaforma P; le punte *a* e *c* appoggiano sopra il taglio di una scanalatura accuratamente incavata sulla piattaforma LL' parallelamente ed a piccola distanza dal bordo anteriore.

L' estremità superiore del filo FF di cui si tratta di misurare le variazioni di lunghezza viene saldata in argento in un foro centrato praticato all'estremo inferiore di ottone dell' asta cilindrica Z di zinco fissata per mezzo di una robusta vite di pressione alla ghiera Y; l' estremità inferiore è congiunta mercè il tubicino di rame Y' pure con saldatura in argento ad un grosso filo d' ottone U. L' estremità inferiore di U è poi opportunamente fissata al pezzo NN'.

Al sistema mobile dell' apparecchio è sospeso per mezzo d' un filo flessibile *f* un piattello metallico munito di smorzatori a glicerina, su cui si possono collocare dei pesi in modo da assoggettare il filo F su cui si esperimenta a carichi iniziali variabili a volontà.

Il filo *f* prolungandosi inferiormente passa attraverso un foro centrale del piattello e porta due pesi di piombo P_1, P_2 separati l' uno dall' altro da due centimetri circa del medesimo filo, esattamente centrati e pescanti in un bicchiere pieno di glicerina, il quale scorrevole in apposita ghiera, può essere abbassato od innalzato senza spostamenti laterali.

Per ridurre al minimo l' adesione di P_2 sul fondo del bicchiere e di P_1 sulla faccia superiore di P_2, questi pesi riposano su tre punte fissate alla parte inferiore di ognuno di

essi. Con tale espediente si raggiunge il risultato di fare agire i pesi gradatamente, evitando così le scosse derivanti dalle brusche variazioni di carico.

Avevamo immaginato dei congegni per sollevare delicatamente i pesi del bicchiere; ma l' esperienza ci dimostrò che si possono evitare le scosse sollevando od abbassando delicatamente a mano il bicchiere dentro la ghiera, senza ricorrere a disposizioni complicate.

Perchè l' apparecchio dia risultati perfettamente regolari è necessario che il punto di sospensione del filo da cimentare e il centro del foro della lastra BB' stiano sopra la stessa verticale e che il bordo posteriore della piattaforma mobile P non tocchi la piattaforma fissa LL' pur essendone assai poco discosto.

Tale condizione si otteneva senza eccessiva difficoltà regolando con cura le parti mobili dell' apparecchio, dopo aver tolto al filo la torsione.

Un po' obliquamente davanti allo specchietto è collocato un collimatore da spettroscopio con la fenditura orizzontale nel cui centro è attaccato un filo sottilissimo di quarzo.

Esso è illuminato dalla fiamma di una candela mantenuta in posizione costante.

Il fascio dei raggi paralleli che escono dalla lente del collimatore riflesso dallo specchietto viene raccolto da un cannocchiale munito di oculare micrometrico.

Si ottiene così un' immagine estremamente netta del filo di quarzo e nella parte centrale spicca una riga brillante e sottilissima che permette, quando l' apparecchio è ben regolato, di fare la puntata con un errore che difficilmente eccede una divisione del tamburo del micrometro.

III.

L' apparecchio qui descritto era stato dapprima costruito per studiare le variazioni di lunghezza dei fili di nickel per magnetizzazione longitudinale e per tale scopo si fecero di rame le aste del telaio, di zinco l'asta cilindrica Z e il filo U di ottone, in modo da costituire un sistema approssimativamente compensato per la temperatura.

In seguito l' apparecchio fu adibito alla misura delle variazioni di lungezza di fili di ferro soggetti a trazione. La compensazione in questo caso non era più esatta, nè si cercò di ottenerla, giacchè si potè constatare che le variazioni lente di temperatura, quali quelle che si verificano normalmente in una stanza esposta a tramontana, non impedivano di ottenere risultati attendibili.

In prova di ciò riportiamo a titolo d' esempio nella seguente tabella le variazioni di lunghezza subite da un filo di ferro ricotto (N. 1) misurate di 5 in 5 minuti al variare della temperatura ambiente, la quale, da 15°,0 alle 14^h, scese a 14°,3 alle 17^h 5^m.

Ora	Accorciamento in μ	Ora	Accorciamento in μ	Ora	Accorciamento in μ
14^h 5^m	0	15^h 5^m	0,55	16^h 5^m	1,49
» 10	0,12	» 10	0,58	» 10	1,56
» 15	0,23	» 15	0,65	» 15	1,56
» 20	0,25	» 20	0,77	» 20	1,69
» 25	0,32	» 25	0,81	» 25	1,81
» 30	0,37	» 30	0,95	» 30	1,90
» 35	0,30	» 35	1,04	» 35	1,97
» 40	0,39	» 40	1,07	» 40	2,07
» 45	0,42	» 45	1,09	» 45	2,09
» 50	0,46	» 50	1,16	» 50	2,14
» 55	0,49	» 55	1,25	» 55	2,20
15	0,53	16	1,30	17	2,29
				» 5	2,43

Si desume dall' esame delle cifre riportate che la maggiore variazione di lunghezza verificatasi in 5^m era di μ 0,19, mentre essa ordinariamente si aggirava intorno alla media di μ 0,07. Quando le variazioni di lunghezza erano maggiori del valore medio sopra riportato o quando le vibrazioni del

muro di sostegno dell'apparecchio, dovute al passaggio di carri nelle vie adiacenti all'edifizio universitario o al muoversi d'una persona in luoghi prossimi a quello dove si esperimentava, impedivano di ottenere nelle misure risultati regolari, le osservazioni si rigettavano.

Il riscaldamento prodotto da irradiazione sul filo avrebbe avuto influenza sensibile; però questa causa perturbatrice venne eliminata mediante diaframmi di cartone d'amianto opportunamente disposti.

In tutte le esperienze l'obbiettivo del cannocchiale di circa 40 cm. di distanza focale era a 2 m. dallo specchietto, e in tale condizione quando la distanza tra la punta *b* e la congiungente le due punte *a* e *c* era di mm. 2,94 una divisione del tamburo del micrometro oculare corrispondeva ad una variazione di lunghezza del filo di circa μ 0,02.

Riducendo la distanza tra le punte si sarebbe ottenuta agevolmente una sensibilità quadrupla e di gran lunga più grande ricorrendo a un cannocchiale di più forte ingrandimento; ma nel nostro caso non era necessario spingere la sensibilità al massimo perchè le cause d'errore delle quali parleremo più oltre avrebbero reso poco attendibili i risultati ottenuti.

In certi casi anzi abbiamo diminuito la sensibilità dell'apparecchio aumentando la distanza suindicata.

Il cannocchiale ad oculare micrometrico di cui s'è parlato era montato orizzontalmente sulla colonna d'un catetometro. Sopra e sotto di esso furono fissati due cannocchiali ausiliari più piccoli (distanza focale dell'obbiettivo di ciascuno 16 cm.) girevoli tanto attorno ad un asse verticale quanto ad uno orizzontale, i quali, in mancanza di oculari micrometrici, furono muniti di reticoli tracciati su vetro.

IV.

Per ridurre in misura assoluta gli spostamenti dell'immagine del filo di quarzo osservati nei cannocchiali bisognava procedere alla taratura degli apparecchi.

Essa si otteneva in modo diverso a seconda che per le deformazioni cui si ossoggettava il filo con pesi tensori diffe-

renti era applicabile approssimativamente o pur no la legge di Hooke.

Nel primo caso, cioè nei limiti della validità di questa legge, si misurava da un lato lo spostamento che l'immagine del filino di quarzo subiva rispettivamente in ognuno dei tre cannocchiali e dall' altro con un catetometro di Starke munito di oculare micrometrico si misurava l'allungamento in valore assoluto del filo con un carico più forte, cioè con quello necessario per condurre l' immagine del filo di quarzo dal cannocchiale più alto al più basso.

Il catetometro di Starke era situato a circa 1 metro di distanza dalla colonnina che sostiene la piattaforma P dell'apparecchio. Su questa colonnina era attacata una strisciolina di carta bianca il cui bordo si poteva nettamente collimare.

Quando il carico iniziale del filo in esame (N. 1) era di 1800 gr. l' immagine del filino di quarzo si formava nel 1° cannocchiale (il più alto): l' allungamento subito dal filo per l' aumento di 5 gr. del carico era in media di divisioni 2,9 del reticolo.

Col carico 2021 grammi necessario per condurre l'immagine del filino di quarzo nel secondo cannocchiale l' allungamento per 5 gr. di sovraccarico corrispondeva in media a 174 divisioni del tamburo.

Col carico di 2212 gr. che conduceva l' immagine nel 3° cannocchiale l' allungamento per 5 gr. era in media di divisioni 2,9, valore uguale a quello trovato col 1° cannocchiale, a ciò che ci fa ritenere applicabile in questo caso la legge di Hooke con approssimazione sufficiente.

L' allungamento del filo in valore assoluto misurato col micrometro oculare del catetometro di Starke (a sua volta tarato a mezzo di un metro campione) per la variazione di carico da 1800 a 2212 grammi era di μ 287,80.

Da questa cifra si deduce che un decimo di divisione dei reticoli del primo e terzo cannocchiale corrispondeva a μ 0,12 e che una divisione del tamburo del micrometro del cannocchiale centrale a μ 0,0206.

Questi valori sono stati dedotti da una serie di misure concordantissime.

Nel caso delle misure eseguite col filo N. 2 l'apparecchio dovette essere tarato a nuovo perchè fu necessario diminuire la sensibilità aumentando la distanza tra le punte.

In questo caso la legge di Hooke dati i forti carichi ai quali veniva sottoposto il filo non era più applicabile neanche approssimativamente e d'altra parte non si potevano misurare con esattezza sufficiente, al micrometro oculare del catetometro, gli allungamenti prodotti da carichi piccoli, come quelli occorrenti per far rimanere l'immagine del filo di quarzo nel campo dei cannocchiali. Si ricorse perciò alla misura diretta dell' angolo di rotazione dello specchietto, eseguita col noto metodo dello specchio e scala.

L' allungamento lineare α corrispondente ad un dato angolo di rotazione θ si deduceva dalla formola:

$$\alpha = \delta \operatorname{sen} \theta$$

dove δ è la distanza fra la punta b e la congiungente delle punte a e c. Tale distanza veniva misurata con il microscopio di una macchina a dividere che permette le misure con l' approssimazione di 1/500 di mm. e risultò di cm. 0,446.

La scala verticale, era collocata a cm. 172,3 dallo specchietto.

Riportiamo qui appresso i risultati delle misure di taratura eseguite; come le precedenti esse sono medie di valori assai concordanti.

1° Cannocchiale. — Carico iniziale 1800 gr., sovraccarico 20 gr., spostamento dell' immagine del filino di quarzo divisioni 6,0; angolo di rotazione dello specchietto 0° 9' 14", allungamento cm. 0,00120.

2° Cannocchiale. — Carico iniziale 2592 gr., sovraccarico 20 gr., spostamento dell' immagine del filino di quarzo 381 divisioni del tamburo; angolo di rotazione dello specchietto 0° 8' 46", allungamento cm. 0,00114.

3° Cannocchiale. — Carico iniziale 3521 gr., sovraccarico 20 gr., spostamento della immagine del filino di quarzo divisioni 0,6; angolo di rotazione 0° 0' 55", allungamento centimetri 0,00012.

Da questi valori si deduce che un decimo di divisione del reticolo corrisponde nel 1° e 3° cannocchiale a μ 0,20, mentre per il secondo cannocchiale una divisione del tamburo corrisponde a μ 0,030.

Abbiamo anche misurato al catetometro Starke gli allungamenti per i carichi necessari a condurre l'immagine da un cannocchiale all'altro e contemporaneamente gli angoli di rotazione dello specchietto.

Abbiamo così ottenuto i seguenti risultati:

Carichi gr.	Variazioni di carico gr.	Angoli di rotazione	Allungamenti in centimetri	
			calcolati	osservati
1800	—	—	—	—
2592	792	6° 7' 37"	0,0476	0,050
3521	929	7° 2' 2"	0,0546	0,053

Come si vede il confronto degli allungamenti calcolati dalle rotazioni dello specchietto con quelli osservati al catetometro presenta una concordanza soddisfacente.

V.

Nell'eseguire le misure che formano oggetto di questo studio ottenemmo i migliori risultati procedendo nel modo seguente.

Collocato il filo nel modo sopra riferito si regolavano le viti V e V' in maniera da far cadere l'immagine del filo di quarzo sul cannocchiale centrale quando il peso P_1 tendeva il filo mentre il peso P_2 riposava sul fondo del bicchiere. Si abbassava poi questo fino a che il secondo peso agiva sul filo e si regolava il cannocchiale inferiore in modo da far cadere l'immagine sul reticolo. Si sollevavano infine successivamente i due pesi regolando analogamente la posizione del cannocchiale superiore.

Con questa disposizione si può far compiere al filo un ciclo unilaterale di trazione limitato soltanto a tre punti sia all' andata che al ritorno.

Ciò bastava nel nostro caso perchè nostro scopo non era uno studio completo del comportamento elastico del filo, ma ci interessava sopratutto di constatare se l' area di isteresi elastica subisse delle variazioni per effetto delle scariche oscillatorie come avviene per l' area d' isteresi magnetica.

Bastava quindi determinare la differenza degli allungamenti corrispondenti al peso medio per carichi crescenti e decrescenti.

Il nostro studio, oltre che su un filo di acciaio del quale parleremo brevemente in seguito, è stato eseguito sui due fili di ferro sopra menzionati provenienti da una matassa con la quale avevamo ottenuto buoni risultati nella costruzione di un detector magnetico, e che furono tirati alla filiera nel laboratorio.

La lunghezza e il diametro (uguale nei due fili distinti nelle esperienze col N. 1 e N. 2) erano rispettivamente cm. 115 e cm. 0,035. Il filo N. 1 venne sottoposto a cicli compiuti con pesi tensori P_1 e P_2 rispettivamente di 221 e 191 grammi (nella glicerina), pel filo N. 2 i detti pesi erano invece 792 e 929 grammi (nella glicerina); il carico iniziale identico per i due fili era di 1800 gr.

Entrambi i fili vennero ricotti, per una ventina di minuti circa, con la corrente elettrica procedendo gradatamente sia nel riscaldamento che nel raffreddamento. Dopo la ricottura ci accertammo che non avevano subito per l' ossidazione diminuzione sensibile di diametro.

Prima di eseguire le misure i fili venivano ripetutamente ciclizzati aumentando il carico iniziale di 200 in 200 grammi fino a raggiungere un carico complessivo superiore di circa 300 gr. al carico massimo usato durante le esperienze; con procedimento inverso si ritornava al carico iniziale.

Nelle esperienze con le scariche elettriche il filo sottoposto a trazione era circondato da una spirale di filo isolato, lunga cm. 130,8 e avente 4,52 spire per centimetro, avvolto su un tubo di vetro del diametro di cm. 2,1. Le estremità di

questa spirale B (fig. 2) erano unite alle armature a, a' di due piccoli condensatori piani formati con fogli di stagnola di 127 cm.[2] di area incollati sopra lastre di vetro verniciato con gommalacca di area pressochè doppia e di cm. 0,12 di spessore; le armature b, b' dei detti condensatori comunicavano con uno spinterometro S a sfere di cm. 2 di diametro e con gli estremi P, P' del secondario di un rocchetto d'induzione da 15 cm. di scintilla.

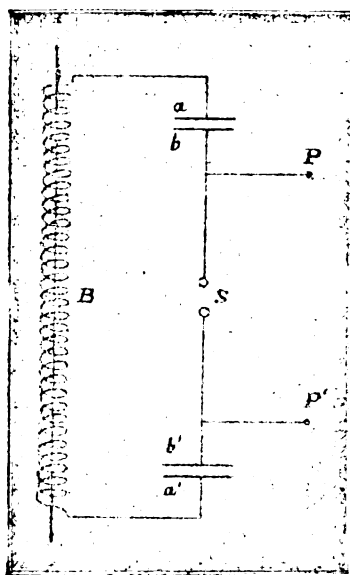



Fig. 2.

L'interruttore del rocchetto richiese attenzione speciale, poichè per ottenere risultati concordanti era necessario che l'oscillatore funzionasse con molta regolarità. I migliori risultati si ebbero con un interruttore a mercurio sotto alcool mosso da un motorino elettrico.

Le sfere dello spinterometro venivano frequentemente ripulite con carta smerigliata finissima.

Appena si faceva agire il rocchetto si osservava un allungamento del filo che è da attribuire al riscaldamento prodotto dall' isteresi magnetica e dalle correnti di Foucault.

Ove si volesse ritenere quest' ultimo effetto trascurabile nei fili sottili, come quello cimentato, l' apparecchio potrebbe servire alla misura dell' isteresi magnetica col metodo termico in modo analogo a quanto hanno praticato diversi sperimentatori tra i quali Guye e Herzfeld [1]).

Nel nostro caso si trattava invece di eliminare una grave causa d' errore.

Una lunga serie di osservazioni ci dimostrò che adoperando fili sottili l' equilibrio termico si raggiungeva abbastanza rapidamente e la lunghezza del filo rimaneva sensibilmente costante, a condizione che l' interruttore del rocchetto funzionasse con perfetta regolarità.

Dopo molti tentativi riuscimmo a mantenere pressochè invariato l' effetto termico per il tempo necessario a compiere parecchi cicli; del resto era facile controllare le variazioni termiche tra un ciclo ed un altro, rigettando quelle osservazioni nelle quali si notano differenze sensibili.

Naturalmente prima di fare una serie di misure si regolava la distanza esplosiva dello spinterometro e la corrente del primario del rocchetto in modo che l' allungamento termico fosse di pochi μ [2]).

A dimostrare la costanza dell' effetto termico riporteremo qui appresso alcune misure eseguite col filo N. 1. In esse dopo aver lasciato il filo in riposo per un tempo sufficientemente lungo col carico costante di 2021 gr. si misuravano alternativamente le variazioni di detta lunghezza in μ a peso costante con o senza scariche dell' oscillatore.

1) C. R. T. CXXXVI, pag. 957 (1903).

2) La costanza dell' effetto termico è stata anche dimostrata da Guye e Herzfeld nelle citate ricerche. In esse i fili adoperati (dei quali il N. 1 aveva un diametro di cm. 0,037) erano sottomessi all' azione di un alternatore che dava da 100 a 1200 periodi al secondo e permetteva di ottenere un campo che variava da 56,6 a 9,4 unità C. G. S. Gli autori constatarono difatti che sotto l' azione delle magnetizzazioni alternative i fili si riscaldavano e assumevano quasi istantaneamente una nuova temperatura stazionaria.

I SERIE

(I numeri tra parentesi indicano l'ordine delle misure)

senza scariche	(1) 0,0	(3) 0,0	(5) 0,6	(6) 0,06	(8) 0,06
con scariche	(2) 4,28	(4) 4,36	(4) 4,06	(7) 4,36	(7) 4,36

allungamento medio μ 4,31.

II SERIE

senza scariche	(1) 0,0	(3) 0,16	(5) 0,32
con scariche	(2) 4,29	(4) 4.58	(4) 4,58

allungamento medio μ 4,32.

Come si vede facilmente queste due serie, ottenute quando l'apparecchio aveva conseguito i perferzionamenti necessari, non lasciano a desiderare per la loro costanza, specialmente se si considera che esse richiedevano un certo tempo durante il quale la temperatura ambiente subiva le lente variazioni delle quali abbiamo già parlato.

A titolo di confronto riportiamo un' altra serie eseguita con altro scopo su un filo di acciaio, cm. 0,052 di diametro, nel primo periodo delle ricerche e che serve a dimostrare come anche in circostanze sfavorevoli l'effetto termico si manteneva pressochè costante.

Nelle misure che seguono l'interruttore apriva la corrente sul mercurio, ma era a semplice martelletto ed abbastanza imperfettamente costruito; la disposizione per ottenere le scariche oscillatorie alquanto diversa sicchè l'effetto termico risultava più piccolo: le misure stesse non furono eseguite a carico costante dopo un lungo riposo, come le precedenti, ma a carichi crescenti, cosicchè si faceva sentire l'influenza della elasticità susseguente.

	I. Carico gr. 575		II. Carico gr. 1075		III. Carico gr. 1075	
allungam. in μ senza scariche	(1) 0	(3) 0	(1) 0	(3) 0,18	(1) 0	(3) 0,09
» » con scariche	(2) 1,35	(2) 1,35	(2) 1,71	(2) 1,71	(2) 1,17	(2) 1,17

	IV. Carico gr. 1575		V. Carico gr. 1575	
allungam. in μ senza scariche	(1) 0	(3) 0,18	(1) 0	(3) 0,27
» » con scariche	(2) 1,53	(2) 1,53	(2) 1,62	(2) 1,62

	VI. Carico gr. 2575		VII. Carico gr. 2575	
allungam. in μ senza scariche	(1) 0	(3) 0,81	(1) 0	(3) 0,54
» » con scariche	(2) 1,62	(2) 1,62	(2) 1,53	(2) 1,53.

Volendo eliminare almeno parzialmente l' effetto dell' elasticità susseguente si può prendere come misura dell' effetto termico la differenza tra l' allungamento con le scariche e la media dei valori precedenti e seguenti, che del resto si ottenevano in un tempo abbastanza breve (le tre misure erano fatte all' incirca in 40^s complessivamente).

Si ottengono così i seguenti risultati:

	allungamenti termici
I	μ 1,35
II	» 1,62
III	» 1,13
IV	» 1,44
V	» 1,48
VI	» 1,22
VII	» 1,26

media μ 1,36, differenza ± μ 0,24.

VI.

Riporteremo ora i risultati delle nostre ricerche: per maggiore chiarezza però li riferiremo in ordine diverso da quello col quale furono fatte e comincieremo dal riferire particolareggiatamente due serie di misure eseguite con il filo N. 2 procedendo come sopra si è detto, dopo averlo ciclizzato.

Nella prima colonna delle seguenti tabelle sono riportate le variazioni del carico, espresse in grammi, mediante il quale il filo veniva sottoposto a trazione ciclica; il valore zero si riferisce al carico iniziale di 1800 gr. preso come

punto di partenza dei cicli. Le due colonne che seguono indicano per ogni ciclo le variazioni di lunghezza in micron per carichi crescenti o decrescenti a seconda della direzione della freccia. Nella colonna successiva è indicata in μ la differenza tra le due lunghezze del filo sotto lo stesso carico medio nella serie crescente e decrescente.

Abbiamo preso questa differenza per ogni serie come misura dell' isteresi.

Le tabelle I, II, III si riferiscono a tre serie di cicli eseguiti successivamente nello stesso giorno, delle quali la prima e la terza serie furono ottenute senza scariche e la seconda sotto l' azione di esse.

TABELLA I.

Cicli senza scariche.

Variazione del carico	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.
0	0	0		0	—1		—1	—0,2		—0,2	—0,2		—0,2	—0,2	
792	476 ↓	478 ↑	2,0	476,1 ↓	477,7 ↑	1,6	475,7 ↓	477,4 ↑	1,7	475,7 ↓	477,6 ↑	1,9	475,8 ↓	478 ↑	2,2
1721	1022	1022		1022,2	1022,2		1022	1022		1021,8	1021,8		1020,4	1020,4	

Variazione del carico	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.
0	— 0,2	— 0,2		— 0,2	— 0,2		— 0,2	— 0,2	
792	476,1 ↓	478 ↑	1,9	476 ↓	478 ↑	2,1	476,3 ↓	478 ↑	1,7
1721	1021,8	1021,8		1022,6	1022,6		1022	1022	

Isteresi media μ 1,9.

TABELLA II.

Cicli con scariche.

Variazione del carico	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.
0	0→6	0		5,8	5,8		5,8	6,4		6,4	5,8		5,8	6,2	
792	482 ↓	483,2↑	1,2	481,7↓	483,1↑	1,4	482 ↓	483,3↑	1,3	481,9↓	483,4↑	1,5	482,1↓	483,8↑	1,7
1721	1028	1028		1027,8	1027,8		1027,2	1027,2		1027,8	1027,8		1028	1028	

Variaz. del carico	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.	Variazione di lunghezza		Ist.
0	6,2	6		6	6,6		6,6	6,6		6,6	7		7	7,6→1,6	
792	481,8↓	483,6↑	1,8	482,3↓	483,2↑	0,9	482,1↓	483,8↑	1,7	482,6↓	483,9↑	1,3	482,4↓	483,8↓	1,4
1721	1027,6	1027,6		1028,6	1028,6		1028,6	1028,0		1027,6	1027,6		1028,4	1028,4	

Isteresi media μ 1,4.

In questa serie la differenza fra i due valori sotto il carico iniziale nella prima colonna del primo ciclo e nella seconda colonna dell' ultimo ciclo, dà la misura dell'effetto termico dovuto alle scariche; esso ha un valore costante al principio ed alla fine della serie.

TABELLA III.

Cicli senza scariche.

Variaz. del carico	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.
0	0	0		0	0		0	0		0	0	
792	476 ↓	478 ↑	2,0	476 ↓	478 ↑	2,0	476,1 ↓	477,9 ↑	1,8	476 ↓	477,9 ↑	1,9
1721	1022	1022		1021,8	1021,8		1021,6	1021,6		1021,8	1021,8	

Variazione del carico	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.
0	0	— 0,2		— 0,2	0	
792	476 ↓	477,8 ↑	1,8	475,9 ↓	477,8 ↑	1,9
1721	1022	1022		1021,4	1021,4	

Isteresi media μ 1,9.

Nell'osservare le precedenti tabelle si rileva che non tutti i cicli si chiudono perfettamente. Ciò si deve attribuire all'elasticità susseguente che, per quanto si operasse rapidamente e con il filo previamente ciclizzato, non si eliminava del tutto nei limiti di precisione richiesti da ricerche così delicate. Influiva anche qualche piccola variazione della temperatura ambiente. Queste esigue per quanto inevitabili cause d'errore si eliminavano col moltiplicare il numero dei cicli, la media dei quali dava, come si vede, risultati soddisfacenti.

Nelle tre tabelle che seguono riportiamo anche per distesso un'altra serie di misure eseguite con lo stesso filo a distanza di aluni giorni dalle precedenti.

TABELLA IV.

Cicli senza scariche.

Variazione del carico	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.
0	0	0		0	0	
792	476 ↓	478,2 ↑	2,2	476,1 ↓	478,2 ↑	2,1
1721	1022	1022		1021,8	1021,8	

Isteresi media μ 2,2.

TABELLA V.

Cicli con scariche.

Variazione del carico	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.
0	0→7,5	9,5		9,5	9,9		9,9	10,1		9,9	9,7	
792	483,5 ↓	485 ↑	1,5	484,3 ↓	485,5 ↑	1,2	483,7 ↓	485,3 ↑	1,6	483,7 ↓	485 ↑	1,3
1721	1029,5	1029,5		1030,3	1030,3		1029,7	1029,7		1029,8	1029,7	

Isteresi media μ 1,4.

TABELLA VI.

Cicli senza scariche.

Variazione del carico	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.	Variaz. di lunghezza		Ist.
0	0	0,4		0,4	0,8		0,8	0,8	
792	476 ↓	478,3 ↑	2,3	476,2 ↓	478,4 ↑	2,2	476,3 ↓	478,5 ↑	2,2
1721	1022	1022		1021,8	1021,8		1022	1022	

Isteresi media μ 2,2.

Le esperienze che ora riporteremo qui appresso furono eseguite sul filo N. 1 e coi pesi tensori più piccoli precedentemente indicati, con una disposizione elettrica alquanto diversa (fig. 3) nella quale invece di due condensatori se ne impiegava uno solo. L'effetto termico al principio della serie dei 7 cicli con le scariche era di μ 4,2 e alla fine μ 4,5.

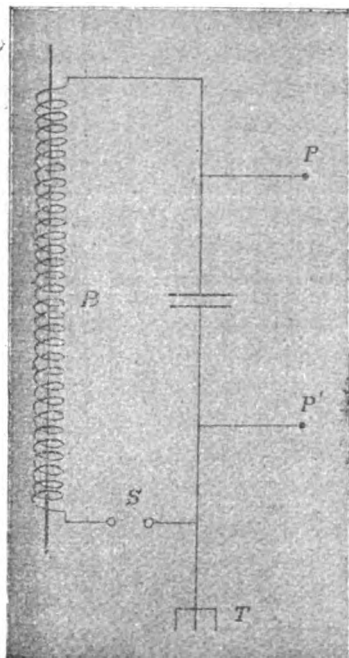



Fig. 3.

Per brevità invece delle serie complete, ci limitiamo a riportare i valori dell'isteresi, misurata nel modo anzidetto, nei cicli con o senza scariche.

TABELLA VII.

Isteresi.

	nei cicli senza scariche	nei cicli con scariche
	μ 1,10	μ 0,76
	0,98	0,64
	1,04	0,82
	1,04	0,84
		0,50
		0,40
		0,46
Isteresi media	μ 1,04	μ 0,66

Abbiamo anche tentato di eseguire delle ricerche coi fili di acciaio; però l'isteresi elastica nelle condizioni delle nostre esperienze aveva dei valori così piccoli da non poterne apprezzare con sicurezza le variazioni sotto l'azione delle scariche elettriche.

Tutte queste misure come le altre che per brevità non riportiamo dimostrano una forte diminuzione dell'isteresi elastica per effetto delle scariche oscillatorie. Misurando l'isteresi nel modo come noi abbiamo fatto la diminuzione secondo le precedenti tabelle va dal 26 al 36 per cento.

VII.

Oltre le esperienze con le scariche elettriche sopra riportate ne abbiamo eseguite contemporaneamente altre per esaminare se la magnetizzazione longitudinale del filo avesse influenza sull'isteresi elastica di esso.

A tale scopo il filo era collocato lungo l'asse di un grande solenoide di 22 cm. di diametro e 140,5 cm. di lunghezza ($4\pi n = 48,38$) sufficientemente lungo perchè il filo si trovasse in un campo magnetico costante.

La corrente magnetizzante non sorpassava ordinariamente i due ampères per evitare un riscaldamento eccessivo del filo.

Anche con due ampères il riscaldamento non era trascurabile; esso produceva nelle diverse serie un allungamento di quasi 10 μ. Però 40 minuti circa dopo chiusa la corrente ma-

gnetizzante si raggiungeva l'equilibrio termico e si potevano eseguire ricerche attendibili.

Poichè le variazioni di lunghezza per effetto della magnetizzazione (facilmente misurabili con il nostro apparecchio) avvenivano istantaneamente, in alcuni casi potevamo eseguire rapidamente qualche misura appena eccitato il campo prima che il filo subisse riscaldamento sensibile.

Riportiamo i risultati di alcune serie di esperienze eseguite in queste condizioni [1]) col filo n. 1 dopo che si era raggiunto l'equilibrio di temperatura.

TABELLA VIII.

Isteresi del filo

	nel campo terrestre	nel campo di 9,7 unità C. G. S.
	μ 1,20	μ 1,00
	1,34	0,82
	1,24	0,88
	1,34	1,04
	1,50	1,00
	1,24	0,97
	1,20	
Isteresi media	μ 1,29	μ 0,97

TABELLA IX.

Isteresi del filo

	nel campo terrestre	nel campo di 9,7 unità C. G. S.
	μ 0,88	μ 0,65
	0,91	0,68
	0,90	0,65
	0,88	
Isteresi media	μ 0,89	μ 0,66

1) Naturalmente in queste esperienze non si faceva agire il rocchetto che produceva le scariche nel solenoide interno.

TABELLA X.

Isteresi del filo

	nel campo terrestre	nel campo di 9,2 unità C. G. S.
	μ 0,77	μ 0,53
	0,77	0,51
	0,62	0,49
	0,70	
Isteresi media	μ 0,71	μ 0,51

TABELLA XI.

Isteresi del filo

	nel campo terrestre	nel campo di 14,5 unità C. G. S.
	μ 0,67	μ 0,47
	0,69	0,47
	0,74	0,42
		0,56
Isteresi media	μ 0,70	μ 0,48

Non è a nostra conoscenza che prima di noi siano state eseguite delle esperienze dirette sulla variazione dell' isteresi elastica del ferro in un campo magnetico: tale variazione risulta nettamente dimostrata dalle nostre ricerche che danno una diminuzione d'isteresi nel modo da noi misurata dal 24 al 30 per cento, per campi che non permettono la saturazione magnetica del filo.

Tale diminuzione è all' incirca eguale a quella trovata con le scariche elettriche.

Con lo stesso filo n. 1 abbiamo eseguito nel solito ciclo delle misure d' isteresi elastica nel campo terrestre mentre era incrudito dalla filiera prima che fosse ricotto: confrontandoli con quelle eseguite pure nel campo terrestre immediatamente dopo la ricottura si ha la seguente tabella.

TABELLA XII.

Isteresi del filo

	incrudito	ricotto
	μ 0,12	μ 0,81
	0,17	0,74
	0,21	0,77
Isteresi media	μ 0,17	μ 0,77

La ricottura del filo produceva quindi un aumento dell'isteresi (misurata come si è detto) dall'uno al quadruplo circa, mentre il campo magnetico da noi impiegato produceva una diminuzione dal 24 al 30 per cento.

Se nessuno ha eseguito ricerche dirette sulle variazioni d'area d'isteresi, diversi sperimentatori si sono però occupati delle variazioni del modulo di elasticità col magnetismo, e le ricerche dimostrano che tale variazione effettivamente esiste. Secondo Nagaoka [1]) il cambiamento apparente dell'elasticità per la magnetizzazione osservato con esperienze di trazione e di flessione è un effetto contemporaneo della variazione di lunghezza e del modulo di elasticità e come i due effetti devono essere separati è un problema da risolvere.

Le ricerche più importanti sull'argomento sembrano quelle di Honda e collaboratori.

In un lavoro [2]) pubblicato nel 1902 Honda, Shimizu e Kusakabe misurarono le variazioni del modulo di elasticità di flessione del ferro dolce e di altri metalli col metodo dello specchio girevole.

L'asta di ferro dolce cimentata aveva le dimensioni di $64^{cm} \times 0{,}903 \times 0{,}901$. In campi deboli si ebbe una piccola diminuzione di elasticità quando il carico flettente sorpassava 1,5 kg.

Poichè il ferro si contrae lateralmente nei campi deboli, tale contrazione potrebbe spiegare l'apparente diminuzione dell'elasticità.

Per forti campi l'elasticità aumenta col magnetismo raggiungendo un valore limite verso i campi di 50 unità C. G. S. L'aumento relativo $\frac{\delta E}{E}$ del modulo di elasticità diminuisce col crescere del carico flettente.

In un esteso lavoro successivo pubblicato nel 1907 [3]) Honda e Terada hanno fatto uno studio particolareggiato delle variazioni delle costanti elastiche delle sostanze ferromagnetiche con la magnetizzazione.

1) Trans. int. cong St. Louis, 1904, vol. I, p. 355.

2) *Phil. Mag.* vol. 4, pag. 459 (1902). Cfr. anche pag. 587 dove sono riportate le esperienze fatte con l'elasticità di torsione.

3) *Phil. Mag.* vol. 13, pag. 36 (1907).

Per quello che riguarda l'elasticità di trazione gli Autori hanno misurata la variazione del modulo di elasticità con la magnetizzazione sia direttamente, sia deducendolo dalla variazione di lunghezza con la magnetizzazione sotto diversi carichi mediante un'equazione che presuppone l'indipendenza nell'ordine di applicare rispettivamente il campo o il carico tensore, conforme a quanto si ammette nella teoria della magnetostrizione.

Il metodo sperimentale adottato è quello dello specchio girevole; però con una disposizione differenziale molto ingegnosa le variazioni di lunghezza per il carico venivano compensate e si misuravano i cambiamenti di tali variazioni nel campo magnetico. Naturalmente il modulo di elasticità nel campo zero non poteva essere misurato con questa disposizione e venne perciò determinato con altro apparecchio.

Per eliminare l'influenza dell'isteresi gli A. confrontarono i risultati ottenuti con carico crescente.

Il filo di ferro di Svezia ricotto del quale si servirono gli A. era del diametro di 0,0904 cm. cioè circa 3 volte più grosso del nostro: la tensione massima alla quale lo sottoposero gli sperimentatori fu di 5535 grammi per mm.^{2}, quindi notevolmente inferiore al carico iniziale dei nostri cicli che corrisponde a 18750 gr. per mm.^{2} Tale forte carico fu necessario nel nostro caso per ottenere un'area d'isteresi non trascurabile.

In completo accordo con precedenti sperimentatori gli Autori ottennero un allungamento nei campi deboli, che raggiunge un massimo in un dato campo ed in seguito si muta in contrazione. Il massimo allungamento diminuisce col crescere della tensione trasportando lo zero verso i campi deboli, cosicchè al di là di una certa tensione si ha sempre un accorciamento per magnetizzazione. Per es. in campi d'intensità vicina al nostro, cioè di 8 unità C. G. S. circa si ha un allungamento per un carico da 1627 a 4754 gr. per mm.^{2} ed una contrazione per il carico massimo sopra indicato di 5535 gr. per mm.^{2} Identico risultato si è avuto per i campi di 12 a 13 unità C. G. S.

Anche noi abbiamo misurato incidentalmente la variazione di lunghezza del filo N. 1 con la magnetizzazione ed

abbiamo trovato sempre un accorciamento come si rileva dalla seguente tabella.

$T = 18750\ gr. / mm^2.$

Intensità del campo	Accorciamento in micron	$\frac{\delta l}{l} \times 10^6$
9,7	0,18	— 0,16
20,3	0,82	— 0,71

I nostri risultati qualitativamente sono di accordo con quelli di Honda e Terada, quantitativamente non è possibile fare un confronto, perche come si è detto, le tensioni erano di gran lunga differenti nei due casi: ecco del resto alcuni dei valori ottenuti dagli Autori pel massimo carico:

$T = 5535\ gr. / mm^2.$

Intensità del campo	$\frac{\delta l}{l} \times 10^6$
3,2	— 0,06
8,2	— 0,09
17,1	— 0,05
22,3	— 0,08
33,8	— 0,21
74,8	— 0,94

Per quel che riguarda la variazione del modulo di elasticità nel campo magnetico gli A. trovarono nel filo di ferro ricotto sempre un aumento del detto modulo: tale aumento però era assai più piccolo nelle misure dirette che in quelle nelle quali il modulo veniva dedotto, dalle variazioni di lunghezza nel campo magnetico, mediante l' equazione sopra accennata. Per altro questi ultimi valori del modulo sono in certo modo di accordo con quelli misurati con l' elasticità di flessione nel lavoro precedente, in un campione completamente diverso nelle proprietà magnetiche.

L'aumento del modulo d'elasticità nel campo magnetico determinata da Honda e collaboratori è un fenomeno in correlazione con la diminuzione d'isteresi da noi trovata: a queste variazioni che l'elasticità del ferro subisce nel campo magnetico fanno riscontro quelle studiate con la torsione [1]) e finalmente l'aumento di tenacità sul quale F. Drago [2]) ha recentemente eseguito minuziose ed accurate ricerche in questo Istituto. Il Drago ha trovato in media per campi che variavano da 40 a 1400 unità C. G. S. un aumento del 0,9 per mille del carico di rottura.

VIII.

Ci sembra non privo d'interesse il riportare alcune serie di misure eseguite con le scariche elettriche sul filo N. 1 mentre esso era magnetizzato dalla corrente costante del grande solenoide.

La disposizione elettrica era simile a quella della figura 3 con la sola differenza che era stato eliminato il condensatore e una estremità della spirale era isolata. L'effetto termico, al quale in questo caso possono sovrapporsi le piccole variazioni di lunghezza dovute all'alterazione del magnetismo prodotto dalle scariche, era di μ 4,56.

TABELLA XIII.

Isteresi del filo magnetizzato.

(Intensità del campo 9,7 unità C. G. S.).

	Cicli senza scariche	Cicli con scariche
	μ 1,00	μ 0,70
	0,82	0,64
	0,88	0,74
	1,04	
	1,00	
	0,90	
Isteresi media	μ 0,97	μ 0,69

1) Tangl. *Drud. Ann.* T. VI, S. 34 (1901). — Gray e Wood. *Proc. Roy. Soc.* Vol. LXX, p. 294 (1902). — Honda. L. c. (2.a memoria). — Cantone. *Rend. Ist. Lomb.* Ser. II, vol. XXXVII, p. 567 (1904).

2) *Rend. Acc. Lincei.* Vol. XVIII, ser. 5.a, pp. 111 e 294. (1° sem. 1909).

Nelle seguenti tabelle riportiamo due altre serie di esperienze eseguite sullo stesso filo in condizioni diverse dell'apparecchio che fu smontato e rimesso a posto tra una serie e l'altra.

TABELLA XIV.

Isteresi del filo magnetizzato.

(Intensità del campo 9,7 unità C. G. S.; effetto termico μ 3,37).

	Cicli senza scariche	Cicli con scariche
	μ 0,65	μ 0,37
	0,68	0,33
	0,65	0,47
		0,60
		0,44
Isteresi media	μ 0,66	μ 0,44

TABELLA XV.

Isteresi del filo magnetizzato.

(Intensità del campo 9,2 unità C. G. S.; effetto termico μ 4,12).

	Cicli senza scariche	Cicli con scariche
	μ 0,53	μ 0,32
	0,51	0,25
	0,49	0,33
		0,25
		0,30
Isteresi media	μ 0,51	μ 0,30

Le variazieni in valore assoluto sono in queste misure più piccole di quelle registrate nella tabella X mentre in valore relativo sono o eguali o più grandi.

Accenneremo in ultimo ad alcune misure di allungamenti a peso costante prodotti nel filo N. 1 dalle scariche oscillatorie, eseguite incidentalmente nel corso delle ricerche comparativamente nel campo terrestre e in campi magnetici di diversa intensità.

Ove si volessero ritenere trascurabili le correnti di Foucault con filo così sottile come quello da noi operato, l'effetto termico, come già s'è detto, potrebbe misurare l'energia assorbita dal filo per l'isteresi.

Quando si creava il campo, prima di fare agire il rocchetto, come è stato riferito, il filo si accorciava e sono qui appresso indicati gli accorciamenti corrispondenti ai diversi campi.

Il carico costante era di 2021 gr. la disposizione elettrica quella della fig. 3 ad un condensatore e l'apparecchio nelle condizioni delle misure riportate nella tabella VII.

Le tre serie di misure sono state eseguite nello stesso giorno.

Serie I.

EFFETTO TERMICO

nel campo terrestre . . . . . . μ 4,31
in un campo di 9,7 unità C. G. S. che produceva un accorciamento di μ 0,18 . . » 3,62

Serie II [1]).

EFFETTO TERMICO

nel campo terrestre . . . . . . μ 4,32
in un campo di 9,7 unità C. G. S. che produceva un accorciamento di μ 0,21 . . » 3,13

Serie III.

EFFETTO TERMICO

nel campo terrestre . . . . . . μ 5,13
in un campo di 20,3 unità C. G. S. che produceva un accorciamento di μ 0,82 . . » 2,32

Nella terza serie si faceva lievemente sentire l'influenza del riscaldamento dovuto alla corrente magnetizzante.

Ad ogni modo non vi è alcun dubbio che l'effetto termico, cui in questo caso, come sopra si è detto, possono sovrapporsi le piccole variazioni di lunghezza dovute all'alterazione del magnetismo prodotto dalle scariche oscillatorie, varia notevolmente nei diversi campi magnetici.

Dall'Istituto di Fisica della R. Università di Catania,
Giugno 1909.

---

1) Nelle prime due serie facendo cessare l'azione del campo magnetico si ottenne un allungamento identico all'accorciamento precedente.

RIVISTA

Note di Elettrotecnica.

La XIII riunione della Associazione elettrotecnica italiana, tenuta nel settembre scorso a Brescia, e la Esposizione internazionale di Elettricità che ivi ebbe luogo, forniscono l'occasione di intrattenerci brevemente nella « Rivista », redatta per uso dei Fisici, sopra alcuni argomenti interessanti la tecnica delle applicazioni elettriche. Sono fonti delle noterelle che andremo esponendo, il discorso col quale il Presidente della A. E. I. Prof. Lombardi inaugurò la Riunione, alcune delle comunicazioni e discussioni fatte nella riunione stessa, le visite ad officine ed impianti di Lombardia, il materiale esposto nella mostra ed alcuni recenti lavori comparsi nella stampa tecnica.

Impianti.

Le fitte reti di linee che vanno ricoprendo regioni sempre più estese, mettendo l'energia elettrica a disposizione di utenti lontani centinaia di km. dai centri di produzione, trova la sua illustrazione in una carta d'Italia compilata dalla A. E. I.

La corrente alternata è quasi universalmente impiegata nelle trasmissioni di energia, sia per la sua più facile produzione, non avendo gli alternatori bisogno del *collettore* che rappresenta la parte più delicata della dinamo, sia per la sua trasformabilità per mezzo di apparecchi statici. In pochissimi casi è usata corrente continua ad alto potenziale colla disposizione dei generatori in serie ideata dal Thury: meritano di esser ricordati gli impianti di S.t Maurice e di Montiers che portano l'energia a Losanna e Lione. Notevolissimo, per le correnti continue, il ritorno allo studio delle vecchie macchine unipolari: il disco di Faraday, che sembrava relegato negli armadi dei gabinetti, torna alla vita industriale e

dà speranza di competer vittoriosamente colle dinamo a commutazione.

La frequenza tende ad uguagliarsi intorno a 42-43 periodi nelle linee che devon servire a varie applicazioni, poichè la pratica ha dimostrato tale frequenza esser sufficientemente elevata per luce ed abbastanza bassa pei motori. Quando però si abbia esclusivo servizio di trazione, la frequenza scende a 25 od anche 15 periodi.

Caratteristica generale dei vari impianti è l'impiego di potenziali sempre più elevati che dalle poche migliaia di volta sono saliti fino a 72000 nell'impianto dell'Adamello che, quando sarà compiuto, distribuirà energia in una estesa regione comprendente le provincie di Brescia, Bergamo, Milano, Como, Cremona, Piacenza e Parma.

A potenziali tanto elevati devono, di necessità, corrispondere linee isolate con ogni cura, sia nell'interno delle officine che all'esterno, e scaricatori tali da assicurare nel modo più assoluto la sicurezza dell'impianto contro le sopraelevazioni di tensione, sia dovute a scariche atmosferiche che a cause interne. Per gli isolatori la porcellana è il materiale generalmente impiegato per quanto figurassero nell'Esposizione degli isolatori anche di vetro. Un nuovo tipo in porcellana è stato presentato dall'Ing. G. Campos alla riunione della A. E. I. ed alla Esposizione, tipo nel quale in particolar modo è studiata la forma della sezione meridiana. La constatazione dell'isolàmento della linea deve farsi sovente e nell'impianto del Ponale, per la città di Rovereto nel Trentino, si è adottata permanentemente una nota disposizione per misurare, quando lo si voglia, colla semplice manovra di una chiave, l'isolamento di qualunque dei conduttori della linea sotto carico.

Nei primi tempi dello stabilirsi dei grandi impianti di trasmissione elettrica (è ieri e ci sembrano tempi tanto lontani!) potè pensarsi alla energia idraulica come di cosa gratuita e potè prevedersi l'abbandono del *carbone nero* e la adozione esclusiva di quello *bianco*. Oggi si sa bene che l'energia idraulica non è gratuita più di quella p. e. potenziale chimica del carbonio di una miniera per l'ossigeno dell'aria, poichè per metterla *in valore* occorrono opere spesso colos-

sali il costo delle quali grava sulla energia stessa fino a renderla talvolta più cara di altre. Gl'impianti idraulici ebbero specialmente nel nostro paese un enorme sviluppo ma, ciò non pertanto, quelli termici assunsero importanza sempre maggiore specialmente dove, come nell'America del Nord, si trova il combustibile a bassissimo prezzo. Indipendentemente dal costo della energia che può, in certe circostanze, esser minore quando sia ottenuta bruciando carbone che non utillzzando caduta d'acqua, gl'impianti termici hanno una preziosa funzione accanto a quelli idraulici, sia come riserva in periodi di *magra* che per soddisfare alle più elevate richieste durante brevi periodi nella giornata: per superare cioè *le punte dei diagrammi di carico*. La convenienza di ciò è evidente in tutti quei casi, e sono i più frequenti, nei quali non si abbiano a disposizione, come in quello dell'Adamello ora citato, grandi bacini regolatori, che permettano di mantenere costante l'erogazione di energia per tutto l'anno, o sia troppo elevata la spesa per la costruzione di laghi artificiali.

La tecnica della produzione di energia elettrica per mezzo del calore ha subito in questi ultimi anni modificazioni notevolissime. Nelle macchine a vapor d'acqna la motrice a stantuffo sembrava aver raggiunto il suo più alto grado di perfezione, dopo studi secolari, coll'avvicinamento del suo ciclo reale a quello teorico. Il numero dei giri aveva raggiunto alcune centinaia per minuto e la motrice trascinava nel suo moto il maestoso induttore dell'alternatore a molti poli. Ma ecco, non sono ancora dieci anni, che la prima turbina a vapore viene a scuotere il dominio della motrice a stantuffo ed a passi di gigante conquista le centrali elettrotermiche. La storia della conquista sta scritta, meglio che altrove, nell'impianto della Società Edison di Porta Volta a Milano. Iniziatosi con 3 motrici compound Tosi da 1000 HP ciascuna e con una Sulzer a tripla espansione da 2000, ebbe, a fianco di queste, in seguito, successivamente, una turbina a vapore Parson da 3000, una Parson Brown da 4500 ed infine quattro Brown Boveri da 7500. Qui è il tipo Parson, ad asse orizzontale, che è stato adottato; a Roma, nell'impianto inaugurato quest'anno, di S. Paolo, della Società Anglo-romana, è il tipo Curtis ad

asse verticale. Il primo è caratterizzato dalla più alta velocità raggiungibile e dal maggior rendimento ma, insieme, dalla necessità di grande precisione nella costruzione, l'altro dalla maggior sicurezza di funzionamento.

Le turbine devono a parechie loro qualità la preferenza ad esse accordata negli impianti elettrici. Intanto esse possono assumere velocità angolari grandissime, fino anche 3000 giri al minuto per le piccole potenze, rendendo così possibile il diretto accoppiamento con alternatori o dinamo di dimensioni molto minori che quelle precedentemente impiegate e di costruzione più semplice anche se, appunto per la loro grande velocità, richiederanno costruzione estremamente precisa dei loro organi e delle macchine ad esse accoppiate. Lo spazio totale occupato dai gruppi turbo-alternatori è molto più ristretto che nel caso delle motrici a stantuffo. La sostituzione del moto rotativo a quello alternato raggiunge la costanza della coppia motrice. L'assenza di organi che trasformino il moto e di valvole rende l'andamento più regolare. Le turbine non hanno bisogno di lubrificazione e mentre perciò da un lato si prestan meglio all'impiego di vapore surriscaldato, dall'altro, la loro acqua di condensazione, non trasportando olii, può essere direttamente impiegata con grande vantaggio nella alimentazione della caldaia.

In quanto al rendimento la turbina a vapore non ha ancora quella superiorità che potrebbe sperarsi. La motrice a stantuffo dà il HP ora effettivo, nelle condizioni nelle quali lavora nei grandi impianti, col consumo di circa 6 Kg. di vapore: ebbene intorno a questo consumo ci si aggira anche colla turbina. P. e. nelle prove [1]) fatte colla Turbina « Electra » da 300 HP e facente 3000 giri, esposta a Nancy, si ebbe un consumo di Kg. 6,400 per HP ora. Ciò non toglie che in qualche caso si siano ottenuti dei consumi moltissimo ridotti. Nella prova [2]) p. e. di un turbo-alternatore Brush-Parsons da 500 kw. facente 3000 giri è stato trovato un consumo di vapore, secondo la pressione ed il surriscaldamento, variabile

1) *Lumière éléctrique*, 1909, v. 8°, p. 112.
2) *Engineering*, 1909, v. 87, p. 297.

da un minimo di libbre 18,54 ad un massimo di libbre 24,25 per kw. ora, pari rispettivamente a Kg. 3,63 e Kg. 4,80 per HP ora. Del resto, indipendentemente dal rendimento, i vantaggi ricordati precedentemente sono sufficiente spiegazione del favore incontrato dalle turbine nelle applicazioni elettriche.

A lato alle macchine a vapore, e molto più giovani di esse, sono andate sviluppandosi quelle a gas, con un rendimento teorico molto più elevato. La distanza fra questo e quello effettivamente raggiunto lascia fondata speranza di rilevanti perfezionamenti. Ed anche qui alla motrice a stantuffo vediamo aggiungersi la turbina, per quanto i tentativi fatti non abbiano avuto ancora il fortunato esito già raggiunto con quelle a vapore, non tanto pel rendimento elevatissimo quanto per la praticità e sicurezza delle disposizioni. Recentemente furono rese note [1]) delle misure sopra turbine a petrolio. Il principio sul quale sono fondate è molto semplice. Al posto di vapore è usata aria calda compressa, riscaldata inizialmente, colla combustione interna del petrolio, fino a 1700°-1800° C. e poi raffreddata fino a 600° con acqua.

Strumenti.

Nella esposizione di Brescia la A. E. I., fece una mostra collettiva di apparecchi dovuti ai suoi soci contenente, fra altro, alcuni strumenti che vogliamo ricordare.

Per le *correnti intense* vi erano nuovi apparecchi a filo caldo dell'Arcioni. Per gli *altisimi potenziali* figurava il noto voltometro elettrostatico dell' Jona fino a 200.000 volta [2]). Per la *radiotelegrafia* il Convector di A. G. Rossi, usufruente direttamente le modificazioni prodotte dalle oscillazioni hertziane sui cicli magneto elastici [3]).

Come apparecchi di dimostrazione per *correnti alternate* erano esposti il *doppio oscillografo* e l' *apparecchio per dimostrare le proprietà dell'impedenza,* dovuti allo scrivente [4]).

1) Barbezat. *Zeit. Ges. Turbinenwesen,* 1909, v. 6°, p. 217.
2) *Atti A. E. I.* 1905, p. 278.
3) *Atti A. E. I.* 1909, p. 323.
4) Descritti, nei loro principi fondamentali in: *Nuovo Cimento,* 1909, v. 17°, p. 27; *L' Elettricista,* 1909, p. 81.

Vi era pure il *doppio oscillografo* dell'Ing. G. Sartori, formato essenzialmente di due elettromagneti, eccitati da corrente continua, disposti ad angolo retto fra loro, ad una certa distanza, e comandanti due telaini percorsi dalle correnti alternate delle quali voglionsi studiare le reciproche proprietà. I due telaini sono collegati da un bifilare portante uno specchietto che ubbidisce ai due movimenti ortogonali.

Il Sartori col suo apparecchio fece quest'anno al Congresso di Padova della Società Italiana di Fisica delle esperienze dimostrative del fenomeno di isteresi ottenendo la medaglia d'argento. Per tali esperienze la disposizione era notevolmente modificata. Il ferro, del quale voleva studiarsi l'isteresi, era il nucleo di uno degli elettromagneti e l'avvolgimento di questo era percorso dalla stessa corrente alternata che percorreva il telaino dell'altro, mentre il telaino del primo era percorso da corrente continua.

Per le correnti ad alta frequenza e bassa intensità, quali si hanno in telefonia, era presentato, dal Prof. Riccardo Arnò, nella forma definitiva, il suo *apparecchio per la misura delle correnti telefoniche od, in generale, delle correnti periodiche di grandi frequenze e di piccolissima intensità.*

Fin dal 1904 il Prof. Arnò si è dedicato alla costruzione di un apparecchio avente lo scopo qui indicato e fondato sulla variazione che l'isteresi magnetica di un corpo magnetico posto in un campo magnetico rotante, prova per le azioni di correnti variabili anche debolissime.

Come dati di funzionamento si può dire che, in uno dei modelli, una corrente alternata semplice di 700 periodi per secondo (quindi dell'ordine di frequenza delle correnti telefoniche) e della intensità efficace di 22 microampère dava 3 mm. di deviazione sopra una scala posta ad un metro di distanza dallo specchietto. Per intensità maggiori le deviazioni crescono con legge quasi lineare.

Per correnti telefoniche serve anche il *galvanometro a vibrazione* esposto dall'Ing. Luigi Emanueli. L'apparecchio consta di una calamita permanente terminata con 4 nuclei che formano 2 a 2 le espansioni polari della stessa. Fra le espansioni trovasi una leggerissima laminetta di ferro provvi-

sta di specchietto e sospesa ad un bifilare. Modificando la lunghezza libera del bifilare, collo spostare i ponticelli sui quali esso si appoggia, ed alterando la posizione dei nuclei, con che si agisce sulla coppia direttrice che la calamita esercita sull' equipaggio mobile, si riesce ad accordare con grande precisione le vibrazioni della laminetta con la corrente che si tratta di rivelare. Sui 4 nuclei si hanno 4 rocchetti collegati in serie fra loro e col circuito esterno. Gli avvolgimenti sono fatti in modo che mentre la corrente fa p. e. aumentare la coppia dovuta a due diametralmente opposti, fa diminuire quella dovuta agli altri due.

Lo strumento viene in pratica usato al posto del telefono per riduzione a zero.

Il modello presentato serve fino ad 800 periodi e rivela correnti d' intensità efficaci inferiori al microampère.

Misura dell' energia elettrica.

Nella riunione della A. E. I. il Prof. Arnò fece una comunicazione intorno alla misura industriale della energia elettrica.

Come è noto l' energia utilizzata dall' utente, per unità di tempo, è data senz' altro dal prodotto della differenza di potenziale per l'intensità della corrente o, come si dice per brevità, dai *voltampère*, solo quando si abbia corrente continua o, se questa è alternata, nei casi nei quali si abbiano carichi non induttivi come p. e. quando si debba provvedere a sola illuminazione. In generale però solo una parte del prodotto VI è utilizzata e precisamente quella che corrisponde alla componente della intensità in fase colla differenza di potenziale, ossia $I \cos \varphi$, mentre l' altra componente $I \operatorname{sen} \varphi$ *(corrente oziosa)* non produce lavoro. I contatori misurano la prima e l' utente paga in ragione di essa ma, sebbene la seconda non sia utilizzata, è certo che anch'essa costa al produttore, meno dell' altra, ma in ogni modo costa per ammortamento, interesse del capitale, dissipazione di energia nell' impianto ecc. ed il produttore se ne rivale applicando tariffe empiriche differenti nei varii casi.

In un'equa assegnazione del prezzo di vendita bisognerebbe tener conto dei due costi di produzione, attribuendo questi proporzionalmente a $\cos^2 \varphi$ ed a $\text{sen}^2 \varphi$. Ma si può fare anche altrimenti, e questa è la via seguita dall'Arnò, e cioè attribuire i due costi l'uno alla frazione utilizzata $\cos \varphi$ dei *voltampère*, realmente registrata dagli ordinarii contatori, e l'altro alla frazione $1 - \cos \varphi$ non utilizzata e trascurata nella registrazione. Se il costo unitario di quest'ultima è $\frac{1}{n}$ di quello dell'altra, il prezzo complessivo dovrà evidentemente prendersi proporzionale a:

$$P = V I \frac{1 + (n-1) \cos \varphi}{n}$$

e questo dovrà essere segnato dallo strumento.

Ebbene, per il fatto che n varia pochissimo nei varii impianti, aggirandosi intorno a 3, un ordinario contatore si presta a tale ufficio purchè si dia alla corrente *voltometrica* uno sfasamento opportuno che è di 5° negli impianti di *luce* ($\cos \varphi$ variabile da 1 a 0,8) e di 15° in quelli di *forza* ($\cos \varphi$ variabile da 0,9 a 0,5).

Questo è il principio fondamentale sul quale si basa il metodo di misura proposto.

Taratura dei contatori a corrente alternata.

Il problema della taratura dei contatori di energia elettrica, specialmente di quelli per corrente alternata, presenta gravi difficoltà e la sua risoluzione definitiva è reclamata dai bisogni della pratica. Mentre una commissione formata dalle più alte illustrazioni della Fisica e della Elettrotecnica stà studiando l'argomento, per tradurre in legge le norme relative a tali misure, non sarà priva di interesse la descrizione di un impianto di tarature già in azione.

Nella stazione trasformatrice di Via Gadio del municipio di Milano, accanto all'impianto per trasformare la corrente alternata in continua ad alto potenziale allo scopo di alimentare lampade ad arco disposte in serie per la illuminazione cittadina, trovasi il laboratorio per la taratura dei contatori a

corrente alternata. La disposizione adottata è dovuta alla Ditta Siemens-Schouckert e, sia per la sua novità, che per l'interessante distribuzione degli apparecchi, merita di essere descritta.

È notissimo come in ogni contatore di energia si abbiano due avvolgimenti, l'uno, *amperometrico*, in serie cogli apparecchi di utilizzazione e l'altro, *voltometrico*, in derivazione su questi.

Per le correnti alternate le indicazioni devono riuscire proporzionali ad:

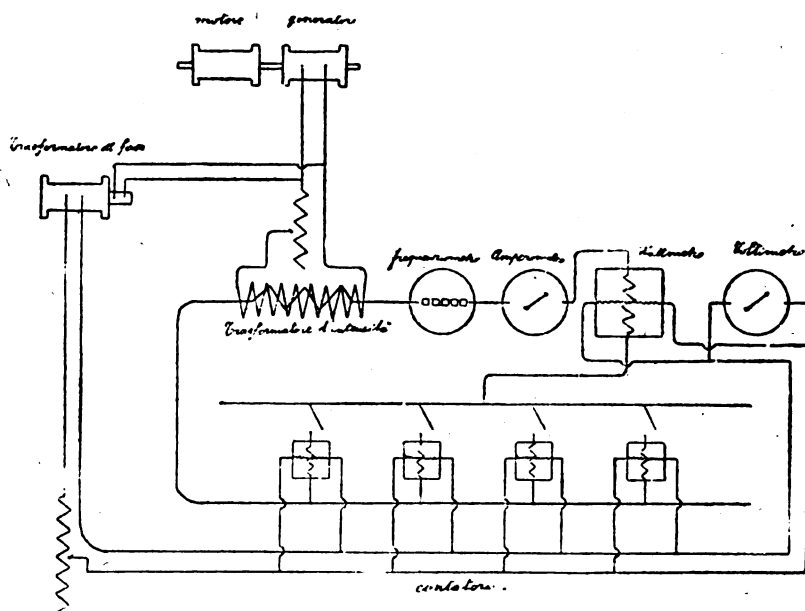
$$E = VI \cos \varphi$$

dove V e I sono i valori efficaci della differenza di potenziale e dell'intensità e φ è la differenza di fase esistente fra questa e quella. La *taratura* ha lo scopo di assegnare il coefficiente di proporzionalità, verificando la sua costanza entro i limiti di V e I pei quali è fatto lo strumento, pei differenti valori di cos φ che si hanno nella pratica, cioè da un minimo di 0,3 ad 1, e per la frequenza alla quale il contatore deve lavorare.

A queste determinazioni principali devono aggiungersi altre di accessorie senza le quali però non può darsi un giudizio completo dell'apparecchio. Occorrerà, p. e., verificare che il contatore non registri non solo quando sia scarico ma anche quando la corrente sia in *quadratura* colla differenza di potenziale; sarà necessario determinare quale frazione della energia registrata sia consumata nello strumento e quale occorra per l'avviamento ecc. Tutto ciò dovrà essere ottenuto sotto ai *limiti di tolleranza* convenuti.

Restringendo la nostra attenzione alle determinazioni principali, vediamo come si sia ottenuta la soluzione nel laboratorio di Milano. Nella figura qui unita ne diamo una rappresentazione schematica ridotta, per maggior semplicità, al caso di corrente monofasica mentre, in realtà, la disposizione è fatta per corrente trifasica.

Un motore a corrente continua, alimentato da una batteria di accumulatori, è direttamente collegato con un piccolo alternatore: variando la velocità del motore, varia la fre-

quenza della corrente e tale frequenza viene in ogni istante constatata per mezzo di un *frequenziometro* tipo Frahm costituito da una serie di molle di acciaio accordate per differenti periodi e sulle quali agisce la corrente.

La corrente alternata si biforca, una parte traversa *un trasformatore di fase* e, passata una resistenza variabile, va in parallelo ad un voltometro ed alle spirali voltometriche di un wattmetro e dei contatori da tarare, mentre l'altra traversa un reostato variabile ed il primario di un *trasformatore di intensità* il secondario del quale è in serie con un amperometro e colle spirali amperometriche del wattmetro e dei contatori. Con questo trasformatore si possono ottenere intensità rilevanti quanto occorre.

È chiaro come:

variando la velocità del motore, il campo dell'alternatore ed una delle resistenze si possa, senza variare il potenziale, variare la frequenza che ci sarà data dal frequenziometro;

variando da solo il campo del motore e la precedente resistenza si possa variare V che ci sarà dato dal voltometro;

variando la resistenza sul primario del trasformatore variare I, che ci sarà data dall' amperometro;

agendo sul trasformatore di fase, variare ϕ il valore del cui coseno ci sarà dato dal rapporto fra la lettura del wattmetro (VI cos ϕ) ed il prodotto della lettura V del voltometro ed I dell' amperometro.

F. PIOLA.

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

Continuazione della Nota pubblicata a pag. CXIII.

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

Banfi prof. Enrico — R. Istituto Tecnico, Mantova
Feliciari prof. Caio — R. Istituto Tecnico, Assisi
Gala Nicolino — Via V. Emanuale 416, Napoli
Sartori ing. prof. Giuseppe — Trieste.

Hanno pagato la quota 1907 i Soci:

Banfi Enrico
Platania Giovanni

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Banfi Enrico
Berti Giuseppe Alfonso
Boggio Lera Enrico
Contini Attilio
Drago Ernesto
Fornari Ugo
Gala Nicolino
Grablowitz Giulio
Gucci Pietro
Perotti Pier Luigi
Piaggiesi Giuseppe
Platania Giovanni
Pugliese Alberto
Regnoni Romualdo
Rizzi Giov. Battista
Sartori Giuseppe
Teglio Emilio
Torre Giov. Battista
Vassura Giuseppe

Hanno pagato la quota 1909 i Soci.

Bruschi Raffaele
Fiorentino Aristide
Gamba Pericle
Garbasso Antonio
Macaluso Domenico
Maggi Giovan Antonio
Mastricchi Felice
Montel Alfredo
Montel Luigi
Razeto Michele
Scalfaro Gennaro
Schincaglia Ignazio
Sironi Adolfo

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

VERBALI DELLE ADUNANZE DELLE SEZIONI

SEZIONE DI ROMA.

Seduta del sabato 19 dicembre 1908.

Presiede il Prof. P. Blaserna.

Il socio Tieri espone i risultati da lui ottenuti nelle ricerche intorno all'azione delle onde elettriche sull'allungamento per magnetizzazione di un filo di ferro, e riproduce le relative esperienze.

Il socio Cialdea, a nome anche del socio Trabacchi descrive un nuovo fenomeno di doppia inversione fotografica.

Il socio Trabacchi presenta poi un nuovo modello di fasometro da esso ideato.

Vengono finalmente dibattute le norme da seguirsi per la discussione che si dovrà fare nelle ulteriori sedute intorno all'opportunità o meno d'introdurre nell'insegnamento medio il concetto di velocità virtuale.

Seduta del sabato 16 gennaio 1909.

Presiede il Prof. P. Blaserna.

Il socio Oddone fa una comunicazione sul recente terremoto di Sicilia e di Calabria, presentando il diagramma del microsismografo Vicentini da esso ricuperato nelle cantine dell' Osservatorio di Messina, ed esponendo alcune osservazioni da lui fatte sui luoghi del disastro. Indi il Dott. Eredia presenta una comunicazione intorno alle precipitazioni atmosferiche in Italia dal 1880 al 1905, illustrata da diagrammi e carte.

Stante l'ora tarda il Presidente rinvia ad un'ulteriore seduta la discussione sul principio delle velocità virtuali. Egli prega tuttavia l'Assemblea di volere, prima di sciogliersi, procedere all'elezione del Presidente, non potendo egli, date le sue numerose occupazioni, impegnarsi ad assistere a tutte le sedute.

Il Prof. Volterra prega insistentemente il Prof. Blaserna di accettare la presidenza. Il Prof. Blaserna insiste nella sua determinazione e propone come Presidente il socio Volterra, che viene eletto per acclamazione. A Segretario viene eletto il socio Blanc.

Seduta del 23 gennaio 1909.

Presiede il Prof. Volterra.

Il Presidente comincia col dare il benvenuto al Professore Worthington il quale ha voluto assistere alla riunione. Comunica quindi di aver ricevuto dai Proff. Righi e Garbasso l'annunzio che tanto a Bologna quanto a Genova sono state promosse delle riunioni periodiche dei soci della Società di Fisica, analoghe a quelle che vengono tenute a Roma.

Accennando all'ultima Nota presentata dal Prof. Righi all'Accademia dei Lincei sul moto di un elettrone intorno ad un ione nel campo magnetico, si augura che la ricerca analitica iniziata dal Prof. Righi stesso possa venir completata da qualcuno dei presenti, col mezzo degli integrali ellittici e delle funzioni di Jacobi e di Weierstrass.

Indi dà la parola al Prof. Ludovic Silberstein il quale svolge una comunicazione dal titolo: « Critica della teoria degli elettroni ».

Stante l'ora tarda la parte rimanente dell'ordine del giorno viene rinviata ad un'ulteriore riunione.

Seduta del 30 gennaio 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il Presidente dà il benvenuto al nuovo socio Prof. Crudeli; indi richiama l'attenzione dei presenti su due libri di recente pubblicazione l'uno del Duhem sulla storia della Meccanica e l'altro del Bjirknes intitolato « die Kraftfelder ».

Dà poscia la parola al Prof. Worthington il quale espone i risultati delle sue ricerche sperimentali sugli urti con una superficie liquida, illustrando il suo dire con numerose proiezioni. Al termine della conferenza il Prof. Worthington viene ringraziato a nome dei presenti dal Presidente.

Dopo ciò viene tolta la seduta.

Seduta del 13 febbraio 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il Presidente annuncia la morte di Giacinto Morera, socio della Società italiana di Fisica dalla fondazione, e fa la storia della sua vita scientifica.

Dà indi la parola al socio Blanc il quale riassume i risultati sperimentali sino ad ora ottenuti nello studio del problema delle trasformazioni atomiche.

Il socio Eredia presenta una comunicazione sulla misura della neve.

Finalmente il socio Corbino un' esperienza sulle proprietà magneto-ottiche del vapore di sodio.

Seduta del 27 febbraio 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il socio Corbino riferisce intorno alle nuove esperienze di Bucherer sul principio di relatività e sullo stato attuale della questione.

Il socio Martinelli comunica alcune osservazioni preliminari intorno al terremoto Calabro-Siculo.

Finalmente il socio Corbino dimostra sperimentalmente il Sextuplet di Zeeman col vapore di Sodio.

Seduta del 13 marzo 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

L'Ing. Mancini espone i lavori del 1° Congresso del freddo tenutosi a Parigi nell'ottobre dello scorso anno, mostrando i progressi compiuti dall'industria frigorifera.

Il Dott. Alessandri riferisce intorno all' Osservatorio del Monte Rosa in relazione al servizio meteorologico.

La discussione sul principio di relatività annunciata per questa riunione viene rinviata alla prossima seduta.

Seduta del 27 marzo 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il Prof. Righi comunica i risultati più recenti da esso ottenuti nelle ricerche che sta compiendo sui raggi magnetici, risultati che tendono sempre più a confermare l'ipotesi da lui formulata intorno alla natura di cotesti raggi.

Il Prof. Corbino fa una esposizione dei fatti recentemente scoperti i quali confermano la teoria corpuscolare della materia, dell'elettricità e dell'energia raggiante.

Indi il Prof. Piola dimostra le esperienze col doppio oscillografo da lui ideato, e che sono state premiate colla medaglia d'oro nel Congresso della Società di Fisica tenutosi in Firenze l'ottobre scorso.

Stante l'ora tarda la discussione sul principio di relatività viene rinviata alla futura seduta.

Seduta del 17 aprile 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il socio Corbino espone i risultati di alcune ricerche da lui eseguite in unione al socio Trabacchi per mettere in evidenza la doppia rifrazione accidentale conseguente alle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra. La comunicazione è illustrata da proiezioni.

Indi viene aperta la discussione sul principio di relatività alla quale prendono parte i soci Silberstein e Corbino.

Seduta del 1° maggio 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il Prof. Blaserna annunzia che, durante l'Esposizione Universale che avrà luogo nel 1910 a Bruxelles, si terrà un Congresso Internazionale di Radiologia ed Elettricità. Egli partecipa inoltre di essere stato scelto come Presidente del Comitato italiano, del quale sono stati nominati i Segretari nelle persone del Dott. Blanc per la parte fisica e del Dott. Colombo per la parte fisiologica. Propone finalmente che la Società di Fisica, ed i presenti tutti, s'inscrivano in massa.

Il Presidente, accogliendo la proposta del Prof. Blaserna, dispone che un foglio venga tenuto a disposizione dei presenti per accogliere le firme.

Indi il socio Blanc comunica i risultati da lui sinora ottenuti in una ricerca intorno alle quantità di torio contenute nelle roccie. Questi risultati mostrano che il torio deve essere considerato come un agente assai importante della radioattività terrestre.

Il socio Cialdea presenta le due esperienze da lezione da lui ideate e che sono state premiate con medaglia d'argento

nell'ultimo Congresso della Società di Fisica tenutosi a Firenze; esse consistono in un dispositivo per dimostrare la diversa velocità di spostamento degli ioni elettrolitici ed in un metodo per dimostrare in brevissimo tempo il fenomeno della dialisi.

Il socio Cialdea inoltre, anche a nome del socio Trabacchi mostra alcuni risultati nuovi ottenuti proseguendo lo studio del nuovo fenomeno fotografico da essi scoperto ed intorno al quale era stata già altra volta presentata una comunicazione.

Finalmente il Presidente annunzia che il Prof. Hale, dell'Osservatorio del Monte Wison, ha accettato, dietro sua richiesta, di tenere, verso i primi del prossimo giugno, dinnanzi alla sezione di Roma della Società italiana di Fisica, una conferenza dal titolo: « Campi magnetici e macchie solari ».

Seduta del 22 maggio 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il Presidente dà notizia della grave malattia del socio Prof. Alessandri, al quale per mezzo del Prof. Eredia manda a nome dei soci gli auguri di prossimo ristabilimento.

Commemora poi la grave perdita subita dalla Società con la morte del Prof. G. Vailati. Ne illustra brevemente la figura esponendo a larghi tratti l'opera sua scientifica e mettendo a rilievo specialmente l'influenza grande che i suoi studi sulla Storia della Meccanica esercitarono su tutto il campo scientifico moderno.

Il socio Dott. Pacini parla sulle radiazioni penetranti dell'atmosfera; espone lo stato attuale della questione e mostra i risultati da lui ottenuti in misure fatte all'Osservatorio di Sestola.

Il socio Ing. Bordoni tratta di una questione fondamentale di fotometria eterocromatica e dimostra come le difficoltà pratiche che vi si incontrano sono inerenti al fenomeno stesso che si vuol misurare, piuttosto che esser prodotti da deficienza dei fotometri in uso.

Infine il socio Prof. Amerio parla sulla pressione della luce. Dopo avere accennato alle dimostrazioni di Maxwell e di Bartoli per l'esistenza di tale pressione, passa rapidamente

in rassegna i tentativi fatti da vari sperimentatori e finalmente fa vedere gli effetti della pressione della luce con un apparecchio da lui costruito e che è una felice modificazione di quello di Poynting.

Seduta del 2 giugno 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Assistono moltissimi soci, ed anche degli estranei alla Società, appositamente invitati per sentire la conferenza del Prof. G. E. Hale, direttore del Monnt Wilson Observatory; l'illustre astrofisico fu appunto pregato dal Presidente di tenere la conferenza in previsione della sua venuta a Roma (V. verbale 1° maggio). Il Presidente presenta all'uditorio il Prof. Hale, con elevate parole. Dopo di che il conferenziere inizia la sua comunicazione in francese avente per titolo « Vortici solari e Campo magnetico ». La interessantissima conferenza è illustrata da numerose proiezioni di fotografie, dimostranti nettamente i risultati d'importanza capitale per la fisica solare che la scienza deve all'opera di Hale.

Seduta del 16 giugno 1909.

Presiede il Prof. V. Volterra.

Il socio Gianfranceschi fa un'esposizione dell'opera scientifica svolta dal compianto Don Giulio Zambiasi, ripetendo le più caratteristiche esperienze sulla composizione dei suoni su cui il Zambiasi fondò la sua teoria delle consonanze.

Indi la Sig.ª Traube-Mengarini espone i risultati delle ricerche compiute, dalle quali risulta la formazione di soluzioni di argento colloidale per azione dell'acqua distillata pura sull'argento metallico.

Infine il Prof. Castelnuovo svolge una elaborata comunicazione, avente per scopo di volgarizzare le idee di Minkowski sullo spazio e sul tempo, come illustrazione geometrica delle idee di Lorentz-Einstein sul principio di relatività.

SEZIONE DI TORINO.

1°. *Adunanza del 20 dicembre 1908,* (tenuta presso la Scuola di Elettrotecnica del Regio Politecnico).

Il socio Prof. Somigliana tenne una conferenza dal titolo « Alcune nuove idee sulla teoria delle azioni a distanza di Maxwell ».

2.° *Adunanza del 14 gennaio 1909* (Regio Politecnico).

In questa adunanza venne discussa la questione dell'insegnamento della fisica nelle Università e scuole secondarie. Presero parte alla discussione quasi tutti i soci presenti.

Fu presa in esame una lettera circolare del socio Professore Antonio Ròiti relativa all'insegnamento della fisica nelle Università e furono discusse le varie soluzioni proposte dal Prof. Ròiti medesimo.

Fu notato da qualche socio come nella lettera del Professore Ròiti sembrasse ammesso, implicitamente almeno, che l'insegnamento della fisica nelle scuole secondarie lasciasse alquanto a desiderare; il che sembra non conforme alla vera condizione delle cose, specialmente oggi che le cattedre sono occupate da elementi giovani, tutti o quasi tutti provenienti dalla categoria degli assistenti universitari.

Che se d'altronde, fu pure osservato, nell'insegnamento di coltura generale propria delle scuole medie, invece del giusto equilibrio e coordinamento fra i due ordini di studi, l'umanistico e lo scientifico, si ha piuttosto da lamentare la prevalenza degli elementi letterari, ciò è dovuto principalmente al fatto che gli insegnanti di tali materie furono sempre vigorosamente aiutati dai loro maestri universitari o dalle loro associazioni, mentre i professori di fisica hanno dovuto quasi sempre lottare colle sole proprie forze.

È però intanto da ritenere che quando, ad imitazione di ciò che in Francia avviene, sieno divenute più intense le relazioni fra l'insegnamento superiore e quello medio, anche l'insegnamento della fisica se ne avvantaggerà e sarà più curato e meglio condotto di quello che oggi non sia.

È sembrato perciò alla Sezione dovere affermare che è innanzi tutto da ritenere bene impartito l'insegnamento della

fisica nelle scuole secondarie, Licei ed Istituti Tecnici, precisamente come nessuno dubita, che non sia bene impartito l'insegnamento delle lettere o quello delle matematiche. Le inevitabili lacune che qua e là possono lamentarsi e le differenze di indirizzo fra una scuola ed un'altra non debbono considerarsi inconvenienti di tale gravità da far ritenere come cosa assolutamente necessaria il tornarvi sopra. Che perciò come si fa nella facoltà di lettere e di matematiche si debbano supporre bene acquisite le cognizioni richieste dal programma governativo e che nell'insegnamento universitario non debbano quelle esser ripetute; a meno che non si voglia trattarle da un punto di vista diverso o lumeggiarle partendo da considerazioni più elevate.

Cesseranno così le lagnanze di molti studenti, costretti a riprendere lo studio della fisica elementare ed a ripeter in grandissima parte principii, esperienze ed apparecchi già studiati e veduti nei Licei.

Questo modo di considerare l'insegnamento universitario è già stato tradotto in atto in parecchi Istituti superiori, quali ad esempio l'Accademia Navale. Così pure per il Politecnico di Torino la Commissione composta dai Professori D'Ovidio, Naccari, Grassi e Somigliana propose che l'insegnamento della fisica fosse contenuto in un corso biennale di fisica sperimentale e teorica, da svolgersi nel secondo e terzo anno di Politecnico, comprendente:

1° Una introduzione sui principii della meccanica basata sopra opportuni esperimenti e svolta anche con uso del calcolo differenziale e integrale.

2° Una esposizione sommaria dell'ottica e dell'acustica.

3° Una esposizione di carattere essenzialmente sperimentale dei fenomeni elettromagnetici.

4° Una trattazione esauriente dei principii della termodinamica, da svolgersi nel terzo anno.

Venendo a discutere dell'insegnamento di fisica nelle singole facoltà, fu anche osservato da qualcuno che per le scuole di farmacia e di veterinaria, per le quali si richiede la licenza liceale, ed aventi esclusiva veste professionale, si dovrebbe forse ritenere sufficiente il solo insegnamento liceale; i com-

plementi necessari potendo benissimo aver luogo nei vari corsi di chimica e nei relativi laboratorii.

Ad ogni modo si ritenne di dover accettare quella soluzione del Prof. Ròiti che consiste nell'impartire due diversi corsi di insegnamento; l'uno per gli studenti di medicina, farmacia a veterinaria, l'altro per la facoltà di scienze fisiche, matematiche e naturali con programmi e metodi consoni all'indole di ciascuna facoltà.

3.ª *Adunanza del 4 febbraio 1909* (Regio Politecnico).

Il socio Ing. Prof. Ottavio Zanotti Bianco trattenne i soci con la conferenza: « La figura della terra e le recenti determinazioni pendolari ».

Terminata la conferenza il socio Dott. A. G. Rossi intrattenne i soci brevemente per mostrare il funzionamento del suo rivelatore di perturbazioni elettromagnetiche, riservandosi in seguito di svolgere una trattazione più ampia al riguardo (vedi ultima adunanza).

4ª. *Adunanza 18 marzo 1909* (Istituto Fisico della R. Università).

Il socio Prof. Dott. Adolfo Campetti intrattenne i soci sul fenomeno Zeeman illustrandolo con esperimenti.

5.ª *Adunanza del 7 maggio 1909* (nel locale della Associazione Elettrotecnica Italiana coll'intervento anche dei soci di detta Associazione).

Il Dott. A. G. Rossi disse del suo « Rivelatore di onde elettromagnetiche fondato sulla magnetostrizione » esponendone la teoria ed eseguendo svariati esperimenti.

ATTILIO MARIOTTI, *gerente responsabile*.

SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

VERBALI DELLA RIUNIONE ANNUALE TENUTA A PADOVA

Prima Seduta — 21 settembre 1909.

(In unione alla Sezione III della Classe A della Società per il Progresso delle Scienze).

Il Presidente prof. Righi apre la seduta alle ore 14, chiamando a Segretari i professori Corbino e Amaduzzi.

Egli comunica un telegramma del prof. Vicentini, direttore dell' Istituto fisico di Padova, ch'è stato posto a disposizione della Sezione di fisica per tenervi le sedute usufruendo dei mezzi sperimentali in esso contenuti. Nel telegramma il prof. Vicentini esprime il proprio dispiacere per la impossibilità di assistere alle sedute essendo ammalato.

Il Presidente propone, e l'assemblea approva unanime, di ringraziare vivamente il prof. Vicentini della ospitalità accordata, facendo voti per una sua pronta guarigione.

Il Presidente legge una lettera del prof. Perotti relativa a un suo ritrovato telefonico.

Indi dà la parola all'ing. Barreca che riferisce sulla « Misurazione di potenze su antenne » svolgendo una serie di considerazioni teoriche destinate a definire, dimostrandone l'esistenza, un coefficiente caratteristico degli aerei il quale si conserva costante per una data forma geometrica di essi; e accennando alle esperienze eseguite per determinare sperimentalmente quel coefficiente con un tipo determinato di aereo.

Poscia il prof. Brunè esegue alcune esperienze sull' emissione dei corpi incandescenti, dalle quali viene dimostrato che un filamento emette entro un palloncino ioni positivi o negativi non solo dipendentemente dalla temperatura del filamento, ma anche dalla pressione del gas ambiente.

Il sig. Casazza comunica alcune sue considerazioni sulle forze.

Infine il prof. Righi, dopo avere brevemente richiamate le sue esperienze già comunicate lo scorso anno, e la teoria enunciata per la spiegazione dei fenomeni magnetocatodici e dei nuovi da lui scoperti, guidato dalla teoria medesima; espone i principî della teoria matematica da lui svolta per spiegare che la stabilità d' un sistema neutro ione-elettrone viene accresciuta dalla presenza di un campo magnetico opportunamente orientato. Ammettendo che il campo sia di piccola intensità la traiettoria normalmente elittica dell'elettrone viene modificata in modo che egli ha determinato costruendo la curva per punti. E risulta confermato che la nuova traiettoria è tutta interna alla prima, come richiede il concetto espresso della maggiore stabilità.

Seconda Seduta — 22 Settembre.

(In unione colla Classe A della Società per il Progresso delle Scienze).

Il Presidente senatore Righi dà la parola al prof. Levi-Civita il quale svolge la comunicazione « Sulla costituzione delle radiazioni elettriche ».

Il prof. Levi-Civita chiede ai colleghi fisici un responso sperimentale, destinato a orientare verso un assetto definitivo la teoria delle radiazioni elettriche, e presenta alcune considerazioni critiche sul moto degli elettroni.

Segue una brillante discussione, cui prendono parte, oltre l' oratore, i proff. Abraham, Corbino ed il sen. Righi.

Il prof. Cisotti sviluppa la comunicazione « Sforzi maxwelliani e mezzi elastici » sulla quale fa alcune osservazioni il prof. Somigliana.

Il prof. Taramelli prende a parlare della costituzione geologica dello stretto di Messina, confutando in ispecial modo le idee del Süss di uno sprofondamento dei terreni fra la Calabria e la Sicilia ed ammette piuttosto l' ipotesi di uno scoscendimento progressivo.

La parola è quindi data al prof. Paladini del Politecnico di Milano per la sua lettura « Sulla Navigazione interna ».

Terza seduta — 24 Settembre

Presiede il Presidente della Società Senatore Righi.

Il prof. Corbino, Segretario della Società, per la giustificata assenza del cassiere prof. Stefanini, riassume il bilan-

cio consuntivo della Società, distribuito ai soci presenti, e mette in rilievo le buone condizioni economiche della Società medesima.

Dopo la approvazione alla unanimità del conto consuntivo, il prof. Corbino propone la sospensione per un anno del premio della medaglia per una esperienza da lezione e la devoluzione del fondo corrispondente alla retribuzione fissa in tre lire per pagina ai collaboratori della nuova *Rivista* del *Nuovo Cimento*. La spesa complessiva per 400 pagine annue di rivista sarebbe di milleduecento lire, a costituire le quali il prof. Corbino vorrebbe impiegare, oltre che il fondo destinato alla medaglia, anche quello di lire cinquecento assegnato per incoraggiamento a ricerche; prelevando il resto della somma dal fondo Ministeriale di sussidio per la pubblicazione del *Nuovo Cimento*, dietro accordi con la Direzione del Giornale.

Il Presidente apre la discussione sulla sospensione per un anno del concorso per una esperienza da lezione e il professore Fiorentino chiede che il concorso sia mantenuto senza assegnazione a titolo di premio di una medeglia d'oro bensì di un semplice diploma. La proposta del Fiorentino è respinta ed approvata invece quella del prof. Corbino.

Vengono poi approvate le proposte dello stesso Corbino relative alla retribuzione dei redattori della *Rivista*.

Il prof. Corbino, Segretario della Commissione esaminatrice delle esperienze da lezione presentate al concorso, ne riassume le conclusioni che sono per la scelta di tre esperienze presentate rispettivamente dal prof. Amerio, dall'ing. Sartori e dal dott. Tieri. I primi due eseguirono le loro esperienze, ed avendo il Presidente chiesto all'assemblea, se, come altra volta si fece, debba aggiungersi alla medaglia d'oro anche una d'argento ed avendo l'assemblea risposto affermativamente; una nuova commissione nominata nelle persone dei professori Battelli, Lussana e Bongiovanni propone la assegnazione della medaglia d'oro al prof. Amerio e di quella d'argento al professore Sartori. L'assemblea approva.

Si procede quindi alla elezione di tre Consiglieri in sostituzione dei professori Chistoni, Murani e Vicentini, che scadono per anzianità e non sono rieleggili.

Risultano eletti i professori Lussana, Pochettino e Bellati.

Il Presidente dà quindi la parola al prof. Lo Surdo per una comunicazione sulle registrazioni sismiche; e al prof. Amerio per la relazione su esperienze spettroeliometriche al Monte Rosa.

Il Sen. Blaserna che ha seguito con interesse lo svolgimento di queste indagini osserva che in quest'anno la stagione è stata così incerta che soltanto quattro serie di osservazioni si poterono fare in condizioni veramente sodisfacenti.

Da una base sperimentale così povera si correrebbe il rischio di tirare delle conseguenze erronee.

Egli propone quindi che si faccia un voto al Ministero perchè esso possa lasciare ancora per un anno il prof. Amerio a Roma affinchè egli possa nell'Istituto Fisico condurre a termine le sue ricerche e avvalorarle poi con nuove serie al M. Rosa.

Il Presidente Senatore Righi si associa a questa proposta. E l'assemblea emette un voto che il Ministero della P. I. trovi il modo di assicurare l'esito di queste importanti ricerche.

Per ultimo il Presidente comunica che il prof. Hale chiede alla nostra Società la partecipazione nella unione internazionale per la cooperazione nelle ricerche solari e domanda alla assemblea la nomina di tre rappresentanti della Società di Fisica nella unione medesima. Risultano eletti il Sen. Righi, il prof. Riccò ed il prof. Corbino.

Sotto la presidenza del prof. Alessandri consigliere della Società si continua l'adunanza per una comunicazione del prof. Piola sulla elettrolisi con corrente alternata nel campo magnetico.

Quarta Seduta — 25 Settembre

(In unione colla Classe A della Società per il Progresso delle Scienze).

Presiede il prof. Righi che dà la parola all'Ing. Mancini per la sua comunicazione sul tema: « Trasmissione delle immagini fotografiche a distanza ». La conferenza è accompagnata da proiezioni.

Poscia il prof. Bonacini svolge la sua comunicazione sulla « Fotografia a colori », anch' essa accompagnata de proiezioni.

Infine il prof. Bartorelli espone il suo rapporto sui colloidi, corredando la esposizione con esperienze.

Continuazione della Nota pubblicata a pag. CXV.

Hanno fatto adesione alla Società i signori:

Biglia ing. Felice — Via dei Servi 6, Firenze
Bruni prof. Giuseppe — R. Università, Ist. di Chim., Padova

Hanno pagato la quota 1907 i Soci:

Doglio Pietro
Grassi Ugo

Hanno pagato la quota 1908 i Soci:

Amerio Alessandro
Bazzi Eugenio
Brunè Edmondo
Doglio Pietro
Grassi Ugo
Maffi card. Pietro

Hanno pagato la quota 1909 i Soci.

Accolla Giuseppe
Amerio Alessandro
Angelini Sebastiano
Argenti Carlo
Bellucci Italo
Bruni Giuseppe
Burzagli Vincenzo
Carnazzi Procida
Chiavassa Flaminio
Cinelli Modesto
Crudeli Umberto
De Lucchi Guglielmo
De Michelis Antonino
Dessau Bernardo
Elliot Giulio
Feliciani Caio
Fornari Cesare
Grassi Ugo
La Rosa Michele
Lignana Giuseppe
Maffi card. Pietro
Martini Tito
Mazzucchelli Arrigo
Rabitti Paolo
Rebustello Attilio
Rolla Luigi
Rossi Andrea Giulio
Rossi Paolo
Zampetti Amilcare

Hanno pagato la quota 1910 i Soci:

Bernini Arciero
Biglia Felice
Blaserna Pietro
Bruni Giuseppe
Carnazzi Procida
Cirri Oreste
Levi Civita Tullio
Lomeni Arturo
Lo Vetere Gallo Vincenzo
Rebustello Attilio
Sartori Giuseppe

FINE DEL VOLUME XVIII, SERIE V.

ATTILIO MARIOTTI, *gerente responsabile.*

Mariotti Attilio

INDICE

Rivista: